

دینامیک گازها

□ □ □ □ □ □ □ □

سیف الله سعدالدین



اصول دینامیک سیالات

1 1 مقدمه

دینامیک گازها علمی است که به بررسی حرکت جریانهای سیالات تراکم پذیر، خصوصاً گازها، می پردازد و یک شاخه ای از علم جامع دینامیک سیالات می باشد. فرق اساسی دینامیک گازها و دینامیک سیالات در این است که دینامیک گازها به جریانهایی مربوط می شود که تغییر در دانسیته در اثر حرکت سیال در مقایسه با دانسیته آن در حالت سکون قابل توجه باشد. دینامیک گازها اصول و مفاهیم متعددی از شاخه های مختلف علوم، نظیر مکانیک، ترمودینامیک، هوافضا و سینتیک شیمیایی را به هم مربوط می سازد. در مطالعه حرکت سیالات تراکم پذیر چهار اصل اساسی استفاده زیادی دارند که عبارتند از:

1 قانون بقای جرم یا معادله پیوستگی

2 قانون بقای ممنتوم یا قانون دوم نیوتن

3 قانون اول ترمودینامیک یا معادله انرژی

4 قانون دوم ترمودینامیک

این قوانین وابسته به خواص یک سیال خاص نمی باشند. بنابراین جهت بررسی حرکت یک نوع خاصی از سیال لازم است که علاوه بر این اصول اساسی از اصول کمکی مانند معادله حالت گاز کامل نیز استفاده نمود.

دو بخش اول کتاب به مرور مفاهیم اساسی دینامیک سیالات و ترمودینامیک اختصاص داده شده است. در این بخش مرور مختصری بر طبقه بندی مواد، مفهوم پیوستگی، خواص پیوستگی، توصیف یک پیوستگی، طبقه بندی جریان سیال و کاربرد قوانین بقای جرم و ممنتوم در یک ماده و یا در یک حجم کنترل انجام شده است.

1 2 جامدات و مایعات

ماده به صورت ایده ال به دو گروه جامدات و سیالات طبقه بندی می شود. این طبقه بندی به سهولت در ایجاد تغییر شکل در مواد بدلیل مقادیر مختلف نیروهای جاذبه بین مولکولی موثر بر آنها بستگی دارد.

جامد حالتی از ماده است که موقعیت نسبی ملکولها بدیل نیروهای بسیار زیاد جاذبه بین مولکولی ثابت می‌باشند. به همین دلیل جامدات دارای شکل و حجم محدود و مشخصی می‌باشند. شکل و حجم یک جسم جامد تنها وقتی می‌تواند به مقدار بسیار کم تغییر کند که مقدار زیادی نیروی خارجی بر آن اثر کند.

کلمه سیال که ریشه لاتین آن fluidus می‌باشد، به معنی ماده‌ای است که موقعیت های نسبی ملکولهای آن براحتی تغییر می‌کنند. نیروهای کشش بین ملکولی در سیالات بسیار ضعیفتر از جامدات هستند. بنابراین موقعیت های نسبی ملکولها در آن براحتی تغییر می‌کند. سیالات با توجه به مقدار نیروهای جاذبه بین ملکولی آنها به دو گروه مایعات و گازها طبقه بندی می‌شوند. مایع حالتی از ماده است که موقعیت نسبی ملکولهای آن با توجه به نیروهای کشش بین ملکولی محیط بطور آزادانه تغییر می‌کند. بدین دلیل مایعات شکل معینی ندارند، اما دارای حجم معینی هستند. به همین ترتیب وقتی نیروهای خارجی با مقدار ناچیز بر مایعات اثر کنند موقعیت نسبی ملکولهای آن ممکن است به مقدار زیادی تغییر کند، اگر چه حجم مایع نسبتاً ثابت می‌ماند.

گاز حالتی از ماده است که ملکولهای آن بدلیل نیروهای کشش بسیار ناچیز بین آنها عملاً محدودیت حرکتی ندارند، بنابراین گازها دارای حجم و شکل معینی نیستند. به عنوان یک نتیجه‌گیری مستقیم از این موضوع می‌توان گفت که فضای بین ملکولهای گاز با نیروی خارجی بسیار ناچیز تغییر می‌کند تا اینکه کل فضای موجود را به صورت یک نواخت پر کند.

1 3 مفهوم محیط پیوسته

یک گرم گاز از میلیاردها ملکول تشکیل شده است که دارای حرکت و برخوردهای ثابت هستند. کلی‌ترین توصیف حرکت گاز این است که معادلات حرکت برای هر ملکول از آن به طور جداگانه نوشته شود. که از این دیدگاه در مکانیک آماری استفاده می‌شود. اگرچه این روش مزیت هایی دارد اما برای محاسبات عملی بسیار طاقت‌فرسا و حتی غیر ممکن می‌باشد. بعلاوه اطلاعات کمی در مورد نیروهای کشش بین ملکولی در اختیار است.

هرچند برای بیشتر مسائل مهندسی تمایل زیادی بر روی بررسی حرکت تک تک ملکولها نمی‌باشد، بلکه به رفتار کلی گاز به عنوان یک محیط پیوسته توجه می‌شود. درنظر گرفتن یک گاز به عنوان یک محیط پیوسته زمانی معتبر است که کوچکترین حجم آن شامل تعداد ملکولهای کافی برای گرفتن میانگین آماری باشد.

نسبت مسیر آزاد متوسط ملکولی (فاصله متوسط طی شده توسط ملکولها بین دو برخورد متوالی) به یک خاصیت مهم بعد خطی وابسته به میدان سیال، معیار مشخص کننده اعتبار مفهوم محیط پیوسته می‌باشد. این عبارت بی بعد عدد Knudsen K_n نام دارد که به صورت ذیل تعریف می‌گردد.

عبارت محیط پیوسته برای جریانهایی که دارای عدد K_n کمتر از حدود 0/01 هستند بکار می‌رود.

1 4 خواص محیط پیوسته

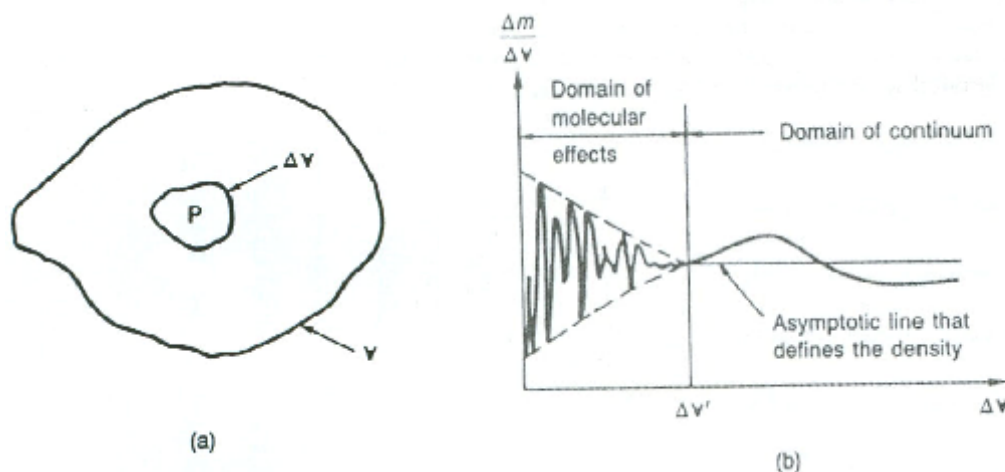
1 4 1 دانسیته جرم

یک سیال با جرم Δm و در یک حجم Δv یک نقطه دلخواه P در یک سیال پیوسته احاطه کرده است، مطابق شکل 1 4a در نظر بگیرید. نسبت $\frac{\Delta m}{\Delta v}$ دانسیته متوسط یک سیال با حجم Δv را نشان می‌دهد. نمودار $\frac{\Delta m}{\Delta v}$ بر حسب Δv که در آن Δv به اندازه نقطه p منقبض و کوچک شده است در شکل 1 4b نشان داده شده است. در ابتدا دانسیته متوسط با همگن شدن سیال، به یک مقدار مجانب میل می‌کند. وقتی که Δv خیلی کوچک شود فقط شامل چند ملکول خواهد شد. بدین دلیل دانسیته متوسط به طرز قابل توجهی نسبت زمان تغییر می‌کند. زیرا مولکول ها گاهی در داخل حجم و گاهی در خارج حجم خواهند بود. حجم مینیمم $\Delta V'$ جهت ارضا شرط پیوستگی معرفی می‌گردد بنابراین به طوری که سیال قرار گرفته در این حجم به عنوان ذره سیال شناخته می‌شود. تعریف دانسته

$$\rho = \lim_{\Delta V' \rightarrow \Delta V''} \frac{\Delta m}{\Delta V} \quad (2-1)$$

$$K_n = \frac{\text{فاصله پخش آزاد مولکولها}}{\text{دامت بد خطی وابسته به میدان سیال}} \quad (1-1)$$

دانسیته یک ماده تابعی از دما و فشار آن ماده می‌باشد. به سیالات با دانسیته ثابت سیالات تراکم‌ناپذیر گفته می‌شود. دانسیته مایعات تنها به مقدار کمی با خواص آن تغییر می‌کند، بنابراین تقریباً ثابت خواهد بود. در نتیجه مایعات سیالات تراکم‌ناپذیر هستند. از آنجا که دانسیته گازها بشدت تحت تاثیر دما و فشار آنها است، بنابراین جزء سیالات تراکم پذیر طبقه‌بندی می‌شوند.



شکل (1 4): تعریف دانسیته جرم

برای یک سیال همگن، دانسیته متوسط جرم به عنوان جرم واحد حجم تعریف می‌شود.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (3-1)$$

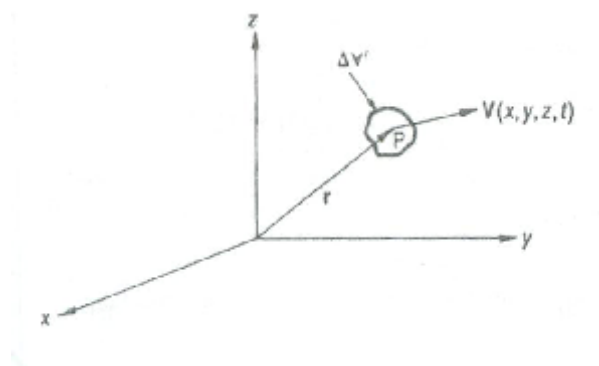
که در سیستم آحاد SI دارای واحد کیلوگرم بر متر مکعب می باشد.

1 4 2 سرعت سیال

سرعت سیال $V(x, y, z, t)$ در نقطه $P(x, y, z, t)$ به عنوان سرعت لحظه ای مرکز جرم حجم $\Delta V'$ تعریف می گردد که بر حسب تعریف داریم:

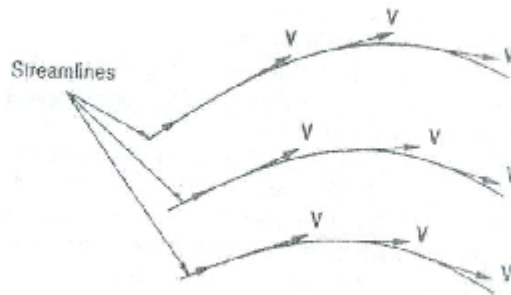
$$V = \frac{\sum_{i=1}^N m_i V_i}{\sum_{i=1}^N m_i} \quad (4-1)$$

که در آن مطابق شکل (1 2) V_i و m_i به ترتیب مشخص کننده جرم و سرعت ملکول i ام و N مشخص کننده تعداد ملکولهای داخل حجم $\Delta V'$ هستند.



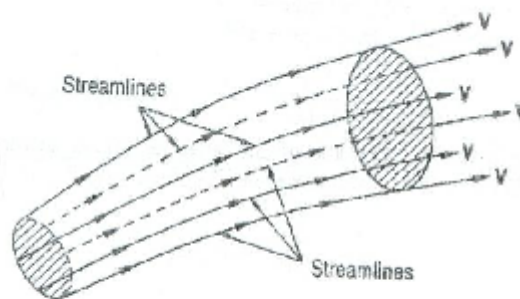
شکل (1 2): تعریف سرعت سیال در یک نقطه

همانگونه که در شکل 1 3 نشان داده شده است، خطوط جریان خطوط فرضی هستند که در میدان جریان طوری رسم می گردند که در هر لحظه از زمان مماس بر جهت جریان یا بردار سرعت و در هر نقطه از میدان جریان باشند.



شکل (1 3): خطوط جریان

از آنجایی که خطوط جریان جهت حرکت را در هر نقطه نشان می‌دهند، بنابراین هیچگونه جریانی عمود بر خط جریان وجود ندارد. به همین دلیل مرزهای ضلب غیرقابل نفوذ جریان سیال بطور طبیعی معروف خطوط جریان می‌باشند. در جریانهای وابسته به زمان، میدان سرعت تابعی از زمان بوده و شکل خطوط جریان از یک لحظه به لحظه بعد تغییر می‌کنند و یک ذره سیال برای یک لحظه بینهایت کوچک قبل از حرکت به سمت خط جریان دیگر از خط جریان عبور می‌کند. موقعیت یک خط جریان در یک لحظه از زمانی به عنوان خط جریان لحظه‌ای نامید می‌شود. دو خط جریان فقط وقتی به هم برخورد می‌کنند که ذره سیال در حال سکون باشد. یک لوله جریان بوسیله مجموعه‌ای از خطوط جریان عبور کننده از یک منحنی بسته ایجاد می‌گردد که مطابق شکل (1 4) با سیال در حال جریان پر می‌شود.

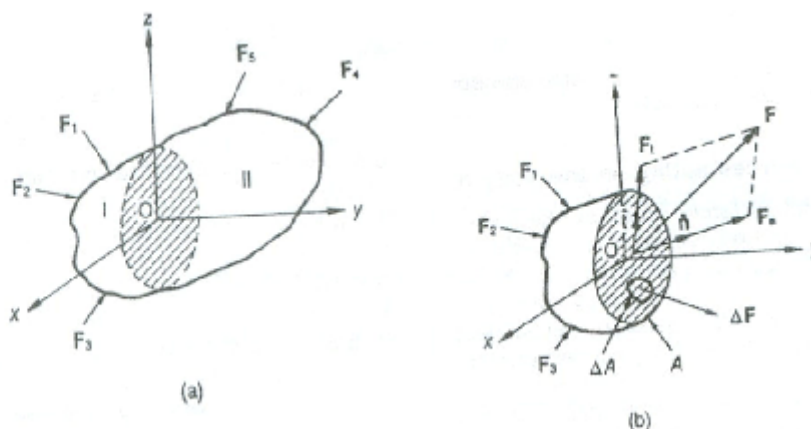


شکل (1 4): یک لوله جریان

همانگونه که مرزهای یک لوله جریان توسط خطوط جریان ایجاد می‌گردند، بنابراین لوله جریال مانند یک لوله صلبی که جریان سیال در آن برقرار است رفتار می‌کند. وقتی که جریان وابسته به زمان باشد، شکل لوله جریان از یک لحظه تا لحظه دیگر تغییر می‌کند گویا اینکه از ذرات سیال دائم تغییر تشکیل شده است. اما وقتی که جریان به زمان وابسته نباشد، یک لوله جریان شبیه به یک لوله واقعی عمل خواهد کرد.

1 4 3 نیروهای موثر بر پیکره سیال

نیروهای خارجی موثر بر حجم سیال به دو گروه نیروهای حجمی و سطحی طبقه‌بندی می‌شوند. نیروی حجمی به کل حجم یک سیال وارد می‌شود و به عنوان نیروی واحد جرم سیال تعریف می‌گردد که شامل نیروهایی است که با میدانهای گرانشی، میدانهای مغناطیسی، میدانهای الکتریکی و غیره ایجاد می‌شوند. یک نیروی سطحی ممکن است از هر جهتی نسبت به سطح یک جسم وارد شود که این نیروها به یک نیروی نرمال عمود بر سطح سیال و یک نیروی مماسی یا برشی موازی با سطح تجزیه می‌شوند. یک محیط پیوسته در تعادل است اگر و فقط اگر برآیند تمام نیروهای وارد بر آن صفر باشد. یک حجم سیال را در یک محیط پیوسته تحت اثر چندین نیروی خارجی مطابق شکل (4a) در نظر بگیرید که این نیروها توسط مواد تشکیل دهنده جسم به نیروهای داخلی تبدیل می‌گردند. با تصور اینکه جسم در امتداد صفحه‌ای که از نقطه O می‌گذرد، هر نقطه از جسم که برش داده شود مطابق شکل 4a می‌توان به نیروهای داخلی دست پیدا کرد.



شکل (4 5): نیروهای داخلی و خارجی موثر بر حجم سیال

از آنجایی که نصف جسم در حال تعادل است، بنابراین برآیند نیروهای داخلی بر روی سطح برش خورده باید مساوی و مخالف برآیند نیروهای خارجی اعمال شده به جسم برش خورده باشد. پس F_1, F_2, F_3 اعمال شده بر روی قسمت I جسم باید با نیروهای داخلی توزیع شده بر روی سطح مقطع A صفحه برش دهنده متعادل گردد. اگر F نشان دهنده برآیند نیروهای داخلی اعمال شده بر روی سطح مقطع باشد، می‌توان آنرا به مولفه‌های ذیل تجزیه نمود:

$$F = F_n \hat{n} + F_t \hat{t} \quad (5-1)$$

که در آن F_n و F_t به ترتیب مولفه‌های مماسی و عمودی این نیرو و n و t به ترتیب بردارهای یک‌ه در امتداد مماسی و عمودی هستند.

