

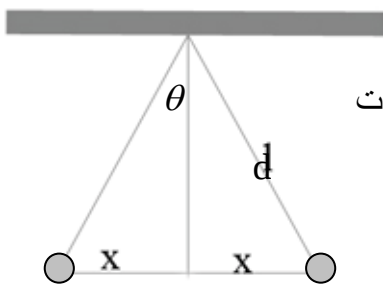
آونگ ساده (بخش ۱)

در طبیعت حرکت های تناوبی بیشماری دیده میشود. حرکت رفت و برگشت پاندول ساعت ، حرکت نوسانی دستگاه جرم و فنر، ضربان قلب و گردش زمین به دور خود و خورشید مواردی از حرکت تناوبی یا همان نوسانی هستند. وجه اشتراک تمام حرکت های تناوبی نیرویی بازگرداننده است که پس از خارج شدن جسم از وضع تعادل سعی دارد جسم را به وضع اولیه برگرداند.

آونگ ساده یکی از وسایلی است که دارای حرکت تناوبی میباشد. آونگ ساده را این طور تعریف میکنند: جرمی نقطه ای که به یک ریسمان بی جرم و ناکشسان متصل است و خود ریسمان به نقطه ای محکم شده است.

اگر زاویه انحراف آونگ از حالت عمودی کمتر از ۶ درجه باشد داریم: $\sin \theta \approx \theta = \frac{x}{d}$ (۱-۱)

شکل ۱-۱



x مقدار انحراف از خط عمودی یا همان دامنه و d طول نقطه آویز تا مرکز جرم

جسم است. چون مقدار θ را کمتر از ۶ درجه انتخاب کردیم حرکت آونگ تقریباً

بر روی خط راست انجام میشود و به حرکت نوسانی نزدیکتر میشود. در این صورت

بازگرداننده آونگ که تقریباً در راستای افقی است برابر با $F = mg \sin \theta$ (۱-۲)

میشود و با توجه به رابطه ۱-۱ داریم $F = -mg \frac{x}{d}$ (۱-۳) در رابطه ۱-۱ چون

جهت نیروی بازگرداننده با علامت مکان جسم قرینه هم هستند سمت راست رابطه ۱-۱ را در یک منفی ضرب

کردیم. از طرفی نیروی بازگرداننده در حرکت نوسانی برابر با رابطه $F = -m\omega^2 x$ (۱-۴) نیز است. از مساوی

قرار دادن روابط ۱-۳ و ۱-۴ داریم $\omega = \sqrt{\frac{g}{d}}$ (۱-۵) و چون $\omega = \frac{2\pi}{T}$ (۱-۶) داریم $T = 2\pi \sqrt{\frac{d}{g}}$ (۱-۷). بنابراین

دوره تناوب آونگ ساده برابر با رابطه ۱-۷ میباشد.

هر آونگی از جمله آونگ ساده حالت خاصی از آونگ فیزیکی است دوره نوسان آونگ فیزیکی از رابطه

$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}$ (۱-۸) بدست می آید. که در آن I لختی دورانی یا لختی چرخشی است و d فاصله نقطه آویز یعنی

نقطه ای که ریسمان به آن محکم شده تا مرکز جرم جسم میباشد. M جرم جسم و g شتاب گرانش است. اگر آونگ

فیزیکی همان آونگ ساده باشد انگاه لختی چرخشی جسم که از رابطه $I = mr^2$ (۱-۹) بدست می آید برابر با md^2

میشود که اگر در رابطه ۱-۸ قرار دهیم میبینیم که رابطه ۱-۸ به رابطه ۱-۷ تبدیل میشود. در رابطه ۱-۹ فاصله

جسم تا محور دوران است که در اینجا برای آونگ ساده برابر با d است.

