

مختصری از تئوری آزمایش:

در این آزمایش می‌خواهیم قانون بویل-ماریوت و شارل-گیلوساک را بررسی کنیم.

دستگاه ماریوت:

این دستگاه مطابق شکل از مخزن Z تشکیل شده است که به وسیله لوله لاستیکی به لوله C مربوط می‌باشد. در داخل مخزن Z مقداری هوای خشک توسط میوه مومود در داخل لوله C و لوله لاستیکی ممبوس می‌باشد. به وسیله دو پیچ که روی پایه لوله C قرار دارند می‌توان لوله‌ها را بالا و پایین برد، در نتیجه می‌توان حجم هوای ممبوس را تغییر داد. مخزن Z داخل لوله A قرار دارد. جریان آب می‌تواند از مجرای M وارد و از مجرای N خارج شود، در نتیجه می‌توان دمای اطراف لوله Z را تغییر داد. این تغییر دما توسط دماسنج L که در کنار مخزن Z قرار دارد اندازه‌گیری می‌شود. اختلاف سطح میوه در دو لوله توسط خط کش میلیمتری که بین دو لوله قرار دارد اندازه‌گیری می‌شود.

کاتومتز:

کاتومتز از یک لوله فولادی قائم تشکیل شده که بر مسب میلی متر مدرج شده است. با تنظیم پیچهایی که در زیر پایه تعبیه شده است می‌توان میله لوله ای را قائم نگه داشت. در طول میله خط کش کوچکی به نام ورنیه می‌لغزد که توسط آن ارتفاع را با دقت 0.05mm می‌توان اندازه‌گیری نمود (دلیل اینکه چرا دقت این می‌باشد را در آخر گزارش توضیح داده ایم). بر این ورنیه دوربینی سوار است که با آن می‌توان اجسام دور را در صورت تنظیم رویت کرد. به این ترتیب که با پیماندن پیچ سمت راست دوربین، فاصله عدسی شیئی و پیشمی را طوری تنظیم نمود که تصویر جسم و تار رتیکول به طور واضح در مداکتر روئت بر هم منطبق شوند. یادآوری می‌شود که قبلاً تصویر تار رتیکول در پیشمی برای مداکتر روئت تنظیم شده است و نباید آنرا از تنظیم خارج کرد. بر روی دوربین تراز قرار دارد که به وسیله پیچی که در زیر آن تعبیه شده است می‌توان دوربین را به صورت افقی تراز کرد.

قانون بویل-ماریوت:

اگر جرم معینی از گاز را در دمای ثابت متراکم یا منبسط کرد، فشار و حجم گاز در جهت عکس هم تغییر می‌کند. یعنی در دمای ثابت حاصلضرب فشار گاز در حجم آن مقدار ثابتی است.

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 = \dots = P_n V_n = cte(1)$$

آزمایش ۱: تمقیق قانون بویل-ماریوت:

ابتدا پیچ تغییر مکان قائم دوربین را باز می کنیم و دوربین را بالا و پایین میبریم تا انتهای مخزن Z در موزه دید دوربین قرار گیرد. پیچ تنظیم آنرا می گردانیم تا با تغییر فاصله چشمی و شیئی تصویر کاملاً واضح دیده شود. حال با تغییر پیچ میکرومتری تار رتیکول را بر انتهای مخزن Z منطبق می نماییم، تا لوله C به راحتی بتواند در امتداد شیار حرکت نماید. آنگاه لوله C را طوری قرار می دهیم که سطح میوه درون لوله C چند سانتی متر بالا تر از سطح میوه در لوله Z قرار گیرد. آنگاه پیچهای روی پایه را ببندید تا پایه نلغزد. اکنون محل قرار گرفتن بالا ترین لوله Z را از روی خط کش یادداشت می کنیم (h_1 که در اینجا 901.30mm است). سپس ارتفاع میوه لوله Z را نیز از روی خط کش خوانده یادداشت می کنیم (h_2 که در اینجا 705.60mm). به این ترتیب هوای ممبوس در لوله Z را بر مسب سطح مقطع لوله بدست می آوریم.

$$V_1 = (h_1 - h_2)S$$

که S سطح مقطع لوله است. (در اینجا $1\text{cm}^2 = 100\text{mm}^2$)