1 4 4 تنش

اگر مطابق شکل (5 4b) $\Delta F = \Delta F_n \hat{n} + \Delta F_t \hat{t}$ برآیند نیروهای داخلی اعمال شده بر روی سطح کوچک المان ΔA باشد، آنگاه σ تنش نرمال و τ تنش برشی را می‌توان به صورت زیر تعریف نمود.

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow \Delta A'} \Delta F_n / \Delta A \quad (6a-1)$$

$$\tau = \lim_{\Delta A \rightarrow \Delta A'} \Delta F_t / \Delta A \quad (6b-1)$$

در شکل‌های (6 4a) و (6 4b) $\Delta A'$ مینیمی سطح است که در آن شرط پیوستگی معتبر باشد. اگر نیروهای داخلی به صورت یکنواخت بر روی سطح A توزیع شود، تنش نرمال و تنش برشی به صورت ذیل تعریف می‌گردند.

$$\sigma = F_n / A \quad (7a-1)$$

$$\tau = F_t / A \quad (7b-1)$$

در سیستم SI تنش دارای واحد نیوتن بر متر مربع می‌باشد.

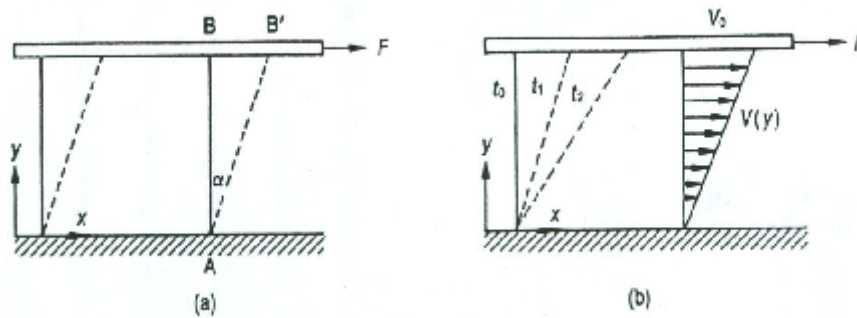
1 4 5 ویسکوزیته

مطابق شکل (6 4) رفتار یک جسم جامد و مایع را در تحت اعمال یک نیروی برشی در نظر بگیرید. در شکل (6 4a) یک جسم جامد بین دو صفحه موازی قرار دارد. وقتی که نیروی برشی F بر روی صفحه بالایی اعمال شود، قسمت AB از جسم جامد تغییر شکل داده و با خط AB' نشان داده شده است. زاویه α بین خطوط AB و AB' به عنوان کرنش برشی شناخته می‌شود. از بحث مکانیک جامدات می‌دانیم که کرنش برشی مستقیماً با تنش برشی وارده T متناسب است. که در آن $\tau = F/A$ و A سطح تماس صفحه بالایی با جسم جامد می‌باشد. اگر این تنش از حد الاستیک ماده بیشتر نشود مطابق رابطه هوک داریم:

$$\tau = G\alpha \quad (8-1)$$

که در آن G مدول الاستیسیته برشی می‌باشد.

هم اکنون آزمایش مشابه با استفاده از یک سیال بین دو صفحه تکرار می‌گردد. المان عمودی سیال مطابق شکل (6 4b) در لحظه t_0 به صورت قائم می‌باشد. نیروی برشی F طوری اعمال می‌شود که صفحه بالایی با یک سرعت ثابت N حرکت کند. در اثر اعمال این نیرو، سیال شروع به تغییر شکل نموده و تا وقتی که نیرو اعمال شود به تغییر شکل ادامه می‌دهد. شکل المان سیال در لحظات متوالی AA' و t_2 با خطوط منقطع در شکل (6 4b) نشان داده شده است. هم اکنون می‌توان تعریف بهتری از سیال را ارائه نمود.



شکل (6-1): رفتار یک جسم جامد و مایع تحت اثر یک نیروی برشی ثابت

سیال ماده‌ای است که در حالت سکون هیچگونه تنش برشی تحمل نمی‌کند و تحت اعمال تنش برشی، هر چند تنش برش کوچک باشد، به طور پیوسته تغییر شکل می‌دهد. آزمایش نشان می‌دهد که ذرات سیالی که در تماس مستقیم با مرز جامد هستند دارای سرعتی برابر با آن می‌باشند. به عبارت دیگر ذرات سیال به مرزهای جامد می‌چسبند که به این حالت شرط عدم لغزش گفته می‌شود. بنابراین در حالی که سیال دارای سرعت محدود V_0 در مرز بالایی است، سرعت در مرز پایینی صفر می‌باشد. بنابراین سرعت سیال در جهت $x \parallel V_x$ ، تنها تابعی از جهت y می‌باشد و مطابق شکل (6-1b) با افزایش فاصله از مرز پایینی سرعت سیال افزایش می‌یابد.

در بازه زمانی بینهایت کوچک dt وقتی که المان سیال $ABCD$ به موقعیت جدید $A'EFD'$ انتقال می‌یابد، این المان علاوه بر انتقال مطابق شکل (6-7) به صورت $A'B'C'D'$ پیش می‌رود. حال اگر سرعت المان سیال در نقطه $A(x, y)$ به صورت $V_{Ax} = V_x(y)$ باشد، سرعت در نقطه $B(x, y+dy)$ به صورت $V_{Bx} = V_x(y+dy)$ خواهد بود. بنابراین V_{Bx} با استفاده از بسط سری تیلور به V_{Ax} مرتبط می‌گردد.

$$V_{Bx} = V_x + \frac{1}{1!} \frac{dV_x}{dy} (dy) + \frac{1}{2!} \frac{d^2V_x}{dy^2} (dy)^2 + \frac{1}{3!} \frac{d^3V_x}{dy^3} (dy)^3 + \dots$$

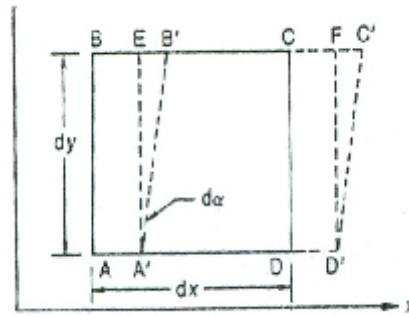
در این معادله از جملات مرتبه دوم و بالاتر صرفنظر شده است. از آنجایی که dy بینهایت کوچک می‌باشد، خواهیم داشت:

$$V_{Bx} = V_x + \frac{1}{1!} \frac{dV_x}{dy} (dy)$$

حال فاصله‌های AA' و BB' به صورت ذیل بیان می‌شوند:

$$AA' = V_{Ax} dt = V_x dt$$

$$BB' = V_{Bx} dt = \left(V_x + \frac{dV_x}{dy} dy \right) dt$$



شکل (1-7): یک المان سیال تحت اثر یک تنش برشی ثابت

در نهایت کرنش برشی بینهایت کوچک $d\alpha$ را به صورت زیر می توان نمایش داد.

$$\tan d\alpha = \frac{EB'}{A'E'} = \frac{BB' - AA'}{AB} = \frac{dV_x}{dy} dt$$

اما برای زاویه های کوچک $\tan d\alpha \approx d\alpha$ نرخ تغییر کرنش برشی عبارتست از:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{dV_x}{dy}$$

برای سیالات خاص که سیال نیوتنی نامیده می شوند، تنش برشی روی سطح مماس بر جهت جریان با نرخ تغییرات کرنش برشی یا گرادیان سرعت (نرخ تغییرات سرعت نسبت به جهت نرمال بر سطح) متناسب است. این رابطه به عنوان قانون لزجت نیوتن شناخته می شود. بنابراین برای یک جریان در جهت X داریم:

$$\tau = \mu \frac{dV_x}{dy} \quad (9-1)$$

که در آن ضریب تناسب μ به عنوان ویسکوزیته مطلق نامیده می شود. ویسکوزیته یک سیال مقدار مقاومت آن سیال در برابر تغییر شکلهای برشی و زاویه ای است که دارای واحد نیوتن ثانیه در هر متر مربع ($N.S.m^{-2}$) یا پاسکال ثانیه ($Pa.s$) می باشد. به سیالاتی که دارای ویسکوزیته هستند سیالات واقعی یا ویسکوز می گویند، در حالی که به سیالات با ویسکوزیته صفر اغلب سیال غیر لزج یا سیال ایده آل گویند. سیال ایده آل یک مفهوم تخیلی است و جهت بررسی تحلیلی پدیده جریان سیال استفاده می شود. با فرض سیال به صورت غیر لزج، تحلیل ریاضی یک جریان سیال به طور قابل توجهی ساده می شود. اما باید به خاطر داشت که تمام سیالات موجود در طبیعت تا حدی لزج هستند. بسیاری از جریانهای ویسکوز را می توان با تقسیم میدان جریان به دو قسمت تحلیل نمود که یک قسمت نزدیک مرز جامد و قسمت دیگر بقیه میدان جریان را پوشش می دهد. تنها در ناحیه نازک نزدیک مرز جامد که به عنوان لایه مرزی شناخته می شود اثرات ویسکوزیته قابل توجه بوده و نیروهای لزجی نسبت به نیروهای داخلی سیال بیشتر بوده و قابل ملاحظه می باشند.

سرعت سیال روی دیواره نسبت به مرز جامد صفر است و در جهت جریان اصلی افزایش می‌یابد. تنش برشی در این ناحیه خیل زیاد است که بدلیل وجود گرادیان سرعت زیاد در مرز سیال و در ناحیه نزدیک به آن می‌باشد. در ناحیه خارج از لایه مرزی اثرات ویسکوزیته قابل چشم پوشی است، بطوریکه نیروهای اینرسی نسبت به نیروهای لزجی غالب می‌باشند و جریان در این ناحیه غیر لزج در نظر گرفته می‌شود.

1 4 6 فشار

فشار به عنوان مولفه عمودی نیروی وارد شده بر سطحی که نیرو بر آن وارد شده است تعریف می‌شود. مقدار فشار برابر با تنش نرمال است. نیروی سطحی مربوط به فشار عمود به این سطح بوده و جهت آن به سمت داخل سطح می‌باشد. برای اثبات اینکه آیا فشار به جهت وابسته است یا نه، یک حجم کوچک سیال غیر لزج را به شکل منشور مطابق شکل 1-8 در نظر بگیرید. این منشور به اندازه کافی کوچک است که فشار روی هر وجه ثابت در نظر گرفته شود. از آنجایی که سیال غیر لزج می‌باشد، هیچگونه نیروی برشی وجود ندارد. بنابراین علاوه بر نیروهای فشاری، فقط نیروهای حجمی بر روی المان سیال اثر می‌کنند. بنابراین مجموع همه نیروهای وارده بر المان سیال باید معادل با حاصلضرب جرم در شتاب آن المان می‌باشد. پس در جهت y می‌توان نوشت:

$$\sum F_y = P_y A_y - P_e A_e \cos \beta + F_{by} \left(\frac{A_y y_0}{3} \right) \rho = \frac{DV_y}{dt} \left(\frac{A_y y_0}{3} \right) \rho \quad (10-1)$$

که DV_y/dt شتاب در جهت y ، A_y مساحت منشور در صفحه xz ، p_y فشار متوسط روی سطح A_y ، A_e مساحت سطح مایل، p_e فشار متوسط روی سطح A_e ، F_{by} مولفه نیروی حجمی در جهت y ، y_0 محل تقاطع وجوه منشور روی محور y می‌باشد. در معادله (10-1) عبارت $y_0 A_y / 3$ مساوی حجم منشور، و $\rho F_{by} (A_y y_0 / 3)$ مولفه نیروی حجمی در جهت y می‌باشد. همچنین از هندسه منشور داریم:

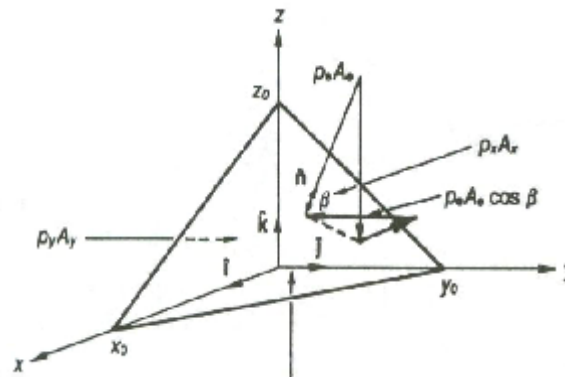
$$A_y = A_e \cos \beta \quad (11-1)$$

با جایگزینی معادله (11-1) در معادله (10-1) و تقسیم آن بر A_y خواهیم داشت:

$$P_y - P_e + \left(F_{by} - \frac{DV_y}{dt} \right) \rho \frac{y_0}{3} = 0 \quad (12-1)$$

نهایتاً با در نظر گرفتن منشورهای کوچکتر به طوری که اندازه آن به سمت یک نقطه میل کند، y_0 به سمت صفر میل می‌کند و در نتیجه معادله (12-1) به صورت زیر ساده می‌گردد.

$$P_y = P_e \quad (13a-1)$$



شکل (1-8): نیروهای فشاری روی منشور سیال لزج

اگر همین تحلیل در مورد جهت‌های x و z نیز تکرار شود، دو رابطه زیر بدست می‌آید:

$$P_x = P_e \quad (13b-1)$$

$$P_z = P_e \quad (13c-1)$$

بنابراین برای یک سیال غیر لزج، فشار در تمام جهات برابر بوده و داریم:

$$P_x = P_y = P_z = P_e = P \quad (14-1)$$

در سیستم SI فشار دارای واحد نیوتن بر متر مربع ($N.m^{-2}$) می باشد که به آن پاسکال (Pa) نیز گفته می‌شود.

1-5 توصیف محیط پیوسته

برای هر ذره سیال در یک محیط پیوسته خواص آن به صورت لحظه‌ای تعریف می‌شوند. همانگونه که ذره سیال در میدان جریان حرکت می‌کند، خواص آن از یک نقطه تا نقطه دیگر و از یک لحظه تا لحظه بعدی تغییر می‌کند. جریان سیال به دو صورت ذیل قابل توصیف می‌باشد:

1-5-1 توصیف مادی (دیدگاه لاگرانژی)

در این دیدگاه توصیف جریان سیال بدین ترتیب است که با گذشت زمان ذرات معینی از سیال تعقیب شده و تغییرات خواص آنها مورد بررسی قرار می‌گیرد. این روش بطور معمول در دینامیک استفاده می‌گردد و تمام ذرات سیال در زمان خاصی مانند $t=0$ در مراجع مکان خاصی قرار می‌گیرند. هم‌اکنون ذره سیال P را در نظر بگیرید که مطابق شکل (1-9) در زمان $t=0$ در نقطه A از میدان جریان قرار دارد. با گذشت زمان، ذره سیال در میدان جریان حرکت کرده و در زمان

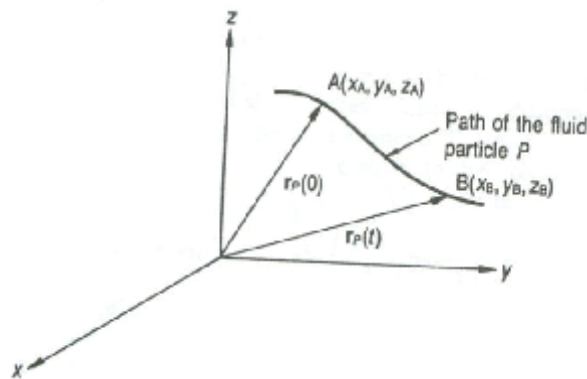
t در نقطه B قرار می‌گیرد. حال مسیر طی شده توسط ذره سیال را می‌توان با بیان بردار مکانی آن r_p مشخص نمود که نسبت به سیستم مختصات کارتزین xyz شکل (4-9) تابعی از زمان می‌باشد.

$$r_p(t) = x_p(t)\hat{i} + y_p(t)\hat{j} + z_p(t)\hat{k} \quad (15-1)$$

که در آن $x_p(t)$ ، $y_p(t)$ و $z_p(t)$ مختصات ذره سیال P در زمان t هستند. سرعت V_p ذره سیال با مشتق‌گیری از بردار مکان نسبت به زمان بدست می‌آید. بطوریکه:

$$V_p = V_{Px}\hat{i} + V_{Py}\hat{j} + V_{Pz}\hat{k} = \frac{dr_p}{dt} = \frac{dx_p}{dt}\hat{i} + \frac{dy_p}{dt}\hat{j} + \frac{dz_p}{dt}\hat{k} \quad (16-1)$$

که در آن V_{Px} ، V_{Py} ، V_{Pz} به ترتیب مولفه‌های x ، y ، z بردار سرعت هستند.