اثبات رابطه ۱-۸:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \Rightarrow \tau = r \times F \times \sin \theta \Rightarrow (r \times \sin \theta)mg = -mg \times d \times \sin \theta \Rightarrow \text{رابطه ۱-۱} \Rightarrow mg \times d \times \theta$$

$$\tau = I\alpha = I \frac{d^2 \theta}{dt^2} \Rightarrow I \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -mg \times d \times \theta$$

گشتاور نیرو از دو رابطه $\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$ (۱-۱۰) و $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ (۱-۱۱) بدست می آید. رابطه ۱-۱۱ ضرب خارجی بردار

نیرو در بردار مکان جسم نسبت به محور دوران در صفحه ای که جسم در آن دوران میکند است. گشتاور نیرو را از رابطه ۱-۱۱ حساب کردیم و با رابطه ۱-۱۰ مساوی قرار دادیم. از مقایسه با نیروی فنر داریم:

$$I \leftrightarrow m \text{ و } m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} \leftrightarrow \frac{d^2 \theta}{dt^2} \text{ و } mg \leftrightarrow k \text{ و } \theta \leftrightarrow x$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

اگر رابطه ۷-۱ را برای g حل کنیم و از آن لگاریتم طبیعی بگیریم و سپس از آن مشتق گرفته و در آخر تمام منفی

$$\Delta g = g \left(\frac{2\Delta T}{T} + \frac{\Delta d}{d} \right) \quad (1-12) \text{ اید. بنابراین داریم:}$$

آزمایش (بخش ۲)

برای محاسبه شتاب گرانش مطابق جدول ۱-۲ آونگ را با d های متفاوت و دامنه یکسان ۲ سانتیمتر به نوسان در می آوریم و زمان ۲۰ نوسان را اندازه میگیریم و سپس زمان یک نوسان را بدست می آوریم و از آنجا شتاب گرانش برای هر بار آزمایش را بدست می آوریم و سپس از آن میانگین میگیریم. برای تعیین خطای مطلق زمان d را برابر با یک طول مشخص به عنوان مثال ۱۰۰ سانتیمتر میگیریم و ۷ بار مدت زمان ۲۰ نوسان را اندازه میگیریم و سپس زمان یک نوسان را بدست می آوریم و میانگین میگیریم و خطای مطلق هر بار را حساب میکنیم و سرانجام از این خطاهای مطلق زمان میانگین میگیریم. سپس برای هر باز آزمایش با d متفاوت خطای مطلق شتاب گرانش را حساب کرده در آخر میانگین میگیریم.

شماره آزمایش	d (cm)	T (s) ۲۰	T _m (s)	g (m/s ^۲)
۱	۲۵/۰	۲۰/۰۳	۱/۰۰	۹/۸۷
		۲۰/۰۹		
۲	۳۰/۰	۲۱/۴۲	۱/۰۷	۱۰/۳
		۲۱/۴۶		
۳	۸۰/۰	۳۵/۶۵	۱/۷۹	۹/۸۷
		۳۵/۸۷		
۴	۱۰۰/۰	۴۰/۰۰	۲/۰۰	۹/۸۷۰
		۳۹/۹۷		
۵	۱۲۰/۰	۴۳/۶۹	۲/۱۸	۹/۹۶۸
		۴۳/۷۱		

جدول ۱-۲

در آزمایش شماره ۲ چون مقدار شتاب گرانش بدست آمده با مقادیر بدست آمده از دیگر آزمایشها تفاوت بیشتری

دارد، در میانگین گیری از g وارد نکردیم. میانگین g از آزمایشهای ۱ تا ۵ بجز آزمایش ۲ مقدار 9.89 m/s^2 بدست آمد. در ضمن T_m نماد میانگین زمان یک نوسان است.

شماره آزمایش	d (cm)	T (s)	T_m (s)	ΔT (s)
۱	۱۰۰/۰	۳۹/۹۰	۲/۰۰	۰
۲	۱۰۰/۰	۴۰/۰۹	۲/۰۰	۰
۳	۱۰۰/۰	۳۹/۶۳	۱/۹۸	2×10^{-2}
۴	۱۰۰/۰	۴۰/۰۴	۲/۰۰	۰
۵	۱۰۰/۰	۳۹/۹۷	۲/۰۰	۰
۶	۱۰۰/۰	۴۰/۰۰	۲/۰۰	۰
میانگین			۲/۰۰	3×10^{-3}