حال ارتفاع سطح میوه درون لوله C را قرائت می کنیم و آنرا یادداشت می کنیم (h_3 که در اینجا 740.10mm) چون یک طرف لوله C به هوای آزاد ارتباط دارد، لذا فشار هوای ممبوس در داخل مخزن Z برابر است با :

$$P_1 = H + (h_3 - h_2)$$

در این رابطه H فشار ممیط است (در اینجا 661.25mmHg)

حال پیچهای روی پایه C را باز می کنیم و پایه را در امتداد شیار به آرامی پایین می آوریم تا سطح میوه در لوله C پایین تر از سطح میوه در لوله Z قرار گیرد. (در این حالت فشار هوای ممبوس کاهش یافته و مجم آن زیاد می شود). دو پیچ را محکم می بندیم. ارتفاع دو سطح میوه در لوله های C و Z به ترتیب h'_2, h'_3 می نامیم. مجم و فشار هوای ممبوس در داخل لوله Z در این حالت برابر است با:

$$V_2 = (h_1 - h'_2)S$$

$$P_2 = H + (h'_3 - h'_2)$$

با دیگر پیچها را باز می کنیم و دو سطح میوه را در لوله های Z و C یکسان می گیریم. و این سطح مشترک را توسط خط کش خوانده و یادداشت می کنیم. (h''_2 که در اینجا 703.75mm) فشار و مجم هوای ممبوس در لوله Z در این حالت برابر است با

$$V_3 = (h_1 - h''_2)S$$

$$P_3 = H$$

با استفاده از رابطه یک و مقادیر بدست آمده قانون بویل-ماریت را تمقیق می کنیم.

تذکره: آزمایش زمانی (ضایت بفش است که در تمام طول آزمایش دمای ممیط مخزن Z ثابت بماند، که در اینجا 22°C است.

$$V_1 = (h_1 - h_2)S = (901.30 - 705.60) \times 10^2 = 19570 \text{ mm}^3$$

$$V_2 = (h_1 - h_2')S = (901.60 - 685.55) \times 10^2 = 21605 \text{ mm}^3$$

$$V_3 = (h_1 - h_2'')S = (901.30 - 695.30) \times 10^2 = 20600 \text{ mm}^3$$

$$P_1 = H + (h_3 - h_2) = 661.25 + (740.10 - 705.60) = 695.75 \text{ mmHg}$$

$$P_2 = H + (h_3' - h_2') = 661.25 + (665.50 - 687.55) = 639.20 \text{ mmHg}$$

$$P_3 = H = 661.25 \text{ mmHg}$$

$\Rightarrow$

$$P_1 V_1 = 695.75 \times 19570 = 13615827.50 [\text{mmHg} \times \text{mm}^3]$$

$$P_2 V_2 = 639.20 \times 21605 = 13809916.00 [\text{mmHg} \times \text{mm}^3]$$

$$P_3 V_3 = 661.25 \times 20600 = 13621750.00 [\text{mmHg} \times \text{mm}^3]$$

می بینیم که این حاصلضرب تقریباً ثابت است و اختلاف موجود به خاطر خطاهای اندازه گیری در آزمایش می باشد.

قوانین گیلوساک:

هر گاه حجم گازی را ثابت نگه داشته، آنرا گرم کنیم، فشار آن افزایش می یابد. اگر فشار گاز در دماهای t_1, t_2 به ترتیب

P_1, P_2 باشد، رابطه زیر برقرار است:

$$\beta = \frac{\Delta P}{P_0 \Delta t} = \frac{(P_2 - P_1)}{P_0 (t_2 - t_1)}$$

که P_0 فشار گاز در ۰ درجه و β ضریب ازدیاد فشار گاز در حجم ثابت است. می دانیم که بین P, P_0 رابطه زیر برقرار است:

$$P = P_0 (1 + \beta t)$$

پس:

$$\beta = \frac{P_2 - P_1}{P_1 t_2 - P_2 t_1}$$

هر گاه فشار گازی را ثابت نگه داشته، آنرا گرم کنیم، حجم آن افزایش می یابد. اگر حجم گاز در دماهای t_1, t_2 به ترتیب