شکل (4-9): مسیر یک ذره سیال

در این نوع توصیف، سرعت فشار و دانسیته ذره سیال به صورت زیر تعیین می‌گردند:

$$V_p = V_p[x_p(t), y_p(t), z_p(t), t] \quad (17a-1)$$

$$P_p = P_p[x_p(t), y_p(t), z_p(t), t] \quad (17b-1)$$

$$\rho_p = \rho_p[x_p(t), y_p(t), z_p(t), t] \quad (17c-1)$$

در معادلات بالا t تنها متغیر مستقل و x_p, y_p, z_p متغیرهای وابسته جهت تعیین مکان ذره سیال P در زمان مشخص t هستند. البته حرکت یک ذره سیال جهت توصیف کل میدان جریان کافی نمی‌باشد و حرکت تمام ذرات باید به طور

همزمان بررسی گردد. بنابراین به نظر می‌رسد وقتی که حل مسائل جریان سیال مورد نظر باشد، استفاده از روش به ظاهر آسان اخیر با مشکل مواجه خواهد شد. اگر چه این روش بسیار قدرتمند است اما فقط برای موارد خاصی استفاده می‌گردد و اطلاعات زیادی را در مورد جریان سیال در بر دارد. مجموعه معینی از ذرات سیال به عنوان حجم مادی یا سیستم بسته تعریف می‌شوند که ممکن است شکل یا موقعیت آن تغییر کند، اما همیشه در برگیرنده ذرات سیال ثابتی است. مرزهایی که یک سیستم بسته را از محیط اطرافش جدا می‌کند به عنوان مرزهای آن سیستم نامیده می‌شود و ذرات سیال نمی‌توانند از آن عبور کنند.

1 5 2 توصیف فضایی دیدگاه (اویلری)

در این دیدگاه برای توصیف جریان سیال یک نقطه ثابت در فضا مورد توجه قرار می‌گیرد و تغییرات خواص سیالی که از این نقطه می‌گذرند، مورد بررسی قرار می‌گیرد. با حرکت این نقطه در میدان سیال، خواص از یک نقطه به نقطه دیگر و از یک زمان به زمان دیگر تغییر می‌کنند، بنابراین سرعت فشار و دانسیته میدان سیال را می‌توان به صورت تابعی از مکان و زمان بیان کرد. در سیستم مختصات کارتزین داریم:

$$V = V(x, y, z, t) \quad (18a-1)$$

$$P = P(x, y, z, t) \quad (18b-1)$$

$$\rho = \rho(x, y, z, t) \quad (18c-1)$$

از آنجایی که فشار و دانسیته کمیت‌های اسکالر، معادله (18 1b) و (18 1c) نیز نشان دهنده میدانهای اسکالر هستند. هر چند سرعت یک کمیت برداری است، بنابراین معادله (18 1a) مقدار و جهت سرعت را نشان داده و به عنوان یک میدان سرعت نامیده داده می‌شود. در معادلات بالا $t \leq x \leq y$ و زمان t متغیرهای مستقل هستند. مطمئناً یک رابطه بین روشهای توصیف لاگرانژی و اویلری وجود دارد. ذره سیال P مطابق شکل (1 9) در لحظه $t = 0$ در نقطه A جریان سیال قرار دارد، بنابراین مشخصات در نقطه A از جریان سیال با مشخصات ذره سیال نقطه P معادل هستند. بطوریکه:

$$V(x_A, y_A, z_A, t = 0) = V_P[x_P(t = 0), y_P(t = 0), z_P(t = 0), t = 0] \quad (19a-1)$$

$$P(x_A, y_A, z_A, t = 0) = P_P[x_P(t = 0), y_P(t = 0), z_P(t = 0), t = 0] \quad (19b-1)$$

$$\rho(x_A, y_A, z_A, t = 0) = \rho_P[x_P(t = 0), y_P(t = 0), z_P(t = 0), t = 0] \quad (19c-1)$$

اما در زمانهای بعدی خواص در نقطه A را می‌توان با خواص ذرات سیال متفاوت عبور کننده از این نقطه بیان نمود. حجمی که نسبت به سیستم مختصات در فضا ثابت است به عنوان حجم کنترل یا سیستم باز نامیده می‌شود. مقدار و مشخصات ماده در حجم کنترل ممکن است با گذشت زمان تغییر کند، اما شکل آن ثابت می‌باشد. به مرزهایی که حجم

کنترل را از محیط اطرافش جدا می کند سطح کنترل گفته می شود. بدست آوردن موقعیت همه ذرات در جریان سیال کار بسیار دشواری است، چون برخلاف حرکت اجسام جامد موقعیت نسبی ذرات سیال بطور پیوسته با زمان تغییر می کند. به همین دلیل بطور کلی روش اولیری به روش لاگرانژی ترجیح داده می شود.

1 6 روشهای فرموله کردن ریاضی جریان سیال

هر یک از روش های اولیری یا لاگرانژی که برای توصیف جریان سیال استفاده گردد، همیشه لازم است تا یکی از روشهای فرمولاسیون دیفرانسیلی یا انتگرالی برای اعمال قوانین اصلی جهت تحلیل حرکت سیال مورد استفاده قرار گیرد.

1 6 1 فرمولاسیون دیفرانسیلی

در روش دیفرانسیلی اطلاعات جزئی از میدان جریان مورد نیاز می باشد. اگر از توصیف لاگرانژی استفاده گردد، اطلاعات حرکت همه ذرات سیال در میدان جریان مورد نیاز می باشد. در روش توصیف اولیری اطلاعات در مورد جریان سیال در هر نقطه از میدان جریان مورد نیاز است. سپس در توصیف لاگرانژی بر روی هر ذره از سیال یا در توصیف اولیری بر روی المان بینهایت کوچک میدان جریان، قوانین اصلی اعمال می گردد. بطوریکه معادلات بدست آمده معادلات دیفرانسیل هستند. اگر حل این معادلات دیفرانسیل ممکن باشد، اطلاعات جزئی (نقطه به نقطه) از میدان جریان بدست خواهد آمد.

1 6 2 فرمولاسیون انتگرالی

برای بیشتر مسائل جریان سیال جهت یافتن اطلاعات مورد نظر، دانستن جزئیات میدان جریان مورد نیاز نمی باشد. در روش انتگرالی، قوانین اصلی در توصیف لاگرانژی بر روی سیستم بسته و در توصیف اولیری، بر روی حجم کنترل اعمال می گردد. سپس قوانین اصلی بر حسب معادلات انتگرالی فرموله شده و اطلاعاتی در مورد رفتار کلی میدان جریان بدست می دهند که معمولاً باعث آسان تر شدن تحلیل جریان خواهند شد.

1 7 رابطه بین توصیفهای مکانی و مادی

بر حسب اینکه کدام نوع از فرمولاسیون ریاضی استفاده شود، همیشه در جریان سیال بین روشهای توصیف مادی و مکانی یک رابطه وجود دارد.

1 7 1 روابط بین فرمولاسیون دیفرانسیلی

نرخ تغییر هر یک از خواص یک ذره از سیال، ممکن است به تغییر آن خاصیت در جریان سیال در آن نقطه خاص مرتبط باشد. برای پیدا کردن این رابطه ممکن است توصیف مادی هر خاصیت مانند N مورد استفاده قرار گیرد. N ممکن است مشابه معادله (17-1) به صورت ذیل بیان گردد:

$$N = N[x(t), y(t), z(t), t] \quad (20-1)$$

بنابراین دیفرانسیل کلی خاصیت N عبارت است از:

$$DN = \frac{\partial N}{\partial x} dx + \frac{\partial N}{\partial y} dy + \frac{\partial N}{\partial z} dz + \frac{\partial N}{\partial t} dt$$

با تقسیم بر η داریم

$$\frac{DN}{dt} = \frac{\partial N}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial N}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial N}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial N}{\partial t}$$

حال از رابطه (16-4) که $V_x = dx/dt, V_y = dy/dt, V_z = dz/dt$ می باشد استفاده می کنیم. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{DN}{dt} = \frac{\partial N}{\partial t} + V_x \frac{\partial N}{\partial x} + V_y \frac{\partial N}{\partial y} + V_z \frac{\partial N}{\partial z} \quad (21a-1)$$

یا به شکل برداری آن

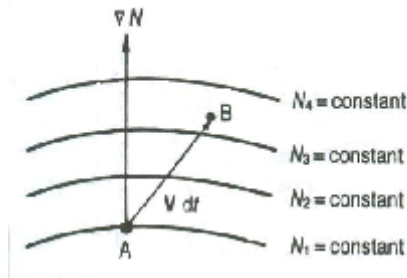
$$\frac{DN}{dt} = \frac{\partial N}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla N \quad (21b-1)$$

عملگر دیفرانسیلی D/dt اغلب به عنوان مشتق کلی، مشتق اساسی، مشتق مادی یا مشتق با تعقیب سیال نامیده می شود که بیان کننده نرخ تغییر یک خاصیت در توصیف لاگرانژی است. عملگر دیفرانسیلی $\partial/\partial t$ اغلب به عنوان مشتق جزئی، مشتق موضعی و یا مشتق مکانی شناخته می شود که نرخ تغییر یک خاصیت را در یک نقطه خاص در میدان جریان توصیف می کند و به توصیف اولیری مربوط می شود.

عبارت $\mathbf{V} \cdot \nabla N$ در معادله (21-4b) به عنوان مشتق جابجایی خاصیت N معروف است و تغییر خاصیت از یک نقطه به نقطه دیگر در یک زمان خاص را بیان می کند. برای فهم بهتر این نوع مشتق گیری، فرض کنید که خاصیت N نسبت به زمان ثابت بوده ولی از نقطه ای به نقطه دیگر در میدان جریان تغییر می کند. یک گروه از منحنیهای با N ثابت در شکل (10-4) نشان داده شده است و یک ذره سیال واقع در نقطه A در فاصله زمانی dt به سمت نقطه B حرکت می کند. اگر سرعت ذره سیال در نقطه A برابر با V باشد، پس جابجایی آن از A به سمت B با Vdt برابر است. گرادیان خاصیت N که ΔN می باشد عمود به منحنی N ثابت است که از نقطه A عبور می کند. تغییر خاصیت N با حرکت ذره سیال از نقطه A به سمت B برابر با ضرب عددی Vdt در ΔN و بنابراین تغییر انتقالی خاصیت N در واحد زمان با $V \cdot \Delta N$ برابر است.

1 7 2 روابط بین فرمولاسیون انتگرالی (تئوری انتقال رینولدز)

خواص سیالات ممکن است به دو گروه کلی تقسیم بندی گردد که به عنوان خواص گسترده و متمرکز شناخته می شوند. یک خاصیت گسترده به طور مستقیم با جرم تغییر می کند. وزن، حجم و ممنت خطی مثالهایی از خواص گسترده هستند.



شکل (4 10): تغییر انتقالی خاصیت N یک ذره سیال

واضح است که تغییر جرم مستقیماً مقدار کمیت‌های ذکر شده را تغییر می‌دهد. از طرفی خاصیت متمرکز به جرم بستگی ندارد که وزن مخصوص، حجم واحد جرم و ممتم خطی واحد جرم (سرعت) مثالهایی از آن می‌باشند. بعلاوه خواصی نظیر دما و فشار با طبیعت مستقل از جرم خود، جزء گروه خواص متمرکز هستند. حال اگر N معرف هر خاصیت گسترده دلخواه باشد، خاصیت متمرکز مربوطه (خاصیت گسترده بر واحد جرم) به صورت η نشان داده می‌شود. بنابراین:

$$N = \int_{m_s} \eta dm \quad (22-1)$$

که m_s جرم محتوی سیستم می‌باشد. باتوجه به اینکه $dm = \rho dV$ است بنابراین:

$$N = \int_V \eta \rho dV \quad (23-1)$$

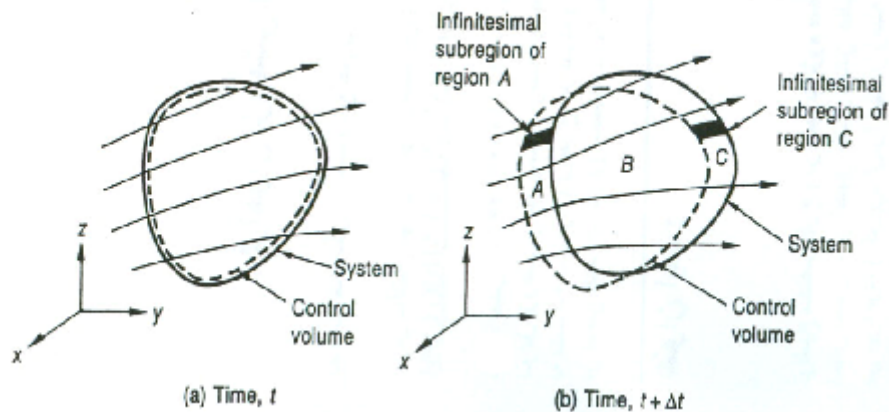
A

که ρ دانسیته و C حجم سیستم می‌باشد.

N

در نظر بگیرید که یک میدان جریان دلخواه $\nabla(x, y, z, t)$ از یک مختصات مرجع xyz دیده شود. مرزهای سیستم ذرات سیال در زمان t که در شکل (4a 11) نشان داده شده است، با مرزهای حجم کنترل مطابق با خطوط خط چین منطبق می‌باشد.

بعد از یک بازه زمانی Δt که زمان آن $t + \Delta t$ است موقعیت سیستم و حجم کنترل در شکل (4b 11) نشان داده شده‌اند. هم اکنون سیستم نواحی B و C را اشغال می‌کند و جرم داخل ناحیه A به حجم کنترل وارد می‌گردد، در حالیکه جرم داخل ناحیه C از حجم کنترل خارج می‌گردد. هدف اصلی این تحلیل ایجاد ارتباط بین تغییر هر خاصیت گسترده N در سیستم، با تغییرات این خاصیت در حجم کنترل می‌باشد. از تعریف مشتق، نرخ تغییر هر خاصیت گسترده در یک سیستم را می‌توان به صورت زیر بیان نمود.



شکل (11-4): ترکیب سیستم و حجم کنترل

$$\frac{DN}{dt} = \frac{D}{dt} \int_{V_s} \rho \eta dV = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \left[\int_{V_s} (\rho \eta dV)_{t+\Delta t} - \int_{V_s} (\rho \eta dV)_t \right] \quad (24-1)$$

از آنجا که در زمان t سیستم و حجم کنترل بر هم منطبق هستند پس:

$$\int_{V_s} (\rho \eta dV)_t = \int_V (\rho \eta dV)_t \quad (25-1)$$

که ∇ نشان دهنده مقدار حجم مربوط به حجم کنترل می‌باشد. همچنین در زمان $t + \Delta t$

$$\int_{V_s} (\rho \eta dV)_{t+\Delta t} = \int_V (\rho \eta dV)_{t+\Delta t} + \int_{V_c} (\rho \eta dV)_{t+\Delta t} - \int_{V_A} (\rho \eta dV)_{t+\Delta t} \quad (26-1)$$

که در آن V_A و V_c به ترتیب نشان دهنده حجمهای نواحی A و C هستند. با جایگزینی معادله (25-1) و (26-1) در معادله (24-1) و با استفاده از این قانون که حد مجموع برابر با مجموع جداها است، می‌توان نوشت:

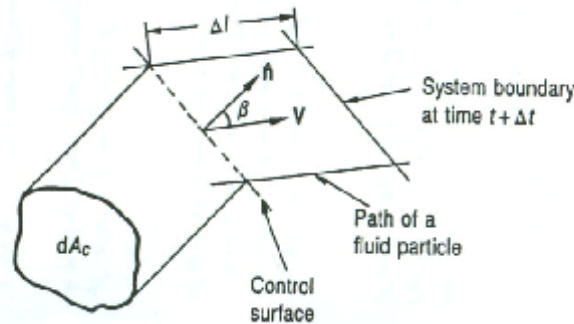
$$\frac{D}{dt} \int_{V_s} \rho \eta dV = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \left[\int_V (\rho \eta dV)_{t+\Delta t} - \int_V (\rho \eta dV)_t \right] + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \left[\int_{V_c} (\rho \eta dV)_{t+\Delta t} \right] - \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \left[\int_{V_A} (\rho \eta dV)_{t+\Delta t} \right] \quad (27-1)$$

حد اول در سمت راست معادله (27-1) نشان دهنده نرخ تغییرات یک خاصیت گسترده در حجم کنترل می‌باشد که:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \eta dV = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \left[\int_V (\rho \eta dV)_{t+\Delta t} - \int_V (\rho \eta dV)_t \right] \quad (28-1)$$

حد دوم معادله (27-1) می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \left[\int_V (\rho \eta dV)_{t+\Delta t} \right] = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} (Nc)_{t+\Delta t}$$



شکل (4 12): نمای بزرگ شده یک ناحیه جزئی از ناحیه C در شکل (4 11)

t

برای ارزیابی $(Nc)_{t+\Delta t}$ نمای بزرگ شده یک ناحیه جزئی بی اندازه کوچک از ناحیه C را در شکل (4 12) در نظر بگیرید. $v = 0$ مساحت بینهایت کوچک سطح کنترل در وجه مشترک حجم کنترل و ناحیه C، $\hat{n}$ بردار واحد نرمال این سطح، β زاویه بین بردار نرمال واحد و بردار سرعت در وجه مشترک و Δl فاصله طی شده توسط ذرات سیال در بازه زمانی Δt می باشد. بنابراین جرم المان بینهایت کوچک $\rho \Delta l dA_c \cos \beta$ می باشد بطوریکه خاصیت گسترده در این ناحیه بینهایت کوچک برابر است با:

$$d(Nc)_{t+\Delta t} = \rho \eta \Delta l \cos \beta dA_c$$

با انتگرالگیری بر روی وجه مشترک داریم:

$$(Nc)_{t+\Delta t} = \int_{V_c} \rho \eta \Delta l \cos \beta dA_c$$

بطوریکه حد دوم برابر است با:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} (Nc)_{t+\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_{V_c} \rho \eta \frac{\Delta l}{\Delta t} \cos \beta dA_c$$

اما وقتی که Δt به سمت صفر میل می کند:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta l / \Delta t = V$$

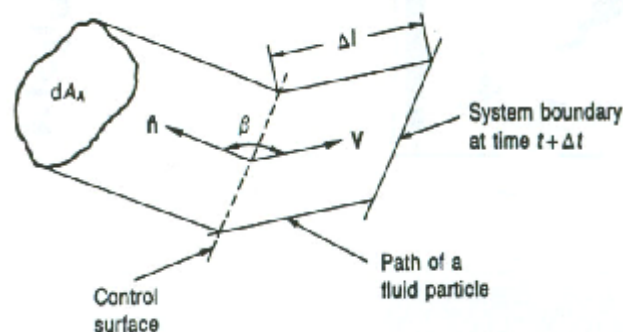
و بنابراین

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} (Nc)_{t+\Delta t} = \int_{A_c} \rho \eta V \cos \beta dA_c$$

از آنجایی که جرم به سمت خارج حجم کنترل در جریان است، زاویه β همیشه کمتر از 90° درجه بوده و $\cos\beta$ همیشه مثبت است. همچنین $V \cos\beta = V \cdot \hat{n}$ می باشد. به طریقه خواهیم داشت:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \left[\int_{V_c} (\rho \eta d\forall)_{t+\Delta t} \right] = \int_{A_c} \rho \eta (V \cdot \hat{n}) dA_c \quad (29-1)$$

برای ارزیابی مشتق سوم در سمت بخش راست معادله (27-1)، نمای بزرگ شده یک ناحیه جزئی بی اندازه کوچک ناحیه A در شکل (4-13) را در نظر بگیرید.