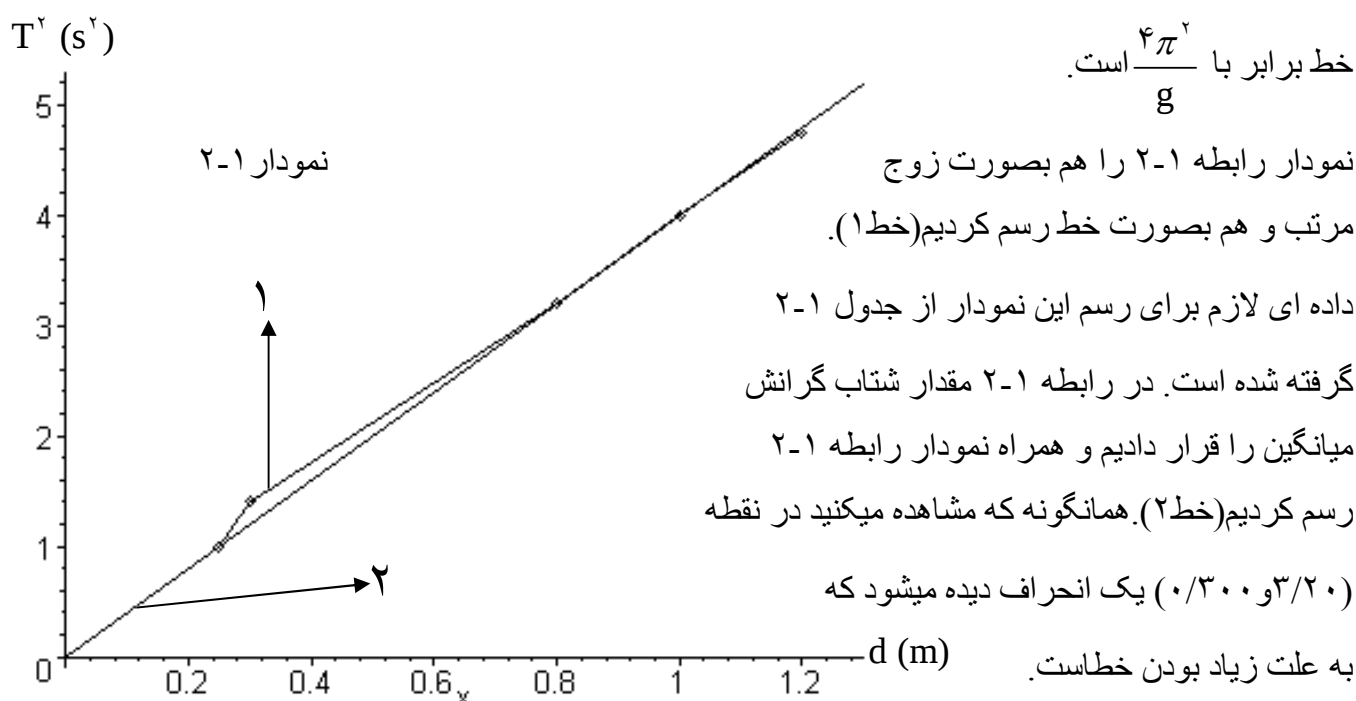
جدول ۲-۲

چون میانگین خطای مطلق زمان از دقت زمانسنج استفاده کمتر است دقت زمانسنج را برابر با خطای مطلق زمان میگیریم. دقت زمانسنجی که ما استفاده کردیم 0.02 ثانیه است و مقدار خطای مطلق طول برابر با 10^{-3} متر میباشد. اکنون خطای مطلق شتاب گرانش هر آزمایش جدول ۲-۱ را حساب میکنیم. توجه کنید چون خطای آزمایش در آزمایش شماره ۲ از جدول ۲-۱ زیاد است نتیجه این آزمایش را کنار گذاشته ایم.

شماره آزمایش	T_m (s)	Δg (m/s^2)
۱	۱/۰۰	$4/4 \times 10^{-1}$
۳	۱/۷۹	$2/3 \times 10^{-1}$
۴	۲/۰۰	$2/1 \times 10^{-1}$
۵	۲/۱۸	$1/9 \times 10^{-1}$
میانگین		$2/7 \times 10^{-1}$

جدول ۲-۳

اکنون نمودار $(2-1) T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \times d$ را رسم میکنیم می کنیم که در آن مجذور زمان بر حسب d است. شیب این



آونگ کاتر (بخش ۳)

به دلیل عدم دقت کافی در اندازه گیری طول آونگ ساده ، در آزمایشگاه ها برای تعیین شتاب گرانش به جای آونگ ساده از آونگ مرکب استفاده میکنند و طول آونگ ساده همزمان با آن را بکار میبرند. این روش برای نخستین بار در سال ۱۸۱۸ بوسیله کاتر بکار رفت.