V_1, V_2 باشد، رابطه زیر برقرار است:

$$\alpha = \frac{\Delta V}{V_0 \Delta t} = \frac{(V_2 - V_1)}{V_0 (t_2 - t_1)}$$

که V_0 حجم گاز در ۰ درجه و α ضریب ازدیاد حجم گاز در فشار ثابت است. می دانیم که بین V, V_0 رابطه زیر برقرار است:

$$V = V_0 (1 + \alpha t)$$

پس:

$$\alpha = \frac{V_2 - V_1}{V_1 t_2 - V_2 t_1}$$



آزمایش ۲- قوانین گیلوساک:

ابتدا دقت می کنیم که سطح میوه در دو لوله C و Z یکسان باشد. در این فشار گاز درون مخزن برابر فشار محیط می باشد. دما را از روی دماسنج درون لوله A خوانده، یادداشت می کنیم (t_1 که در اینجا $23^\circ C$ می باشد). اکنون شیر آب متصل به لوله A را باز می کنیم تا آب شبکه به درون لوله جاری شود. مدتی صبر می کنیم تا دمای آب ثابت بماند. مخزن C را آنقدر تغییر می دهیم تا سطح میوه درون مخزن Z مجدداً روی عدد h_2'' قرار گیرد (مجم ثابت). آنگاه دمای جدید (t_2 که در اینجا $17^\circ C$) و ارتفاع میوه را درون مخزن C یادداشت می کنیم. (h_3'' که در اینجا $676.45mm$). در دماهای t_2, t_1 فشار های هوا عبارتند از:

$$P_1 = H$$

$$P_2 = H + (h_3'' - h_2'')$$

مال β را مناسبه می کنیم:

$$P_1 = 661.25mmHg$$

$$P_2 = 642.40mmHg$$

$$\beta = \frac{P_2 - P_1}{P_1 t_2 - P_2 t_1}$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{642.40 - 661.25}{661.25 \times 17 - 642.40 \times 23} = 5.33397 \times 10^{-3} \frac{1}{^\circ C}$$

در همین مال که آب درون لوله جریان دارد سطوح میوه را در دو لوله C و Z یکسان می کنیم (فشار ثابت). و ارتفاع

مربوطه را یادداشت می کنیم (h_4' که در اینجا $708.95mm$). حجم گاز در دمای t_1 عبارت است از:

$$V_1 = (h_1 - h_2'')S$$

$$V_2 = (h_1 - h_4')S$$

مال α را بدست می آوریم:

$$V_1 = (901.30 - 695.30) \times 100 = 20600mm^3$$

$$V_2 = (901.30 - 700.30) \times 100 = 20100mm^3$$

$$\alpha = \frac{V_2 - V_1}{V_1 t_2 - V_2 t_1}$$

$\Rightarrow$

$$\alpha = \frac{20100 - 20600}{20600 \times 17 - 20100 \times 23} = 4.46030 \times 10^{-3} \frac{1}{^\circ C}$$

فرمول ماریوت-گیلوساک:

اگر حجم، فشار و درجه حرارت مطلق گازی به ترتیب T, P, V باشد، رابطه زیر برقرار است:

$$PV = \frac{m}{M} RT$$

R عدد ثابت گازهای کامل، m جرم گاز و M جرم مولکولی گاز می باشد.

مماسبه R:

m (جرم هوای موجود در مخزن) از رابطه زیر بدست می آید:

$$m = \frac{a_0 P V d}{P_0 (1 + \alpha t)}$$

که داریم:

$$P_0 = 760 \text{ mmHg}, d = 1, M = 30 \text{ gr}, a_0 = 1.293 \text{ gr/lit}$$

دقت میکنیم که چون ضریب a_0 بر حسب lit است ما نیز حجم گاز را به lit تبدیل کردیم ($V = 20100 \times 10^{-6} \text{ lit}$)

$\Rightarrow$

$$m = \frac{1.293 \times 642.40 \times 20100 \times 10^{-6} \times 1}{760(1 + 4.46030 \times 10^{-3} \times 17)} = 0.02042 \text{ gr}$$

پس داریم:

$$R = \frac{PVM}{mT} = \frac{PVM}{m(t + 273.15)} = \frac{6442.40 \times 20100 \times 30}{0.02042(17 + 273.15)} = 655672404.1 \frac{\text{mmHg} \cdot \text{mm}^3}{^\circ\text{C}}$$