شکل (4-13): نمای بزرگ شده یک ناحیه جزئی از ناحیه A در شکل (4-11)

dA_A مساحت بینهایت کوچک سطح کنترل در وجه مشترک حجم کنترل و ناحیه A را نشان می دهد. تحلیل بکار رفته جهت ارزیابی حد قسمت دوم تنها با یک تفاوت برای حد قسمت سوم استفاده می شود. از آنجایی که در این مورد جرم از حجم کنترل خارج می گردد، زاویه β همیشه بزرگتر از 90° درجه بوده و $\cos\beta$ همیشه منفی است. بنابراین حد قسمت سوم به صورت ذیل بیان می گردد:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \left[\int_{A_A} (\rho \eta d\forall)_{t+\Delta t} \right] = - \int_{A_A} \rho \eta (\nabla \cdot \hat{n}) dA_A \quad (30-1)$$

با جایگزینی معادلات (28-1)، (29-1) و (30-1) در معادله (27-1) داریم:

$$\frac{D}{dt} \int_{V_s} \rho \eta d\forall = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_s} \rho \eta d\forall + \int_{A_c} \rho \eta (V \cdot \hat{n}) dA_c + \int_{A_A} \rho \eta (V \cdot \hat{n}) dA_A \quad (31-1)$$

کل سطح کنترل A شکل (4-11) شامل سه سطح مختلف می باشد:

$$A = A_A + A_C + A_r$$

که سطح کنترل A_r با $\beta = 90^\circ$ یا $v = 0$ مشخص می شود، بطوریکه هیچ جریانی در این سطح وجود ندارد. بنابراین دو انتگرال آخر معادله (31-1) را می توان به صورت یک انتگرال واحد بر روی سطح کنترل بیان کرد:

$$\frac{DN}{dt} = \frac{D}{dt} \int_{V_s} \rho \eta dV = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \eta dV + \int_A \rho \eta (V \cdot \hat{n}) dA \quad (32-1)$$

معادله (32-1) به عنوان تئوری انتقال رینولدز نامیده می‌شود. عبارت سمت چپ معادله نرخ کل تغییر خاصیت گسترده سیستم، عبارت اول سمت راست نرخ تغییر خاصیت گسترده دلخواه حجم کنترل و عبارت دوم سمت راست نرخ خالص انتشار خاصیت گسترده از میان سطح کنترل را بیان می‌کند.

1-8 طبقه‌بندی جریان سیال

از دیدگاه‌های مختلف می‌توان جریان سیال را به چندین نوع مختلف طبقه‌بندی نمود.

1-8-1 جریانهای پایدار و ناپایدار

اگر خواص یک میدان جریان نسبت به زمان تغییر کند به آن جریان پایدار گویند. از لحاظ ریاضی تعریف جریان پایدار به صورت ذیل بیان می‌گردد:

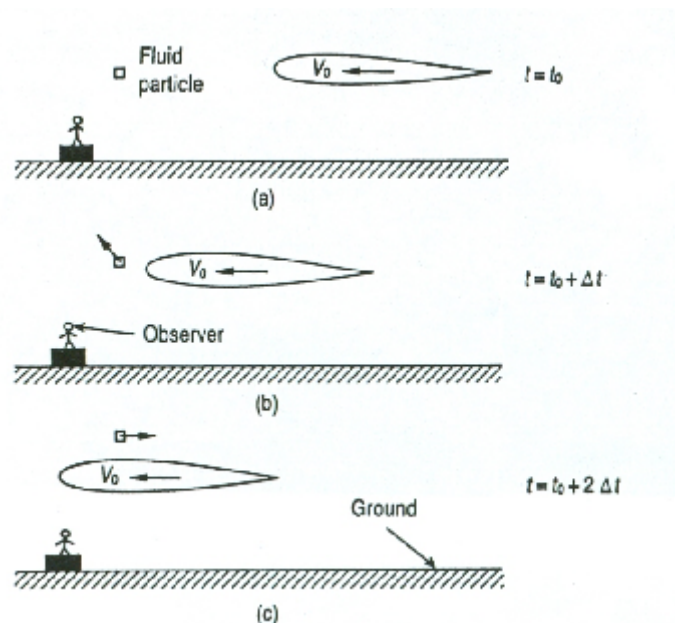
$$\partial \eta / \partial t = 0 \quad (33-1)$$

که B نشان دهنده هر یک از خواص سیال است. بنابراین ممکن است در یک جریان پایدار خواص سیال از نقطه‌ای به نقطه دیگر میدان جریان تغییر کند، اما با گذشت زمان در هر نقطه ثابت می‌باشد. در یک جریان سیال ناپایدار یک یا چند متغیر در یک نقطه با گذشت زمان تغییر می‌کنند. باید توجه کرد که در یک جریان پایدار مشتق‌های جزئی نسبت به زمان صفر $\partial / \partial t = 0$ و مشتق‌های مادی که شامل مشتق‌های انتقالی است، نسبت به زمان غیر صفر هستند. به عبارت دیگر $D/dt \neq 0$.

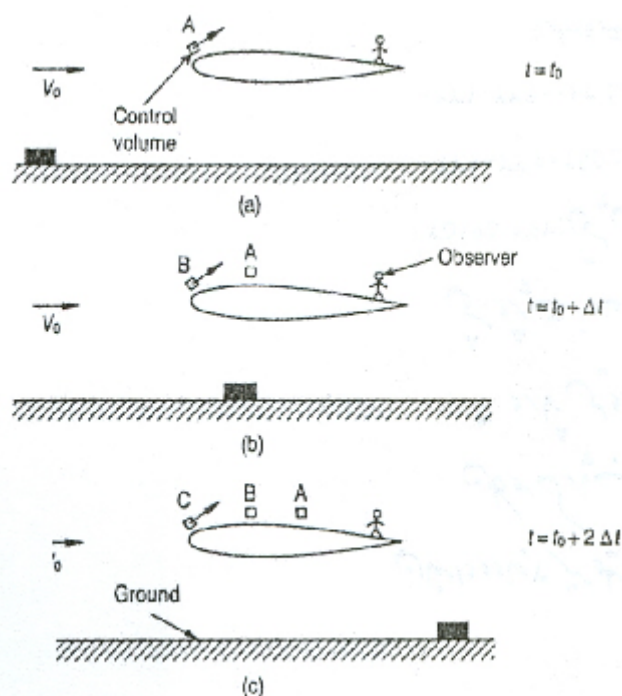
برای درک تفاوت فیزیکی بین جریانهای پایدار و ناپایدار حرکت یک جسم را نسبت به یک ناظر ساکن بر روی زمین مطابق شکل (14-1) در نظر بگیرید. بطوریکه جسم با سرعت ثابت V_0 در یک سیال ساکن حرکت می‌کند. ذره سیال که در ابتدا ساکن بوده در لحظه t_0 مطابق شکل (14-a) در جلوی جسم قرار دارد. در شکل (14-1b) با نزدیک شدن جسم در لحظه $t_0 + \Delta t$ ذره سیال شتاب می‌گیرد. سپس در لحظه $t_0 + 2\Delta t$ وقتی که جسم از مقابل ذره سیال می‌گذرد، ذره مطابق شکل (14-1c) شتاب منفی می‌گیرد. بنابراین حرکت ذره سیال و جسم از دید یک ناظر ساکن بر روی زمین مستقل از زمان می‌باشد.

حال اگر همین حرکت از دید یک ناظر متحرک متصل به جسم بررسی گردد، جریان مطابق شکل (15-1) پایدار خواهد بود. در این مورد سیال با سرعتی مساوی و در جهت مخالف به سمت جسم ثابت حرکت می‌کند که در این مورد موقعیت نقطه A در زمان $t_0 + \Delta t$ و موقعیت ذرات A و B در زمان $t_0 + 2\Delta t$ بترتیب بوسیله مربع‌هایی در شکل‌های (15-1b) و (15-1c) مشخص گردیده‌اند.

بنابراین سرعت و خواص دیگر ذرات سیال که از یک مکان خاص عبور می کنند مستقل از زمان بوده و جریان نسبت به دستگاه مختصاتی که به جسم متصل است پایدار می باشد و پایدار بودن و یا پایدار نبودن جریان بستگی به انتخاب سیستم مختصات دارد.



شکل (14-1): جریان ناپایدار سیال اطراف یک جسم نسبت به یک ناظر ساکن بر روی زمین



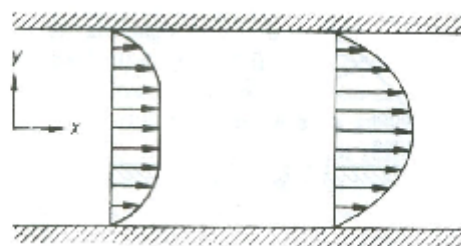
شکل (15-1): جریان پایدار سیال اطراف یک جسم نسبت به یک ناظر متحرک متصل به جسم

1 8 2 جریان یک بعدی

در حالت کلی جریان تراکم‌پذیر یک جریان سه بعدی است که ممکن است خواص سیال نظیر فشار، دانسیته و سه مولفه سرعت در تمام جهات عمود برهم تغییر کند. از آنجایی که اطلاعات داده شده در این کتاب اساس مطالعه مباحث پیشرفته‌تر دو و سه بعدی جریان سیال تراکم‌پذیر را ممکن می‌سازد، بحث کتاب تنها محدود به جریانهای یک بعدی و شبه یک بعدی است.

در مورد یک لوله جریان هیچگونه تقریبی وجود ندارد و جریان در یک لوله جریان بینهایت کوچک بصورت بدیهی یک بعدی است.

برای درک ایده اصلی مرتبط با این تقریب یک بعدی، جریان پایدار یک سیال تراکم‌پذیر لزج بین دو صفحه موازی را مطابق شکل (4 16) در نظر بگیرید. که در آن جریان صفحات در جهت z دارای طول بینهایت هستند. از آنجا که یک سیال واقعی باید شرط عدم لغزش را در مرزهای سیال ارضا کند، سرعت در این جهت جریان (جهت X) به صورت تابعی از X و y بیان می‌شود.

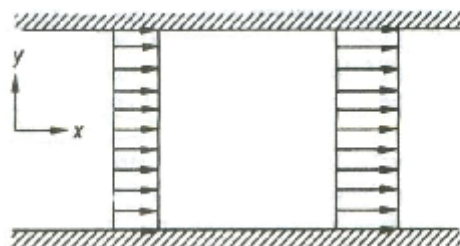


شکل (4 16): جریان پایدار یک سیال تراکم‌پذیر لزج بین دو صفحه موازی

اگر چه نمودار سرعت در دو قسمت مختلف مشابه یکدیگر هستند، لیکن اختلاف بین آنها ممکن است به وجود اثرات خارجی از قبیل اصطکاک و یا انتقال حرارت مربوط باشد.

هر چند ممکن است بتوان فشار استاتیکی را روی یک سطح مقطع براحتی ثابت فرض نمود، لیکن بدلیل اینکه که سرعت سیال در مرز جامد باید نسبت به آن مرز صفر باشد، جریان سیال واقعی نمی‌تواند کاملاً یک بعدی باشد. در بسیاری از موارد بمنظور ساده‌سازی، خواص سیال در سطح مقطع با مقادیر متوسط آن در یک سطح مقطع تقریب زده شده و جریان روی آن سطح مقطع یکنواخت در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه این تقریب همانگونه که در شکل (4 17) نشان داده شده، میدان جریان دو بعدی پایدار شکل (1 16)، به صورت جریان یک بعدی تبدیل می‌شود. خواص متوسط تنها از یک سطح مقطع تا سطح مقطع دیگر تغییر می‌کند بطوریکه سرعت در جهت جریان یا هر خاصیت دیگر سیال فقط تابعی از یک متغیر مکانی X است. تحت شرایط ذیل تقریب یک بعدی نتایج خوبی را در بر دارد:

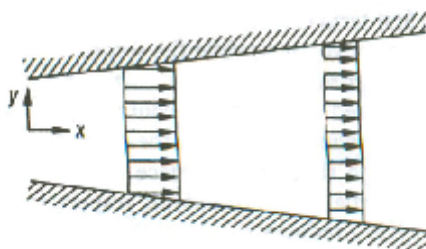
- 1) نرخ تغییر مساحت سطح مقطع در امتداد مجرا کوچک باشد.
- 2) شعاع انحنای محور مجرا در مقایسه با قطر مجرا بسیار بزرگ باشد.
- 3) منحنی‌های سرعت و دما از یک مقطع تا مقطع دیگر در مجرا تقریباً ثابت باشند.



شکل (4-17): جریان پایدار یک بعدی سیال تراکم‌پذیر لزج بین دو صفحه موازی

جریانهای یک بعدی که در آنها تغییر مساحت وجود دارد اغلب به عنوان جریانهای شبه یک بعدی شناخته می‌شوند.

یک مثال از این نوع جریان، جریان پایدار سیال تراکم‌پذیر لزج بین دو صفحه موازی است که در شکل (4-18) نشان داده شده‌است.



شکل (4-18): جریان پایدار شبه یک بعدی سیال تراکم‌پذیر لزج

اگر یک تغییر سریع در مساحت سطح مقطع مجرا ایجاد شود، تقریب یک بعدی در مجاورت این تغییر مساحت دیگر معتبر نیست. اگر چه در مواردی مانند جریان نزدیک یک انبساط یا انقباض مقطع و با استفاده از معادلات حاکم بر جریان، در فاصله‌ای به اندازه کافی دورتر از بالادست و پایین‌دست وجود ناپیوستگی، راحتی می‌توان جریان را تقریباً بصورت یک بعدی فرض کرد.