همانگونه که دیدید دوره آونگ فیزیکی که حول محوری که در فاصله a از مرکز جرم واقع شده است برابر با رابطه ۸-۱ است. لختی چرخشی آونگ نسبت به محور آویز را میتوان به صورت زیر نوشت

$$I = I_G + Ma^2 \quad (3-1)$$

مطابق شکل ۳-۱ در این رابطه I_G لختی چرخشی آونگ نسبت به محور Δ' است که از

مرکز جرم گذشته و موازی محور Δ میباشد و Ma^2 لختی چرخشی نقطه ای است نسبت به محور Δ به طوری که آن نقطه در مرکز جرم واقع شده و جرم آن برابر جرم آونگ است. $I_G = MK^2$ نشان میدهند. K را شعاع چرخش یا شعاع ژیراسیون گویند. بنابراین با گذاشتن رابطه ۳-۱ بجای I در رابطه ۸-۱ داریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{MK^2 + Ma^2}{Mga}} = 2\pi \sqrt{\frac{K^2 + a^2}{ag}} \quad (3-2)$$

طول آونگ ساده که دوره نوسان آن مساوی دوره نوسان T این آونگ باشد بطول آونگ ساده همزمان با آونگ ساده

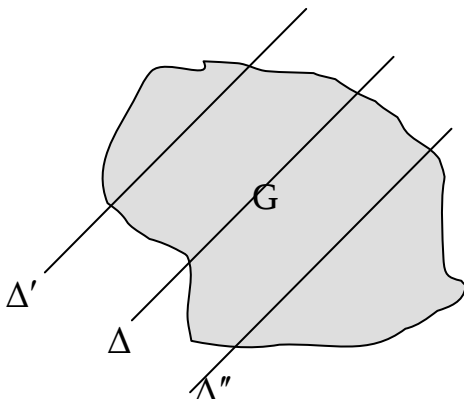
$$\text{مرسوم است و مقدار آن برابر است با } d = \frac{a^2 + K^2}{a} = a + \frac{K^2}{a} \quad (3-3)$$

اگر در طرف دیگر آونگ ، محور Δ''

را طوری انتخاب کنیم که Δ و Δ'' به موازات هم و در صفحه ای شامل G باشند و زمان نوسان آونگ حول این دو محور با یکدیگر برابر باشند در صورت نشان دادن فاصله محور Δ'' تا مرکز جرم با d' میتوان نوشت:

$$I = a + \frac{K^2}{a} = a' + \frac{K^2}{a'} \quad (3-4) \quad \text{یا } K^2 \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a'} \right) = a' - a \quad (3-5) \quad \text{در نتیجه } aa' = K^2 \quad (3-6) \quad \text{و } d = a + a' \quad (3-7)$$

بنابراین هرگاه آونگ حول دو محور موازی واقع در دو طرف مرکز جرم و به فاصله های غیر مساوی از آن به نوسان درآید و دوره حرکت برای هر دو یکسان باشد ، فاصله دو محور را طول آونگ ساده همزمان با آونگ مرکب گویند به شرط اینکه مرکز جرم روی صفحه ای باشد که از دو محور میگذرد. در این صورت یکی از محورها را محور آویز و دیگری را محور نوسان گویند. برای پیدا کردن طول آونگ ساده همزمان با آونگ مرکب ، آونگ را حول دو تیغه که به منزله محورها هستند به نوسان در می آورند و موقعی که مرکز جرم به یک فاصله از دو محور نیست و دوره نوسان در دو حالت مساوی میشود ، فاصله دو تیغه مقدار مطلوب است.



شکل ۳-۱

آزمایش (بخش ۴)

آونگ کاتر از یک میله و دو وزنه که به این میله متصل اند و یک سه پایه تشکیل شده است. فاصله دو تیغه در این آونگ برابر با یک متر است. یک تیغه را A و تیغه دیگر را B مینامیم و همچنین یک وزنه را a و وزنه دیگر را b نامگذاری میکنیم. وزنه b را ثابت نگه میداریم و فاصله وزنه a را از تیغه A که به آن نزدیکتر از تیغه B است را تغییر میدهیم و در هر بار تغییر دوره نوسان آونگ از تیغه A و B را اندازه میگیریم. توجه داشته باشید که وزنه b را به فاصله ۲۳ سانتیمتری تیغه B قرار میدهیم و مکان آن را دیگر تغییر نمیدهیم. فاصله وزنه a را مطابق جدول ۴-۱ از تیغه A تغییر میدهیم و هربار مدت زمان ۲۰ نوسان را بدست می آوریم. جاییکه دوره دو نوسان از تیغه A و B با هم برابر باشد آزمایش پایان یافته و از آن دوره نوسانی که حول تیغه A و B یکی است برای یافتن شتاب گرانش استفاده میکنیم. بهتر است در فاصله هایی که فکر میکنیم دوره نوسان حول دو تیغه یکی است مدت زمان ۳۰ نوسان یا بیشتر را اندازه بگیریم و فاصله وزنه a از تیغه A را در حد سانتیمتر تغییر دهیم. پس از انجام آزمایش نتایج زیر بدست آمد.