جواب فواسته (۱)

$$P = P_0(1 + \beta t)$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{\frac{P_1}{P_0} - 1}{t_1} = \frac{P_1 - P_0}{P_0 t_1}$$

از طرفی داریم:

$$\beta = \frac{(P_2 - P_1)}{P_0(t_2 - t_1)} \Rightarrow$$

$$\frac{P_1 - P_0}{P_0 t_1} = \frac{(P_2 - P_1)}{P_0(t_2 - t_1)} \Rightarrow$$

$$\frac{P_1 - P_0}{t_1} = \frac{(P_2 - P_1)}{(t_2 - t_1)} \Rightarrow$$

$$P_1 t_2 - P_1 t_1 - P_0 t_2 + P_0 t_1 = P_2 t_1 - P_1 t_1 \Rightarrow$$

$$P_1 t_2 - P_2 t_1 = P_0(t_2 - t_1)$$

$\Rightarrow$

$$\beta = \frac{(P_2 - P_1)}{P_1 t_2 - P_2 t_1}$$

مال برای α داریم:

$$V = V_0(1 + \alpha t)$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\frac{V_1}{V_0} - 1}{t_1} = \frac{V_1 - V_0}{V_0 t_1}$$



از طرفی داریم:

$$\alpha = \frac{(V_2 - V_1)}{V_0(t_2 - t_1)} \Rightarrow$$

$$\frac{V_1 - V_0}{V_0 t_1} = \frac{(V_2 - V_1)}{V_0(t_2 - t_1)} \Rightarrow$$

$$\frac{V_1 - V_0}{t_1} = \frac{(V_2 - V_1)}{(t_2 - t_1)} \Rightarrow$$

$$V_1 t_2 - V_1 t_1 - V_0 t_2 + V_0 t_1 = V_2 t_1 - V_1 t_1 \Rightarrow$$

$$V_1 t_2 - V_2 t_1 = V_0(t_2 - t_1)$$

$$\Rightarrow$$

$$\alpha = \frac{(V_2 - V_1)}{V_1 t_2 - V_2 t_1}$$

فواسته (۲)

اندازه گیری فضای مماسبات α, β :

β را می توان تابعی از P_1, P_2, t_1, t_2 دانست. پس:

$$|d\beta| = \left| \frac{\partial \beta}{\partial t_1} dt_1 \right| + \left| \frac{\partial \beta}{\partial t_2} dt_2 \right| + \left| \frac{\partial \beta}{\partial P_1} dP_1 \right| + \left| \frac{\partial \beta}{\partial P_2} dP_2 \right| \Rightarrow$$

$$|\Delta \beta| = \left| \frac{\partial \beta}{\partial t_1} \Delta t_1 \right| + \left| \frac{\partial \beta}{\partial t_2} \Delta t_2 \right| + \left| \frac{\partial \beta}{\partial P_1} \Delta P_1 \right| + \left| \frac{\partial \beta}{\partial P_2} \Delta P_2 \right| \Rightarrow$$

$$|\Delta \beta| = \left| \frac{P_2(P_2 - P_1)}{(P_1 t_2 - P_2 t_1)^2} \Delta t_1 \right| + \left| \frac{-P_1(P_2 - P_1)}{(P_1 t_2 - P_2 t_1)^2} \Delta t_2 \right| + \left| \frac{P_2(t_1 - t_2)}{(P_1 t_2 - P_2 t_1)^2} \Delta P_1 \right| + \left| \frac{-P_1(t_1 - t_2)}{(P_1 t_2 - P_2 t_1)^2} \Delta P_2 \right|$$

که داریم:

$$\Delta t_{1,2} = \frac{1}{2}^\circ C$$

برای بدست آوردن ΔP باید این فضا ها را از (روی تابع آن مناسبه کرد) که خود P تابعی از اختلاف ارتفاع ها و فشار محیط است)

$$|\Delta P_1| = \left| \frac{\partial P}{\partial H} \Delta H \right| = 1 \times \Delta H$$