9-1 بقای جرم

استفاده از اصل بقای جرم بر روی یک جریان سیال منجر به دستیابی به معادله‌ای می‌گردد که معادله پیوستگی نامیده می‌شود. تا زمانی که یک سیستم در همه لحظات از مقدار یکسانی از ماده تشکیل شده باشد، اصل بقای جرم به صورت ساده بیان می‌کند که جرم سیستم ثابت است. بنابراین نرخ تغییر جرم یک سیستم صفر است بطوریکه:

$$\frac{Dm_s}{dt} = 0$$

(34-1)

که در آن:

$$m_s = \int_{m_s} dm$$

(35-1)

اما $dm = \rho dV$ ، بنابراین:

$$m_s = \int_{V_s} \rho dV$$

(36-1)

حال اگر معادله (34-1) با معادله (32-1) مقایسه گردد، ممکن است که $N = m_s$ و $\eta = 1$. اعمال تئوری تبدیل رینولدز بر معادله (34-1) منجر به معادله ذیل می‌شود:

$$\frac{Dm_s}{dt} = \frac{D}{dt} \int_{V_s} \rho dV = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_s} \rho dV + \int_A \rho(V \cdot \hat{n}) dA = 0$$

(37-1)

عبارت اول سمت راست معادله (37-1) نرخ تغییر جرم را در داخل حجم کنترل نشان می‌دهد، در حالی که جمله دوم نرخ خالص شار جرم از سطح کنترل است. باید تصریح نمود که در این معادله، V سرعت اندازه گیری شده نسبت به سطح کنترل می‌باشد. همچنین علامت جمله دوم مثبت است، اگر جرم از سطح کنترل خارج شود و منفی است، اگر جرم به سطح کنترل وارد شود. مشتق جزئی نسبت به زمان برای یک جریان پایدار صفر است $\partial/\partial t = 0$ ، پس معادله (37-1) بصورت ذیل ساده می‌گردد:

$$\int_A \rho(V \cdot \hat{n}) dA = 0$$

(38-1)

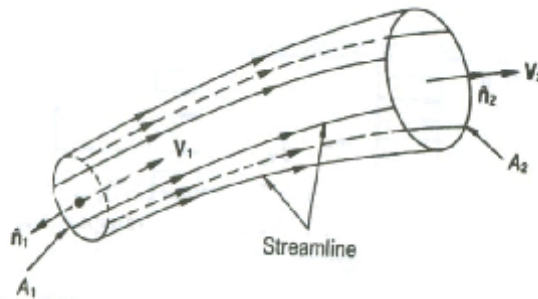
حال جریان پایدار یک دورن یک لوله جریان را در نظر بگیرید که در آن حجم کنترل انتخابی با بخشی از لوله جریان نشان داده شده در شکل (19-1) منطبق است. جریان سیال از طریق سطح کنترل A_1 وارد و از طریق سطح کنترل A_2 خارج می‌گردد. هیچ جریانی از دیگر سطوح حجم کنترل جریان ندارد، زیرا که این سطوح با خطوط جریان ایجاد می‌شوند و روی این سطوح $V \cdot \hat{n} = 0$ است. بنابراین معادله (38-1) به صورت ذیل ساده می‌گردد:

$$\int_{A_1} \rho_1 (V_1 \cdot \hat{n}_1) dA + \int_{A_2} \rho_2 (V_2 \cdot \hat{n}_2) dA = 0$$

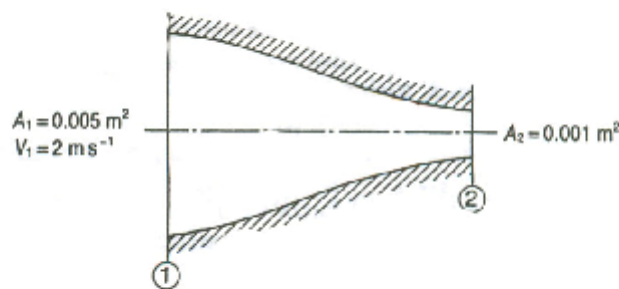
برای جریان پایدار یک بعدی، خواص در هر سطح مقطع یکنواخت است، بنابراین نرخ جریان جرم برابر است با:

$$\dot{m} = \rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2$$

(39-1)



شکل (4 19): جریان پایدار یک بعدی دورن لوله جریان



شکل (4 20): طرح ساده مثال 1 4

مثال 1 4: سیالی مطابق شکل (4 20) بصورت پایدار در یک کانال همگرا جریان دارد. مساحت مقاطع 1 و 2 به ترتیب 0.005 m^2 و 0.001 m^2 و سرعت در مقطع 1 برابر با 2 m/s است. با فرض جریان یکنواخت در هر دو مقطع، سرعت را در مقطع 2 تعیین کنید اگر:

الف: سیال تراکم ناپذیر باشد.

ب: دانسیته در مقاطع 1 و 2 به ترتیب $1/2 \text{ kg/m}^3$ و $0/8 \text{ kg/m}^3$ باشد.

حل:

الف: برای جریان پایدار تراکم ناپذیر یک بعدی دانسیته ثابت است بنابراین طبق معادله پیوستگی (4 39) داریم:

$$V_2 = \frac{A_1 V_1}{A_2} = \frac{(0.005 \text{ m}^2)(2 \text{ m/s})}{(0.001 \text{ m}^2)} = 10 \text{ m/s}$$

بنابراین در جریان پایدار یک بعدی یک سیال تراکم ناپذیر با کاهش مساحت سطح مقطع سرعت افزایش می یابد.

ب: اگر جریان پایدار و یک بعدی باشد، معادله پیوستگی (4 39) بیان می کند:

$$V_2 = \frac{\rho_1 A_1 V_1}{\rho_2 A_2} = \frac{(1.2 \text{ kgm}^{-3})(0.005 \text{ m}^2)(2 \text{ ms}^{-1})}{(0.8 \text{ kgm}^{-3})(0.001 \text{ m}^2)} = 15 \text{ ms}^{-1}$$

10 1 بقای ممنتیم

در این بخش فرمولاسیون انتگرالی قانون دوم نیوتن یا بقای ممنتیم خطی بدست می‌آید که برای حجم کنترل اینرسی مناسب است. حجم کنترل اینرسی حجم کنترلی است که نسبت به یک چهارچوب مرجع ثابت شتاب نمی‌گیرد که در واقع یک سیستم مختصات اینرسی است.

قانون دوم نیوتن بیان می‌کند که مجموع نیروهای خارجی وارد بر سیستم اینرسی ذرات سیال معادل است با نرخ تغییر ممنتیم سیستم ذرات سیال بطوریکه:

$$\sum F = \frac{DP_s}{dt} \quad (40-1)$$

که در آن $\sum F$ مجموع نیروهای خارجی وارده بر سیستم اینرسی ذرات سیال و P_s ممنتیم خطی ذرات سیال است بطوریکه:

$$P_s = \int_{m_s} V dm \quad (41-1)$$

اما $dm = \rho dV$ بطوریکه:

$$\sum F = \frac{DP_s}{dt} = \frac{D}{dt} \int_{V_s} \rho V dV \quad (42-1)$$

حال اگر معادله (42 1) با معادله (32 1) مقایسه گردد، ملاحظه می‌شود که ممنتیم خطی یک خاصیت گسترده و سرعت یک خاصیت متمرکز می‌باشد. عبارت دیگر $N = p_s$ و $\eta = V$ خواهند بود.

استفاده از تئوری تبدیل رینولدز در معادله (42 1) منجر به معادله ذیل می‌شود:

$$\sum F = \frac{D}{dt} \int_{V_s} \rho V dV = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_s} \rho V dV + \int_A \rho V (V \cdot \hat{n}) dA \quad (43-1)$$

این معادله به معادله بقای ممنتیم خطی یا بطور ساده معادله ممنتیم خطی معروف است. عبارت اول در سمت راست معادله (43 1) نرخ تغییرات ممنتیم خطی در داخل حجم کنترل، و عبارت دوم نرخ خالص شار ممنتیم خطی به حجم کنترل را نشان می‌دهد.

برای جریان پایدار مشتق جزئی نسبت به زمان صفر است $\partial/\partial t = 0$ ، بنابراین معادله (43 1) بصورت ذیل ساده می‌گردد:

$$\sum F = \int_A \rho V (V \cdot \hat{n}) dA \quad (44-1)$$

حال جریان پایدار یک بعدی درون لوله جریان را در نظر بگیرید که حجم کنترل انتخابی با بخش لوله جریان نشان داده شده در شکل (19 1) منطبق است. جریان سیال از طریق سطح کنترل A_1 وارد و از طریق سطح کنترل A_2 خارج

می‌گردد. هیچ جریانی از دیگر سطوح حجم کنترل جریان ندارد، زیرا که این سطوح با خطوط جریان ایجاد می‌شوند و روی این سطوح $V \cdot \hat{n} = 0$ است. بنابراین معادله (44-1) به صورت ذیل ساده می‌گردد:

$$\sum F = \int_{A_1} \rho_1 V_1 (V_1 \cdot \hat{n}_1) dA + \int_{A_2} \rho_2 V_2 (V_2 \cdot \hat{n}_2) dA$$

از آنجایی که جریان یک بعدی است، مساحت مقاطع A_1 و A_2 به ترتیب عمود بر بردارهای سرعت V_1 و V_2 هستند. پس داریم $V_1 \cdot \hat{n}_1 = -V_1$ و $V_2 \cdot \hat{n}_2 = V_2$. همچنین ممکن است برای جریانهای یک بعدی که معادله برداری را بصورت اسکالر بیان نمود. بنابراین:

$$\sum F = -\int_{A_1} \rho_1 V_1^2 dA + \int_{A_2} \rho_2 V_2^2 dA$$

برای جریانهای یک بعدی خواص روی هر سطح مقطع یکنواخت است. پس:

$$\sum F = \rho_2 A_2 V_2^2 - \rho_1 A_1 V_1^2 \quad (45-1)$$

یا با استفاده معادله (46-1):

$$\sum F = \dot{m}(V_2 - V_1) \quad (46-1)$$

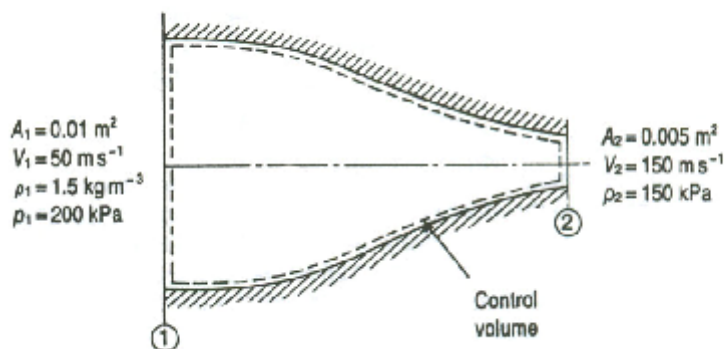
مثال 1-2: یک سیال پایدار لزج تراکم‌ناپذیر مطابق شکل (4-21) در یک کانال همگرا جریان دارد. مساحت سطح مقاطع 1 و 2 به ترتیب 0.05 m^2 و 0.01 m^2 بوده و سرعت دانسیته و فشار در مقطع 1 به ترتیب 50 m/s ، 15 kg/m^3 و 15 kPa می‌باشند. در حالی که سرعت و فشار در مقطع 2 به ترتیب 150 m/s و 150 kPa است. نیروی اعمال شده بر سیال را در کانال همگرا بیابید.

حل: از آنجایی که سیال پایدار بوده و نرخ جریان جرم در هر سطح مقطع ثابت است. دانسیته در مقطع 2 بصورت ذیل محاسبه می‌گردد:

$$\rho_2 = \frac{\rho_1 A_1 V_1}{A_2 V_2} = \frac{(1.5 \text{ kgm}^{-3})(0.01 \text{ m}^2)(50 \text{ ms}^{-1})}{(150 \text{ ms}^{-1})(0.005 \text{ m}^2)} = 1 \text{ kgm}^{-3}$$

نیروی اعمال شده بر سیال با استفاده از معادله ممنتوم (45-1) بدست می‌آید.

$$F_{\text{fluid}} + p_1 A_1 - p_2 A_2 = \rho_2 V_2^2 A_2 - \rho_1 V_1^2 A_1$$



شکل (4 21): طرح ساده مثال 4 2

یا

$$F_{fluid} = (1\text{kgm}^{-3})(150\text{ms}^{-1})^2(0.005\text{m}^2) - (1.5\text{kgm}^{-3})(50\text{ms}^{-1})^2(0.01\text{m}^2) \\ - (200000\text{Nm}^{-2})(0.01\text{m}^2) + (150000\text{Nm}^{-2})(0.005\text{m}^2) = -1175\text{N}$$

نتیجتاً نیروی اعمال شده بر کانال توسط سیال مساوی ولی مخالف جهت است.

$$F_{duct} = -F_{fluid} = 1172\text{N}$$

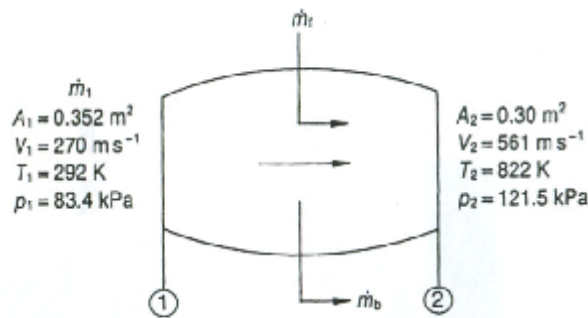
مراجع برای مطالب تکمیلی:

- Bertin, J.J. and smith, M. L. (1979) Aerodynamics for Engineers , Prentice Hall: Englewood cliffs, NJ.
- Daugherty, R. L. franzini, J. B. and Finnemore, E. J. (1985) Fluid Mechanics with Engineering application , 8Th edn, McGraw-Hill : New York
- Fox, R. W. and McDonald, Introduction to Fluid Mechanics, 3rd edn ,Wiley: New York
- A.T. (1985) Owczarek, J. A. (1968) Introduction to Fluid Mechanics, International Textbook: Scranton, PA.
- Prandtl, L. and Tietjens, O. G. (1957) Fundamentals of Hydro- and Aeromechanics, Dover: New York
- Sabersky, R. H. Acodta, A.j. and E. G. (1971) Fluid Flow, 2nd edn, Macmillan: New York Hauptamann,
- Shames, I. H. (1982) Mechanics of Fluid, 2nd ed McGraw-Hill: New York
- Streeter, V. L. and Wylie, E. B., (1983) Fluid Mechanics, McGraw-Hill: New York.
- Vennard, J. K. and street, R. L. (1982) , Elementary Fluid Mechanics , 7th edn, New York Wiley: New York.

مسائل:

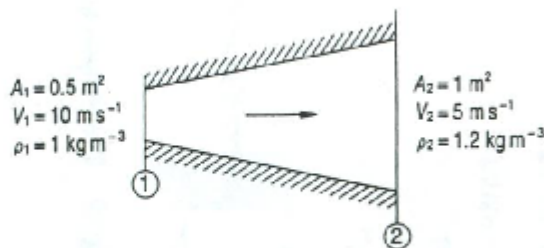
- 4 4 در جریان شبه یک بعدی پایدار یک گاز، دانسیته، مساحت سطح مقطع و سرعت جریان در ورودی یک کانال واگرا بترتیب 0.75 kgm^{-3} , 0.75 m^2 , 25 ms^{-1} هستند. اگر دانسیته و مساحت سطح مقطع در ورودی بترتیب 1.6 kgm^{-3} و 0.25 m^2 باشد، سرعت در خروجی را بیابید.

1 2 سطح و شرایط جریان در ورودی (مقطع 1) و در خروجی (مقطع 2) موتور توربین گاز در شکل نشان داده شده است. بخشی از هوای ورودی در بخش میانی توسط شیر اطمینان خارج می‌شود. مقدار هوای خارج شده $\dot{m}_b = 0.1\dot{m}_1$ در این موتور سوخت جت به هوا تزریق می‌شود و می‌سوزد که باعث افزایش دما و فشار هوا و در نتیجه تغییر ترکیب آن می‌شود. فرض کنید گازهای ورودی و خروجی گاز کامل با ثابت $2871.1 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ هستند. با فرض جریان یکنواخت و پایدار، مقدار سوختی که باید تزریق شود را بیابید. (دانشگاه فنی خاور میانه METU - سال 1985)



Problem 1.2

1 3 سرعت و دانسیته در یک جریان یک بعدی در مقاطع 1 و 2 در شکل ذیل نشان داده شده‌اند. اگر خواص در هر سطح مقطع یکنواخت باشند تعیین کنید که آیا:
الف: جریان تراکم‌ناپذیر است یا خیر؟
ب: جریان پایدار است یا خیر؟

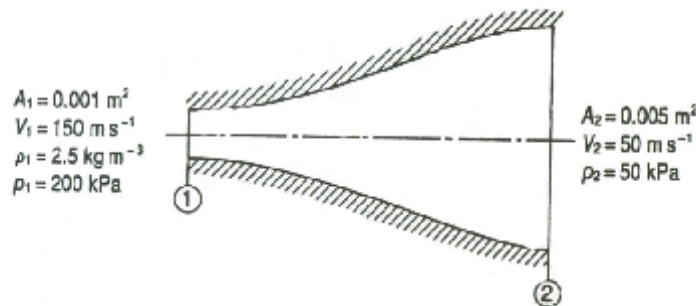


Problem 1.3

1 4 اکسیژن از یک تانک بزرگ با نرخ حجمی 2 m^3 از یک سوراخ کوچک با مساحت سطح مقطع 1 mm^2 خارج می‌شود. نرخ جریان جرم گاز اکسیژن خروجی عبارتست از: $\dot{m} = 0.68 pA / \sqrt{RT}$ که در آن P فشار گاز در داخل تانک است، A مساحت سطح مقطع سوراخ، R ثابت گاز و T دمای گاز داخل تانک می‌باشد. خروج اکسیژن آنقدر آرام است که دما در تانک در دمای 15°C ثابت می‌ماند. اگر ثابت گاز اکسیژن $259.8 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ باشد، زمان مورد نیاز جهت کاهش فشار گاز از 600 kpa به 300 kpa بیابید.