شماره آزمایش	ba (cm)	$t_a = 20 \cdot T_a$ (s)	$t_b = 20 \cdot T_b$ (s)	T_a (s)	T_b (s)	T_m (s)	$\Delta T_{a,b}$ (s)	g (m/s ^۲)
۱	۹/۵	۶۰/۲۵	۶۰/۱۹	۲/۰۰۸	۲/۰۰۶	۲/۰۰۷	2×10^{-3}	۹/۸۰۱
۲	۱۰	۵۹/۹۰	۵۹/۹۷	۱/۹۹۷	۱/۹۹۹	۱/۹۹۸	2×10^{-3}	۹/۸۸۹
۳	۱۰/۵	۶۰/۰۳	۶۰/۱۰	۲/۰۰۱	۲/۰۰۳	۲/۰۰۲	2×10^{-3}	۹/۸۵۰
۴	۱۸	۴۰/۶۵	۴۰/۸۱	۲/۰۳۲	۲/۰۴۱	۲/۰۳۶	9×10^{-3}	۹/۵۲۴
۵	۲۲	۵۸/۲۵	۵۷/۶۹	۱/۹۴۲	۱/۹۲۳	۱/۹۳۲	19×10^{-3}	۱۰/۵۸
۶	۲۴	۴۰/۰۷	۴۰/۴۱	۲/۰۰۴	۲/۰۲۰	۲/۰۱۲	16×10^{-3}	۹/۷۵۲
۷	۲۵	۵۷/۹۶	۵۷/۰۳	۱/۹۳۲	۱/۹۰۱	۱/۹۱۶	31×10^{-3}	۱۰/۹۲
۸	۲۷	۵۷/۸۱	۵۶/۹۴	۱/۹۲۷	۱/۸۹۸	۱/۹۱۲	29×10^{-3}	۱۰/۸۰
۹	۳۰	۳۹/۸۸	۳۹/۵۹	۱/۹۹۴	۱/۹۸۰	۱/۹۸۷	14×10^{-3}	۱۰/۰۰
۱۰	۳۶	۳۹/۵۰	۳۹/۱۲	۱/۹۷۵	۱/۹۵۶	۱/۹۶۶	19×10^{-3}	۹/۹۰۹
۱۱	۴۲	۳۹/۴۰	۳۸/۸۰	۱/۹۷۳	۱/۹۴۰	۱/۹۵۶	33×10^{-3}	۱۰/۳۲

جدول ۴-۱

مقدار شتاب گرانش را برای هر آزمایش حساب کردیم. همانطور که میبینید با افزایش اختلاف دوره نوسان حول دو تیغه، مقدار شتاب گرانش بدست آمده از میانگین t_a و t_b ، اختلاف بیشتری نسبت به مقدار حقیقی دارد. t_a دوره نوسان حول تیغه A و t_b دوره نوسان حول تیغه B است.

چون اختلاف t_a و t_b یعنی $\Delta T_{a,b}$ در $ba=9/5$ که همان فاصله وزنه a از تیغه A است بدون گرد کردن از همه ba ها از جمله فاصله های ۱۰ و ۱۰/۵ سانتیمتری کمتر است. با استفاده از میانگین t_a و t_b بدست آمده از این فاصله مقدار شتاب گرانش را بدست می آوریم. برای مقایسه شتاب گرانش سایر ba ها را نیز بدست آوردیم و همانگونه که معلوم است مقدار شتاب گرانش مربوط به این فاصله از همه دقیقتر است.

این متن توسط یاشار نوشته شده است.

وبلاگ من www.elektron.blogsky.com

هر گونه برداشت از این نوشته باید با اشاره به آدرس
وبلاگ صورت گیرد.