و از طرفی داریم:

$$\Delta H = \frac{0.05}{2} = 0.025 mmHg$$

پس:

$$\Delta P_1 = 0.025 \text{ mmHg}$$

و برای P_2 داریم:

$$|\Delta P_2| = \left| \frac{\partial P_2}{\partial H} \Delta H \right| + \left| \frac{\partial P_2}{\partial h_3''} \Delta h_3'' \right| + \left| \frac{\partial P_2}{\partial h_2''} \Delta h_2'' \right| \Rightarrow$$

$$|\Delta P_2| = |1 \times \Delta H| + |1 \times \Delta h_3''| + |-1 \times \Delta h_2''|$$

و از طرفی داریم:

$$\Delta h_{2,3}'' = \frac{0.05}{2} = 0.025 \text{ mm}$$

پس:

$$\Delta P_2 = 0.075 \text{ mmHg}$$

حال بر می گیریم به محاسبه $\Delta \beta$:

$$|\Delta \beta| = \left| \frac{P_2(P_2 - P_1)}{(P_1 t_2 - P_2 t_1)^2} \Delta t_1 \right| + \left| \frac{-P_1(P_2 - P_1)}{(P_1 t_2 - P_2 t_1)^2} \Delta t_2 \right| + \left| \frac{P_2(t_1 - t_2)}{(P_1 t_2 - P_2 t_1)^2} \Delta P_1 \right| + \left| \frac{-P_1(t_1 - t_2)}{(P_1 t_2 - P_2 t_1)^2} \Delta P_2 \right| \Rightarrow$$

$$|\Delta \beta| = |-0.0004848| + |0.0004990| + |0.0000077| + |-0.0000238| \Rightarrow$$

$$\Delta \beta = 1.0153 \times 10^{-3} \frac{1}{^\circ \text{C}}$$

و خطای نسبی برابر است با:

$$\frac{\Delta \beta}{\beta} = 0.190346$$

پس:

$$\beta = (5 \pm 1) \times 10^{-3} \frac{1}{^\circ \text{C}}$$

و برای α داریم:

$$|d\alpha| = \left| \frac{\partial \alpha}{\partial t_1} dt_1 \right| + \left| \frac{\partial \alpha}{\partial t_2} dt_2 \right| + \left| \frac{\partial \alpha}{\partial P_1} dP_1 \right| + \left| \frac{\partial \alpha}{\partial P_2} dP_2 \right| \Rightarrow$$

$$|\Delta \alpha| = \left| \frac{\partial \alpha}{\partial t_1} \Delta t_1 \right| + \left| \frac{\partial \alpha}{\partial t_2} \Delta t_2 \right| + \left| \frac{\partial \alpha}{\partial P_1} \Delta P_1 \right| + \left| \frac{\partial \alpha}{\partial P_2} \Delta P_2 \right| \Rightarrow$$

$$|\Delta \alpha| = \left| \frac{V_2(V_2 - V_1)}{(V_1 t_2 - V_2 t_1)^2} \Delta t_1 \right| + \left| \frac{-V_1(V_2 - V_1)}{(V_1 t_2 - V_2 t_1)^2} \Delta t_2 \right| + \left| \frac{V_2(t_1 - t_2)}{(V_1 t_2 - V_2 t_1)^2} \Delta V_1 \right| + \left| \frac{-V_1(t_1 - t_2)}{(V_1 t_2 - V_2 t_1)^2} \Delta V_2 \right|$$

و از طرفی (به همان روش بالا):

$$\Delta V_{1,2} = 0.05 \text{ mm}^3$$

پس:

$$|\Delta\alpha| = |-0.0003999| + |0.0004098| + |0.0000005| + |-0.0000005| \Rightarrow$$

$$\Delta\alpha = 0.8107 \times 10^{-3} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

و برای خطای نسبی آن داریم:

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = 0.1817590$$

پس:

$$\alpha = (4 \pm 1) \times 10^{-3} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

اما سوال مطرح شده در درس که چرا دقت کاتنو متر ۰.۰۵ میلی متر است :

علت این است که خط کش روی میله قائم تا 1mm است و و ورنیه ای که روی آن می لغزد ۲۰ قسمت شده است پس هر میلی متر به ۲۰ قسمت تقسیم شده است.

$$(1/20) * 1 = 0.05\text{mm}$$