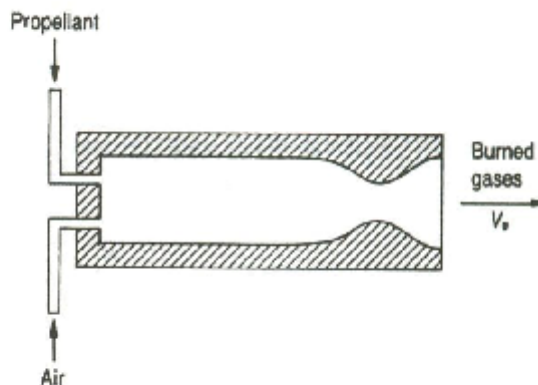
5 1 یک تانک با حجم 0.5 m^3 حاوی هوا در فشار 500 kPa و دمای 15°C است. در لحظه $t = 0$ یک سوراخ با مساحت سطح مقطع 100 mm^2 جهت خارج شدن هوا با سرعت 346 ms^{-1} در بدنه آن ایجاد می‌شود. با فرض اینکه خواص هوا در تانک یکنواخت باشد، نرخ تغییر دانسیته لحظه‌ای تانک را در زمان $t = 0$ بیابید. ثابت گاز برای هوا $287.8 \text{ J Kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ می‌باشد.

6 1 یک جریان لزج تراکم‌ناپذیر پایدار مطابق شکل زیر وارد یک کانال واگرا می‌گردد. مساحت سطح مقطع مقاطع 1 و 2 به ترتیب 0.005 m^2 و 0.005 m^2 است. سرعت، دانسیته و فشار در مقطع 1 به ترتیب 150 ms^{-1} ، 2.5 kg m^{-3} و 200 kPa ، در حالی که سرعت و فشار در مقطع 2 به ترتیب 50 ms^{-1} و 50 kPa می‌باشد. نیروی اعمال شده بر سیال را در کانال واگرا بیابید.



Problem 1.6

7 1 سرعت، دانسیته و فشار گاز حاصل از احتراق در خروجی نازل یک موتور راکت به ترتیب V_e ، ρ_e و p_e می‌باشد. کل موتور با فشار اتمسفر P_{atm} احاطه شده است. سرعت هوا و سوخت پیشران ورودی و همچنین نیروی وارده در اثر فشار لوله‌های ورودی سوخت و هوا قابل صرف‌نظر هستند. با فرض اینکه جریان در خروجی نازل یکنواخت باشد، نیروی پیشران خالص موتور راکت را بیابید. (METU- سال 1983)

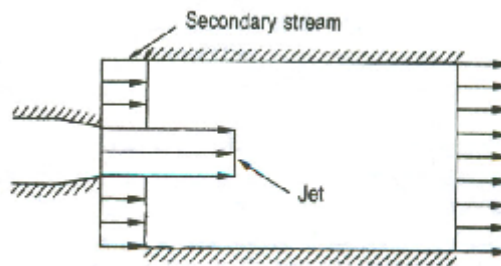


Problem 1.7

8 1 مطابق شکل ذیل یک پمپ جت آب دارای مساحت سطح مقطع جت 0.001 m^2 و سرعت 25 ms^{-1} می باشد. جریان ثانویه آب احاطه کننده جت دارای سرعت 5 ms^{-1} است. مساحت سطح مقطع کل کانال، که مجموع مساحت سطح مقطع جت و مساحت سطح مقطع جریان ثانویه است، معادل با 0.1 m^2 می باشد. در پایین دست کانال جریان ثانویه و جریان جت کاملاً با هم مخلوط می شوند و جریان با حالت یکنواخت از جت پمپ خارج می شود. در ورودی پمپ جت، فشار جت و جریان ثانویه با هم برابر هستند. تعیین کنید:

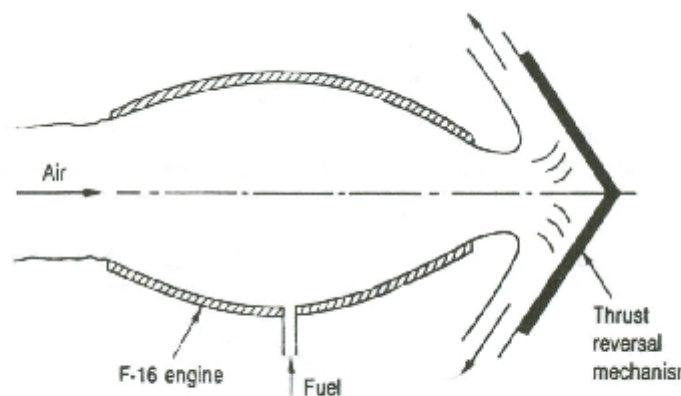
الف: سرعت در خروجی پمپ جت

ب: افزایش فشار در عرض پمپ جت



Problem 1.8

9 1 سرعت نسبی هوا در ورودی موتور یک جت جنگی F-16 در لحظه فرود 100 ms^{-1} است. دانسیته و فشار در ورودی به ترتیب 1.25 kgm^{-3} و 100 kpa و مساحت سطح مقطع ورود هوا 2 m^2 می باشد. گاز خروجی از موتور دارای دانسیته و فشار به ترتیب 0.5 kgm^{-3} و 100 kpa و سطح مقطع خروج هوا از موتور 0.65 m^2 می باشد. افزایش جریان جرم بدلیل تزریق سوخت 4 درصد بوده و در خروجی موتور یک مکانیزم معکوس مخروطی رانش جهت انحراف گاز خروجی از انتهای موتور به اندازه 120 درجه وجود دارد. با صرف نظر کردن از اثرات اصطکاک، نیروی رانش جت جنگی F-16 را بیابید. (METU - سال 1986) V_2



Problem 1.9



□ □ □ □ □ □ □ □



اصول ترمودینامیک

2 1 مقدمه

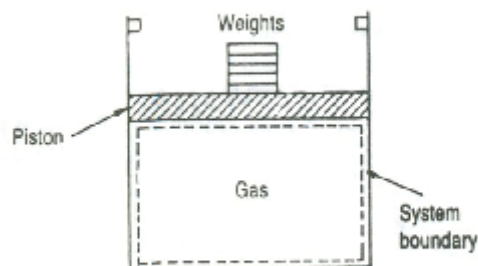
ترمودینامیک علمی است که به بررسی کار و گرما و مشخصاتی از مواد می‌پردازد که به کار و گرما مرتبط است. همانند همه شاخه‌های علم، اصول ترمودینامیک بر مبنای مشاهدات آزمایشگاهی پایه‌گذاری شده است. این مشاهدات در ترمودینامیک بر حسب قوانین اساسی خاصی فرموله شده‌اند که به عنوان قوانین اول و دوم ترمودینامیک شناخته می‌شوند و علاوه بر این قوانین، قانون صفرم ترمودینامیک نیز وجود دارد.

2 2 خواص و حالت یک ماده

حالت یک ماده را می‌توان با استفاده از مشخصات خاص قابل مشاهده مانند [فشار، دما و یا دانسیته] تعیین و تعریف نمود. در هر حالت خاصی از ماده، هر یک از خواص آن دارای یک مقدار معین بوده و مستقل از اینکه چگونه ماده به این حالت رسیده است، این خواص دارای مقادیر یکسانی هستند. یک خاصیت به عنوان کمیتی وابسته به حالت سیستم تعریف شده و مستقل از چگونگی رسیدن سیستم به این حالت خاص می‌باشد. بر عکس، حالت یک ماده با استفاده از مشخصات آن تعریف و یا معین می‌گردد.

2 3 فرایندها و سیکلها

هرگاه یک یا چند خاصیت از یک سیستم تغییر کند، همیشه حالت آن سیستم نیز تغییر خواهد کرد. گازی که در یک ترکیب سیلندر پیستون مطابق با شکل (2 1) محبوس شده است، به عنوان سیستم ترمودینامیکی در نظر گرفته می‌شود. وقتی یک یا چند وزنه از روی پیستون برداشته شود، با بالا رفتن پیستون گاز منبسط می‌شود، در نتیجه با کاهش فشار و افزایش حجم بر واحد جرم، در حالت سیستم تغییر ایجاد می‌گردد. نهایتاً تعادل مکانیکی برقرار شده و گاز به حالت جدیدی می‌رسد. مسیر حالت‌های متوالی که یک سیستم طی می‌کند به عنوان فرایند شناخته می‌شود.



شکل (2 1): تغییر حالت در یک سیستم ترمودینامیکی

از آنجایی که خواص یک سیستم حالت آن سیستم در وضعیت تعادل را توصیف می کنند، هنگامی که یک سیستم یک فرایند واقعی غیر تعادلی را طی می کند، توصیف حالت آن مشکل خواهد بود. این مشکل با تعریف یک فرایند شبه تعادلی با انحراف بینهایت کوچک از یک تعادل ترمودینامیکی برطرف می گردد. در این مورد تمام حالتی را که یک سیستم در طی یک فرایند شبه تعادلی طی می کند، به عنوان حالتی شبه تعادلی تعریف می شوند. بنابراین اگر وزنه ها به اندازه کافی کوچک بوده و یکی پس از دیگری بطور آهسته برداشته شوند، فرایند به صورت شبه تعادلی صورت می گیرد. هرگاه تمام وزنه ها با هم در یک لحظه برداشته شوند، پیستون سریع بالا رفته و به موانع برخورد می کند و فرایند غیر تعادلی خواهد بود. برای فرایندهای غیر تعادلی، توصیف یک سیستم تنها قبل از شروع فرایند و بعد از تکمیل انجام فرایند و رسیدن سیستم به حالت تعادل بعدی مقدور است. به هر حال هیچگونه اطلاعاتی در مورد حالتی که سیستم طی می کند و نیز سرعت انجام فرایند در دسترس نمی باشد. وقتی که یک سیستم چندین فرایند را طی کرده و نهایتاً به حالت اولیه بازگردد یک سیکل ترمودینامیکی انجام شده است. بنابراین با کامل شدن یک سیکل، خواص نهایی سیستم با خواص اولیه آن یکسان خواهند شد.

2 4 تعادل دمایی

ارائه یک تعریف دقیق از دما بسیار مشکل است و هر کس از دما یک حسی دارد. اما می توان گفت که اولین حس از دما احساسی از سردی و گرمی می باشد. همچنین اگر دو ماده گرم و سرد به یکدیگر نزدیک شوند، ماده گرم سردتر شده و ماده سرد گرمتر می شود. اگر این دو جسم در طی مدتی نسبتاً طولانی با هم در تماس باشند، دارای حس گرمی و سردی یکسانی خواهند شد که این حس بسیار غیر قابل اعتماد می باشد. گاهی اوقات اجسامی از مواد مختلف که در دمای یکسانی هستند، ممکن است ظاهراً در دمای متفاوت بنظر برسند.

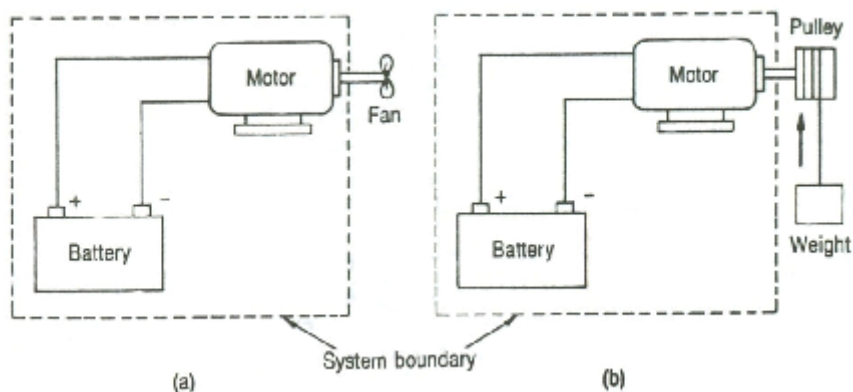
بدلیل وجود این مشکلات در تعریف دما، بهتر است مفهوم تعادل دمایی تعریف گردد. حال یک ماده گرم و یک ماده سرد را در نظر بگیرید که هر یک در تماس با یک دماسنج جیوه ای هستند. وقتی این دو ماده در تماس با یکدیگر قرار بگیرند ستون جیوه در دماسنج متصل به ماده گرم افت کرده، درحالی که در دماسنج متصل به ماده سرد بالا می رود. بعد از گذشت یک دوره زمانی، تغییرات بیشتری در ارتفاع ستون جیوه ایجاد نشده و ستونهای جیوه دو دماسنج یکسان خواهند

2 5 قانون صفرم ترمودینامیک

26 کار،

$$W = \int_1^2 F dx \quad (1-2)$$

به منظور درک دقیقتر تعریف کار، یک سیستم متشکل از یک باطری و یک موتور را مطابق شکل (2-2a) در نظر بگیرید. فرض کنید که موتور یک فن را به دوران در می آورد. در این مورد باید این سوال را در نظر داشت که آیا کار از مرزهای سیستم عبور می کند یا نه. برای جواب دادن به این سوال می توان فن شکل (2-2a) را با یک سیستم وزنه و قرقه مطابق شکل (2-2b) جایگزین نمود که با گردش موتور وزنه بالا می رود. بنابراین تنها اثر خارجی روی سیستم بلند شدن وزنه است. حال اگر مرزهای سیستم بطوری تغییر کند که تنها شامل باطری باشد، این سوال مطرح می شود که آیا انرژی الکتریکی وارده از طریق مرزهای سیستم کار انجام می دهد. وقتی افتهای الکتریکی و اصطکاک بالبیرینگ قابل صرف نظر باشد، تنها اثر خارجی بر روی سیستم بلند شدن وزنه است. بنابراین وقتی جریان الکتریسیته از مرزهای سیستم عبور کند، کار توسط سیستم یا بر روی آن انجام می گیرد.



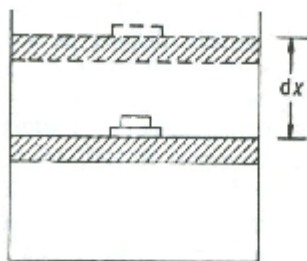
شکل (2-2): مثالهایی از کار انجام شده در مرزهای سیستم

در شکل (2-3) یک گاز در بین سیلندر پیستون محبوس شده است. اگر یکی از وزنه‌های بینهایت کوچک از روی پیستون برداشته شود، پیستون به اندازه فاصله بینهایت کوچک dx به سمت بالا حرکت می‌کند. اگر فشار گاز p و مساحت سطح مقطع پیستون A باشد، بنابراین کار انجام شده روی پیستون PA خواهد شد و کار بینهایت کوچک برابر است با:

$$\delta W = pAdx$$

اما $dV = A dx$ بطوریکه:

$$\delta W = pdV \quad (2-2)$$



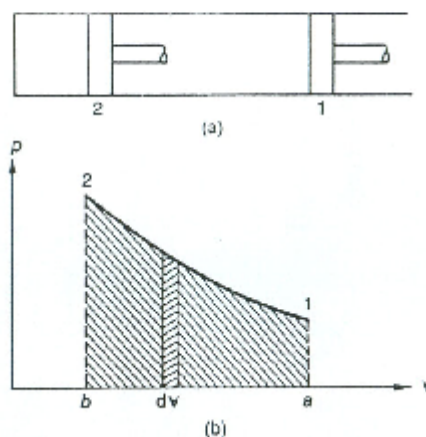
شکل (2-3): کار انجام شده با حرکت مرز سیستم در یک فرایند شبه تعادلی

اگر رابطه بین p و V مشخص باشد، کار انجام شده با حرکت مرز سیستم در یک فرایند شبه تعادلی با انتگرالگیری از معادله (2-2) بدست می‌آید. برای این منظور مطابق شکل (2-4) تراکم یک گاز را از حالت 1 به 2 در یک سیستم



سیلندر پیستون در نظر بگیرید. اگر تراکم یک فرایند شبه تعادلی باشد، از آنجایی که انحراف از حالت تعادل بینهایت کوچک است، هر نقطه روی منحنی که حالت‌های 1 و 2 را به هم مرتبط می‌کند حالت واقعی سیستم را نشان می‌دهد. بنابراین کار انجام شده W_2 در حین فرایند تراکم از حالت 1 به 2 با انجام انتگرالگیری از معادله (2-2) بدست می‌آید:

$$W_2 = \int_1^2 \delta W = \int_1^2 p dV \quad (3-2)$$



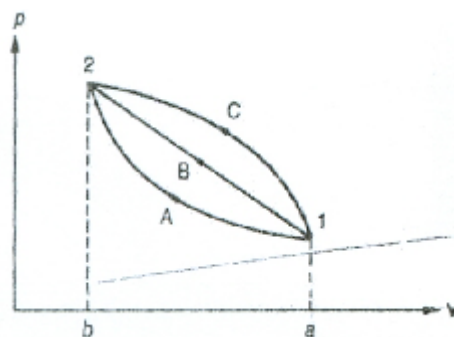
شکل (2-4): نمودار فشار-حجم که کار انجام شده با حرکت مرز سیستم در یک فرایند تراکمی شبه تعادلی را نشان می‌دهد

از شکل (2-4) کاملاً روشن است که کار انجام شده در حین فرایند را می‌توان با مساحت زیر سطح منحنی 1-2- a یا سطح $a-b-1-2-a$ نشان داد.

بررسی بیشتر دیاگرام $p-v$ شکل (2-4) نشان می‌دهد که می‌توان مطابق شکل (2-5) در امتداد مسیرهای شبه تعادلی مختلفی مانند A ، B و C از حالت 1 به 2 حرکت نمود. از آنجا که مساحت زیر سطح منحنی نشان دهنده کار انجام شده در هر فرایند می‌باشد، مقدار کار انجام شده در هر فرایند تنها تابعی از حالت‌های نهایی فرایند نبوده بلکه تابعی از مسیر بین دو حالت نیز می‌باشد. بنابراین کار یک تابع مسیر بوده و یا به زبان ریاضی، δW یک دیفرانسیل کامل نمی‌باشد.

در اینجا لازم است که تفاوتی بین توابع نقطه‌ای و توابع مسیر یا دیفرانسیل‌های کامل و غیر کامل قائل شویم. از آنجایی که در نمودار $p-v$ یک مقدار معینی برای هر خاصیت در حالت‌های مختلف وجود دارد، خواص ترمودینامیکی توابع نقطه‌ای هستند. بنابراین دیفرانسیل توابع نقطه‌ای دیفرانسیل‌های کامل بوده و انتگرال آنها روی کل حجم برابر است با:

$$\int_1^2 dV = V_2 - V_1 \quad (4-2)$$



شکل (2 5): فرایندهای شبه تعادلی مختلف بین دو حالت خاص

بنابراین تغییر حجم تنها به حالت‌های اولیه و نهایی سیستم بستگی دارد. از طرف دیگر کار تابع مسیر بوده و کار انجام شده در یک فرایند شبه تعادلی بین دو حالت خاص به مسیر طی شده بستگی دارد. دیفرانسیل‌های توابع مسیر غیر کامل هستند و علامت δ جهت مقایسه آنها با دیفرانسیل‌های کامل d بکار می‌روند.

$$\int_1^2 \delta W = W_2 \quad (5-2)$$

استفاده از علامت $(W_2)_A$ برای کار انجام شده در یک فرایند A از حالت 1 به 2 دقیقتر بوده و همچنین صحبت در مورد کار انجام شده در حالت 1 یا 2 غیر ممکن است.

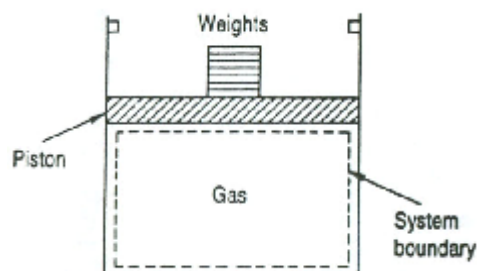
مثال 2 1 یک گاز در سیلندری مطابق شکل (2 6) محبوس شده است. سیلندر و پیستون با هم آب‌بندی شده و چند وزنه کوچک روی سیلندر قرار دارد. حجم و فشار اولیه گاز به ترتیب 0.05 m^3 و 150 kpa است. برای حجم نهایی 0.1 m^3 کار انجام شده توسط سیستم را بیابید اگر:

الف: گاز توسط یک چراغ بونزن که زیر سیلندر قرار می‌گیرد گرم شود.

ب: گاز توسط یک چراغ بونزن که زیر سیلندر قرار می‌گیرد گرم شده و وزنه‌ها با سرعتی برداشته شوند که $p\forall = cte$

ج: وزنه‌ها با سرعتی برداشته شوند که در حین فرایند گرمایش $p\forall^{1.3} = cte$

د: پیستون توسط یک پین طوری قرار گیرد که حجم ثابت بماند.



شکل (2 6): طرح ساده مثال 2 1



حل:

الف: از آنجایی که گاز توسط یک چراغ بونزن گرم می‌شود، بنابراین با یک فشار ثابت حاصل از وزن پیستون و وزنه‌های اضافی منبسط می‌گردد. معادله (2 3) بصورت ذیل تبدیل می‌گردد:

$$W_2 = \int_1^2 PdV = P \int_1^2 dV = P(V_2 - V_1)$$

با جایگزینی مقادیر عددی داریم:

$$W_2 = (150000 \text{ Nm}^{-2})(0.1 \text{ m}^3 - 0.05 \text{ m}^3) = 7500 \text{ J}$$

ب: وقتی $PV = P_1V_1 = P_2V_2$ ثابت، کار انجام شده توسط سیستم برابر است با:

$$W_2 = \int_1^2 PdV = P_1V_1 \int_1^2 dV/V = P_1V_1 \ln(V_2/V_1)$$

با جایگزینی مقادیر عددی داریم:

$$W_2 = (150000 \text{ Nm}^{-2})(0.05 \text{ m}^3) \ln(0.1 \text{ m}^3 / 0.05 \text{ m}^3) = 5199 \text{ J}$$

ج: در حین فرایند $PV^{1.3} = P_1V_1^{1.3} = P_2V_2^{1.3}$ ثابت، کار انجام شده توسط سیستم برابر است با:

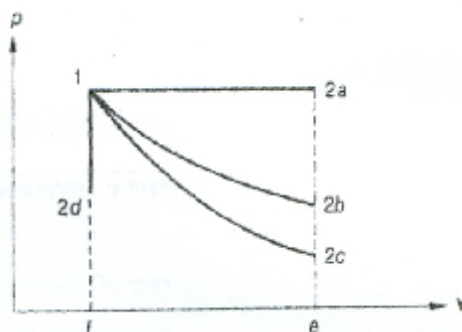
$$W_2 = \int_1^2 PdV = P_1V_1^{1.3} \int_1^2 \frac{dV}{V^{1.3}} = -\frac{P_1V_1^{1.3}}{0.3} [V_2^{-0.3} - V_1^{-0.3}]$$

با جایگزینی مقادیر عددی داریم:

$$W_2 = -\frac{(150000 \text{ Nm}^{-2})(0.05 \text{ m}^3)^{1.3}}{0.3} [(0.1 \text{ m}^3)^{-0.3} - (0.05 \text{ m}^3)^{-0.3}] = 4694 \text{ J}$$

د: وقتی که حجم ثابت باشد $dV = 0$ و کار انجام شده توسط سیستم برابر صفر است یا:

$$W_2 = 0$$



شکل (2 7) دیاگرام $p - v$ مثال 1-2



فرایندهایی که سیستم در بخشهای الف، ب، ج و د طی کرده است، بترتیب با منحنیهای (1 2 a)، (1 2 b)، (1 2 c) و (1 2 d) بر روی دیاگرام منحنی $p - v$ شکل (7 2) شان داده شده‌اند. سطوح 1-1 f - e - b - 2 و 1-1 f - e - a - 2 و 1-2 - 1 f - e - c و (1 2 d) هیچ سطحی زیر منحنی وجود ندارد و در نتیجه کار انجام شده صفر می‌باشد.

7 2 گرما

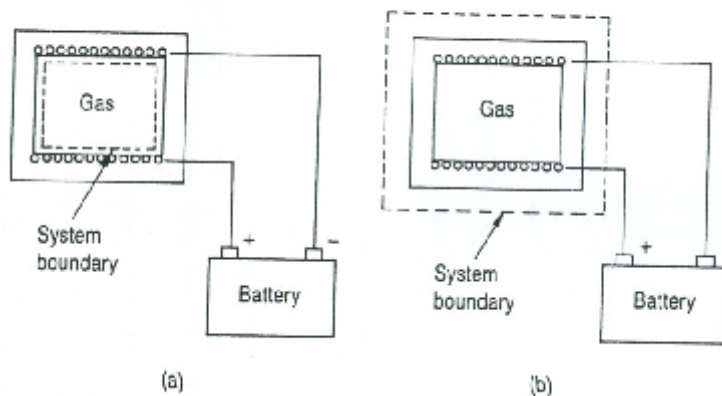
گرما به عنوان حالتی از انرژی تعریف می‌شود که در یک دمای خاص از مرزهای یک سیستم به یک سیستم یا محیط دیگر در یک دمای پایین‌تر، بدلیل وجود اختلاف دما بین آنها، منتقل می‌گردد. لازم به یادآوری است که یک جسم هیچگاه حاوی گرما نیست، بلکه گرما تنها از مرزهای سیستم عبور می‌کند. انتقال گرما یک پدیده گذرا است. هرگاه یک جسم گرم و یک جسم سرد با هم تماس پیدا کنند، انتقال گرما از جسم گرم به جسم سرد تا برقراری تعادل دمایی ادامه پیدا می‌کند. بعد از این لحظه بدلیل عدم وجود اختلاف دما هیچگونه انتقال حرارتی انجام نخواهد شد.

انتقال حرارت به داخل یک سیستم بصورت مثبت و خارج از یک سیستم بصورت منفی تلقی می‌گردد و با علامت Q نمایش داده می‌شود. فرایندی که هیچگونه انتقال حرارتی در آن وجود ندارد به عنوان فرایند آدیاباتیک شناخته می‌شود. از نقطه نظر ریاضی، گرما به بصورت یک تابع مسیر بوده و مشابه کار، یک دیفرانسیل غیر کامل می‌باشد. بنابراین مقدار انتقال حرارت در حین یک فرایند از حالت 1 به 2 بستگی به مسیر پیموده شده در حین فرایند دارد و بصورت ذیل تعریف می‌گردد:

$$\int_1^2 \delta Q = {}_1Q_2 \quad (6-2)$$

8 2 مقایسه کار و گرما

در اینجا ملاحظه می‌گردد که تشابهات بسیاری بین کار و گرما وجود دارد.



شکل (8 2): تفاوت بین کار و گرما



این تشابهات بصورت ذیل خلاصه می‌گردد:

- (1) سیستمها هیچگاه حاوی کار یا گرما نیستند.
- (2) کار و گرما هر دو پدیده‌های مرزی هستند و تنها وقتی مشاهده می‌شوند که یکی یا هر دو آنها در حین یک فرایند از مرزهای سیستم عبور کنند. بنابراین هر دو بیان کننده انرژی گذرنده از مرزهای سیستم بوده و پدیده‌هایی گذرا می‌باشند.
- (3) کار و گرما هر دو توابع وابسته به مسیر بوده و بنابراین دیفرانسیل‌های غیر کامل می‌باشند.

برای نشان دادن تفاوت بین کار و گرما گازی را در نظر بگیرید که در یک محفظه صلب محبوس شده و کویل‌های با مقامت بالا که به باطری متصل هستند بدور ظرف پیچیده شده‌اند. هنگامی که جریان الکتریسیته در کویل‌ها جریان یابد، دمای گاز بالا رفته و این سوال پیش می‌آید که آیا کار یا گرما از مرزهای سیستم عبور کرده است؟ در شکل (8-2a) سیستم تنها از گاز درون محفظه تشکیل شده و هنگامی که جریان الکتریسیته در کویل‌ها جریان می‌یابد، دمای دیواره محفظه بالا رفته و در نتیجه از آنجایی که دمای ظرف از گاز درون آن بالاتر است، انتقال حرارت از ظرف به گاز انجام می‌گیرد. حال سیستم دیگری را مطابق شکل (8-2b) در نظر بگیرید که شامل محفظه و کویل‌های با مقامت بالا است. در این مورد الکتریسیته از مرزهای سیستم عبور کرده که در واقع کار بر روی آن انجام می‌دهد.

2 9 قانون اول ترمودینامیک

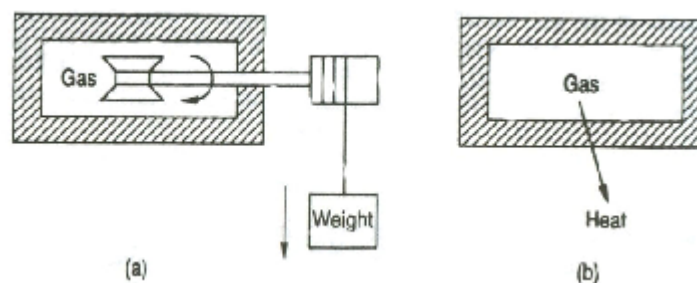
در این بخش قانون اول ترمودینامیک برای یک سیستم که یک سیکل را طی می‌کند تعریف شده و سپس این قانون برای یک سیستم تحت تاثیر تغییر حالت اصلاح می‌گردد. نهایتاً با استفاده از تئوری انتقال رینولدز قانون اول ترمودینامیک برای یک حجم کنترل بدست می‌آید.

2 9 1 قانون اول ترمودینامیک برای یک سیستم تحت عملکرد یک سیکل

قانون اول ترمودینامیک بیان می‌کند که وقتی یک سیستم یک سیکل را طی کند، انتگرال سیکلی کار برابر با انتگرال سیکلی گرما است. برای توضیح این قانون، یک سیستم از گاز را در یک محفظه مطابق شکل (9-2a) در نظر بگیرید که یک سیکل مرکب از دو فرایند متفاوت می‌باشد. در فرایند اول از آنجایی که وزنه کمتر می‌شود، پدال چرخیده و کار بر روی سیستم انجام می‌گیرد. حال می‌توان آنرا با انتقال گرما از سیستم به محیط، مطابق شکل (9-2b) به حالت اولیه برگرداند. بنابراین قانون اول به صورت ریاضی بصورت ذیل بیان می‌گردد:

$$\oint \delta Q_s = \oint \delta W_s \quad (7-2)$$

که نماد $\oint \delta Q_s$ به عنوان انتگرال سیکلی انتقال گرما برای سیستم تحت تاثیر یک سیکل و نماد $\oint \delta W_s$ به عنوان انتگرال سیکلی کار و بیان کننده کار خالص انجام شده در طی سیکل است.



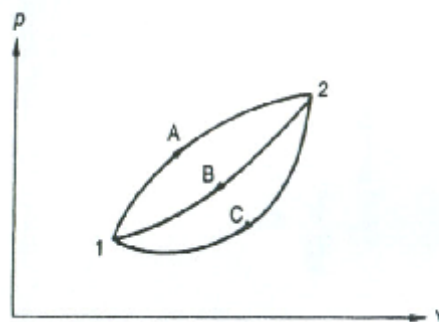
شکل (2 9): یک سیستم تحت تاثیر یک سیکل

2 9 2 قانون اول ترمودینامیک برای یک تغییر حالت در یک سیستم

در بخش قبل قانون اول ترمودینامیک برای یک سیستم در طی یک سیکل مورد بحث قرار گرفت. هر چند که معمولاً با فرایندها بیشتر از سیکلها سر و کار داریم. بدین منظور باید قانون اول ترمودینامیک برای یک سیستم که یک تغییر حالت را طی می‌کند بررسی گردد. حال یک سیستم را در نظر بگیرید که یک سیکل را طی کرده و مطابق شکل (2 10) در فرایند A از حالت 1 به 2 رسیده و در فرایند B از حالت 2 به 1 برمی‌گردد. قانون اول ترمودینامیک برای این سیکل عبارتست از:

$$\int_{1A}^{2A} \delta Q_s + \int_{2B}^{1B} \delta Q_s = \int_{1A}^{2A} \delta W_s + \int_{2B}^{1B} \delta W_s$$

حال یک سیکل دیگر را در نظر بگیرید که در فرایند A از حالت 1 به 2 رسیده و در فرایند C به حالت 2 برمی‌گردد.



شکل (2 10): نمایش وجود انرژی به عنوان یک خاصیت ترمودینامیکی

قانون اول ترمودینامیک برای این سیکل برابر است با:

$$\int_{1A}^{2A} \delta Q_s + \int_{2C}^{1C} \delta Q_s = \int_{1A}^{2A} \delta W_s + \int_{2C}^{1C} \delta W_s$$

حال با تفریق رابطه دوم از رابطه اول داریم:

$$\int_{2B}^{1B} \delta Q_s - \int_{2C}^{1C} \delta Q_s = \int_{2B}^{1B} \delta W_s - \int_{2C}^{1C} \delta W_s$$

با مرتب کردن رابطه داریم:



$$\int_{2B}^{1B} (\delta Q_s - \delta W_s) = \int_{2C}^{1C} (\delta Q_s - \delta W_s)$$

از آنجایی که فرایندهای B و C بین حالت‌های 1 و 2 کاملاً دلخواه هستند، کمیت $(\delta Q_s - \delta W_s)$ برای تمام فرایندهای بین حالت‌های 1 و 2 یکسان است. بنابراین $(\delta Q_s - \delta W_s)$ تنها به حالت‌های اولیه و نهایی سیستم بستگی دارد و مستقل از مسیر طی شده بین دو حالت می‌باشد. بنابراین $(\delta Q_s - \delta W_s)$ یک تابع نقطه‌ای و یک دیفرانسیل از یک مشخصه سیستم است و به عنوان انرژی سیستم شناخته می‌شود.

$$\delta Q_s - \delta W_s = DE_s \quad (8-2)$$

خاصیت E_s سیستم نشان دهنده کل انرژی آن در یک حالت خاص می‌باشد و در واقع نشان دهنده انرژیهای مکانیکی و حرارتی سیستم بوده در حالیکه از انرژیهای دیگر نظیر انرژی شیمیایی و غیره صرفنظر گردیده است. E_s معمولاً به شکلهای مختلف مانند انرژی جنبشی و پتانسیل نسبت به مختصات منتخب، انرژی مربوط به حرکت و موقعیت ملکولها، انرژی مربوط به ساختار اتم یا به صورتهای دیگر نمایش داده می‌شود. در ترمودینامیک انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نسبت به انرژیهای دیگر بصورت جداگانه بررسی شده و همه انرژیهای دیگر به صورت یک خاصیت و به عنوان انرژی داخلی سیستم، U_s ، در نظر گرفته می‌شوند. بنابراین:

$$E_s = U_s + (KE)_s + (PE)_s \quad (9-2)$$

که $(KE)_s$ و $(PE)_s$ بترتیب نشان دهنده انرژیهای جنبشی و پتانسیل سیستم هستند. بیشتر سعی می‌شود که قانون اول ترمودینامیک بصورت یک معادله نرخ تغییرات انرژی بیان گردد. بنابراین نرخ متوسط یا لحظه‌ای که انرژی بصورت کار یا گرما از مرزهای سیستم عبور می‌کند و همچنین نرخ تغییرات انرژی سیستم مورد بررسی قرار می‌گیرد. بدین منظور معادله (8-2) به بازه زمانی بینهایت کوچک dt تقسیم شده و داریم:

$$\dot{Q}_s - \dot{W}_s = DE_s / dt \quad (10-2)$$

که در آن $\dot{Q}_s = \delta Q_s / dt$ نرخ انتقال حرارت و $\dot{W}_s = \delta W_s / dt$ نشان دهنده توان می‌باشد. در معادله (10-2) وقتی گرما از محیط به سیستم منتقل می‌شود، نرخ انتقال حرارت $\dot{Q}_s$ مثبت و هنگامی که کار توسط سیستم بر روی محیط انجام می‌گیرد، توان سیستم $\dot{W}_s$ مثبت در نظر گرفته می‌شود.

2 9 3 قانون اول ترمودینامیک برای یک حجم کنترل

می‌توان کل انرژی یک سیستم، E_s ، را بصورت ذیل بیان نمود:

$$E_s = \int_{m_s} edm = \int_{V_s} \rho edv \quad (11-2)$$



که e کل انرژی واحد بر جرم است و با استفاده از تئوری انتقال رینولدز (1-32) می‌توان معادله (2-10) را به یک حجم کنترل مرتبط نمود:

$$\dot{Q}_s - \dot{W}_s = \frac{DE_s}{dt} = \frac{D}{dt} \int_{V_s} \rho e dV = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_s} \rho e dV + \int_A \rho e (\hat{V} \cdot \hat{n}) dA \quad (12-2)$$

که کل انرژی واحد بر جرم بصورت ذیل بیان می‌شود:

$$e = u + \frac{V^2}{2} + gz \quad (13-2)$$

که u انرژی داخلی واحد بر جرم، g شتاب گرانشی و z ارتفاع می‌باشد. بنابراین قانون اول ترمودینامیک را می‌توان بصورت ذیل بیان نمود:

$$\dot{Q}_s - \dot{W}_s = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_s} P(u + \frac{V^2}{2} + gz) dV + \int_A \rho(u + \frac{V^2}{2} + gz)(\hat{V} \cdot \hat{n}) dA \quad (14-2)$$

حال یک خاصیت متمرکز جدید به عنوان آنتالپیا به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$h = u + \frac{p}{\rho} \quad (15-2)$$

بنابراین معادله (2-14) بصورت ذیل تبدیل می‌کند:

$$\dot{Q}_s - \dot{W}_s = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_s} \rho(u + \frac{V^2}{2} + gz) dV + \int_A \rho(h - \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz)(\hat{V} \cdot \hat{n}) dA \quad (16-2)$$

وقتی جرم از مرزهای حجم کنترل عبور می‌کند، کار را می‌توان به دو بخش تقسیم نمود:

(i) کار لازم جهت به جریان انداختن جرم از مرزهای سیستم که کار جریان $\dot{W}_{flow}$ نامیده می‌شود.

(ii) تمام کارهای دیگر از قبیل کار مکانیکی، کار الکتریکی، کار مغناطیسی و کار نیروی برشی $\dot{W}$. در اینجا ملاحظه می‌شود که کار جریان وقتی مثبت است که جرم از مرزهای حجم کنترل به محیط اطراف وارد شده و وقتی منفی است که محیط اطراف جرم را به داخل حجم کنترل وارد می‌کند و نرخ انجام کار جریان با توجه به شکل (2-11) تعیین می‌گردد. نیروی اعمال شده بصورت عمود بر سطح بینهایت کوچک dA از سطح کنترل برابر است با $dF_n = p dA \hat{n}$. نرخ انجام کار جریان با ضرب کردن مولفه dF_n در مقدار سرعت و در جهت سرعت V بدست می‌آید. بنابراین:

$$\delta \dot{W}_{flow} = dF_n V \cos \beta = dF_n \cdot V = p(\hat{V} \cdot \hat{n}) dA \quad (17-2)$$

از آنجا که $(\hat{V} \cdot \hat{n})$ ورود جرم به داخل حجم کنترل منفی و خروج جرم از آن مثبت می‌باشد، بنابراین نرخ انجام کار جریان $\delta \dot{W}_{flow}$ با خروج جرم از حجم کنترل مثبت و با ورود جرم به داخل حجم کنترل منفی است. این موضوع در واقع موافق با قرارداد در تعیین علامتهای علمی است که کار انجام شده توسط سیستم مثبت و کار انجام بر روی سیستم منفی



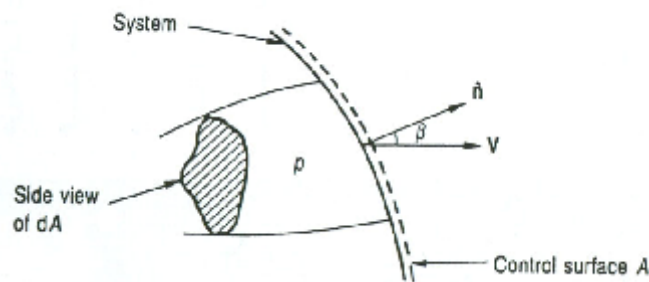
در نظر گرفته می شود. حال نرخ انجام کار جریان با انترالگیری از $\delta \dot{W}_{flow}$ بر روی سطح کنترل A بدست می آید.

$$\dot{W}_{flow} = \int_A \delta \dot{W}_{flow} = \int_A p(\hat{V} \cdot \hat{n}) dA \quad (18-2)$$

پس نرخ کار انجام شده توسط سیستم بصورت ذیل بیان می شود:

$$\dot{W}_s = \dot{W} + \dot{W}_{flow} = \dot{W} + \int_A p(\hat{V} \cdot \hat{n}) dA \quad (19-2)$$

همچنین نرخ انتقال حرارت ورودی به یک حجم کنترل $\dot{Q}$ ، با نرخ انتقال حرارت به جرم موجود در حجم کنترل معادل است. بعبارت دیگر $\dot{Q}_s = \dot{Q}$



شکل (2 11): تعیین کار جریان

بنابراین قانون اول ترمودینامیک، معادله (2 16) بصورت ذیل در می آید:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \left(u + \frac{V^2}{2} + gz \right) dV + \int_A \rho \left(h + \frac{V^2}{2} + gz \right) (\hat{V} \cdot \hat{n}) dA \quad (20-2)$$

برای یک جریان پایدار مشتقهای جزئی نسبت به زمان صفر هستند و $\partial/\partial t = 0$. پس معادله (2 20) بصورت ذیل ساده می شود:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \int_A \rho \left(h + \frac{V^2}{2} + gz \right) (\hat{V} \cdot \hat{n}) dA \quad (21-2)$$

حال جریان پایدار یک بعدی دورن لوله جریان را در نظر بگیرید که در آن حجم کنترل انتخابی با بخش لوله جریان نشان داده شده در شکل (4 19) منطبق است. جریان سیال از طریق سطح کنترل A_1 وارد و از طریق سطح کنترل A_2 خارج می گردد. هیچ جریانی از دیگر سطوح حجم کنترل جریان ندارد، بدین دلیل که این سطوح با خطوط جریان ایجاد می شوند و روی این سطوح $\hat{V} \cdot \hat{n} = 0$ است. بنابراین معادله (2 21) به صورت ذیل ساده می گردد:

$$\dot{Q}_2 - \dot{W}_2 = \int_{A_2} \rho_1 \left(h_1 + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 \right) (\hat{V}_1 \cdot \hat{n}_1) dA + \int_{A_1} \rho_2 \left(h_2 + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \right) (\hat{V}_2 \cdot \hat{n}_2) dA$$



از آنجایی که جریان یک بعدی است، مساحت سطح مقطع A_1 و A_2 به ترتیب عمود بر بردارهای سرعت V_1 و V_2 هستند. پس داریم:

$$V_1 \cdot V_1 = \hat{n}_1 \quad \text{و} \quad V_2 \cdot V_2 = \hat{n}_2 \quad \text{بنابراین}$$

$${}_1\dot{Q}_2 - {}_1\dot{W}_2 = \int_{A_2} \rho_2 V_2 \left(h_2 + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \right) dA - \int_{A_1} \rho_1 V_1 \left(h_1 + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 \right) dA$$

برای جریانهای یک بعدی خواص بر روی هر سطح مقطع یکنواخت است. پس

$${}_1\dot{Q}_2 - {}_1\dot{W}_2 = \rho_2 V_2 \left(h_2 + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \right) A_2 - \rho_1 V_1 \left(h_1 + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 \right) A_1$$

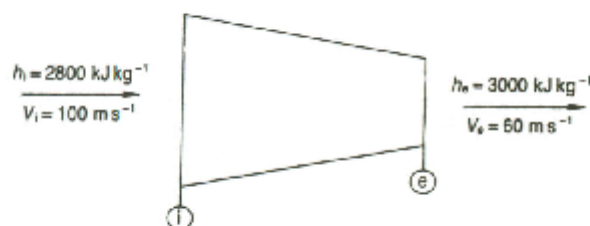
با استفاده از معادله پیوستگی (۱-۳۹) خواهیم داشت:

$${}_1\dot{Q}_2 - {}_1\dot{W}_2 = \dot{m} \left[\left(h_2 + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \right) - \left(h_1 + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 \right) \right] \quad (22a-2)$$

یا

$${}_1q_2 - W_2 = \left[\left(h_2 + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \right) - \left(h_1 + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 \right) \right] \quad (22b-2)$$

که ${}_1q_2$ انتقال حرارت بر واحد جرم و W_2 کار بر واحد جرم می‌باشد.



شکل (2 12): طرح ساده مثال 2 2

مثال 2 2 بخار مطابق شکل (2 12) با سرعت 100 ms^{-1} و آنتالپی 2800 KJ kg^{-1} وارد یک کمپرسور شده و با سرعت 60 ms^{-1} و آنتالپی 3000 KJ kg^{-1} از آن خارج می‌گردد. کمپرسور توان 25 KW را از توربین دریافت می‌کند. اگر نرخ جریان جرم بخار 0.1 Kgs^{-1} باشد، میزان افت حرارتی به محیط اطراف را بیابید. از تغییرات انرژی پتانسیل صرف‌نظر کنید.

حل: وقتی از تغییرات انرژی پتانسیل صرف‌نظر شود، قانون اول ترمودینامیک معادله (2 2b) بصورت ذیل تبدیل می‌شود:

$${}_1q_e + h_i + \frac{V_i^2}{2} = h_e + \frac{V_e^2}{2} + {}_1w_e$$



با جایگزینی مقادیر عددی داریم:

$${}_i q_e + 28000000 Jkg^{-1} + \frac{(100ms^{-1})^2}{2} = 30000000 Jkg^{-1} + \frac{(60ms^{-1})^2}{2} - \frac{25000 Js^{-1}}{0.1 kgs^{-1}}$$

$${}_i q_e = -53200 Jkg^{-1}$$

نرخ انتقال برابر است با:

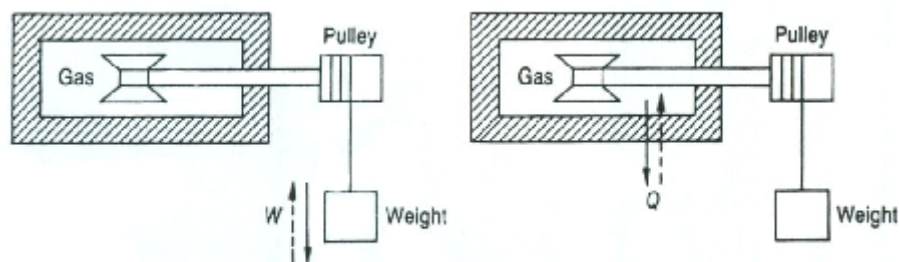
$${}_i \dot{Q}_e = \dot{m} {}_i q_e = (0.1 kgs^{-1})(-53200 Jkg^{-1}) = -5.32 kw$$

2 10 قانون دوم ترمودینامیک

قانون اول ترمودینامیک بیان می‌کند که وقتی یک سیستم یک سیکل را طی کند، انتگرال سیکلی کار برابر با انتگرال سیکلی گرما است. اما قانون اول ترمودینامیک محدودیتی برای جهت جریان کار و گرما قائل نمی‌شود. برای مثال وقتی گرما از یک سیستم منتقل می‌شود و در یک سیکل مقدار کار معادل با آن روی سیستم انجام می‌گیرد، شرایط قانون اول ترمودینامیک ارضا می‌گردد. بطور مشابه اگر جهت کار و گرما معکوس گردد، همچنان شرایط قانون اول ترمودینامیک صادق است. هر چند از مطالب گذشته می‌دانیم که هر سیکل فرضی که مطابق قانون اول ترمودینامیک مطرح شود تضمینی بر انجام عملی آن سیکل وجود ندارد. بنابراین یک سیکل تنها وقتی انجام‌پذیر است که قانون اول و دوم ترمودینامیک توأم برای آن صادق باشد. به عبارت دیگر قانون دوم ترمودینامیک بیان می‌کند که فرایندهای خاصی فقط در یک جهت پیش می‌شوند، اما در جهت معکوس انجام نمی‌شوند. برای مثال یک فنجان چای داغ با پس دادن حرارت به محیط اطراف سرد می‌شود، ولی در جهت عکس غیر قابل انجام است.

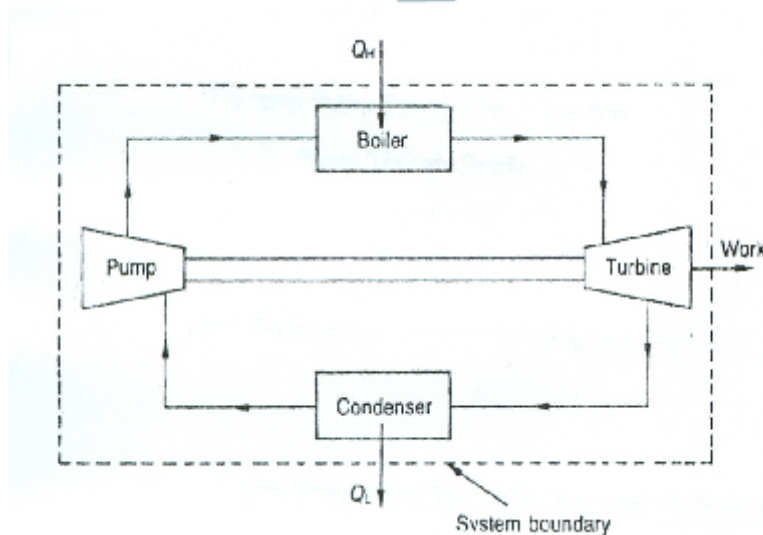
2 10 1 موتورهای گرمایی و پمپ‌ها

حال یک سیستم را که در بحث قانون اول ترمودینامیک معرفی شد مطابق شکل (2 13) در نظر بگیرید. در ابتدا با پایین آمدن وزنه و دوران پدال، کار بر روی سیستم انجام می‌گیرد، سپس با انتقال حرارت به محیط اطراف سیکل کامل می‌شود. اما با توجه به مطالب گذشته می‌دانیم که انجام سیکل معکوس غیر ممکن است. به عبارتی دیگر وقتی گرما در جهت پیکان نشان داده شده در این شکل به سیستم منتقل شود، دمای گاز افزایش می‌یابد. هر چند این امکان وجود ندارد که پدال بچرخد و وزنه به سمت بالا حرکت کند. از این بحث نتیجه می‌شود که یک سیستم می‌تواند در یک سیکلی کار کند که کار و انتقال حرارت هر دو منفی باشند، اما نمی‌تواند در یک سیکلی کار کند که کار و انتقال حرارت هر دو مثبت باشند. اکنون حرارت منتقل شده از یک سیستم با دمای بالاتر را به سیستم با دمای پایینتر در نظر بگیرید. هرچند این فرایند عملاً امکان‌پذیر است، اما فرایند معکوس با انتقال حرارت از یک سیستم با دمای پایینتر به سیستم با دمای بالاتر غیر ممکن است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که یک سیکل تنها با انتقال حرارت کامل نمی‌شود. حال به عنوان نتیجه این دو تصویر می‌توان موتور گرمایی (پمپ گرمایی) و یخچال را بررسی نمود.

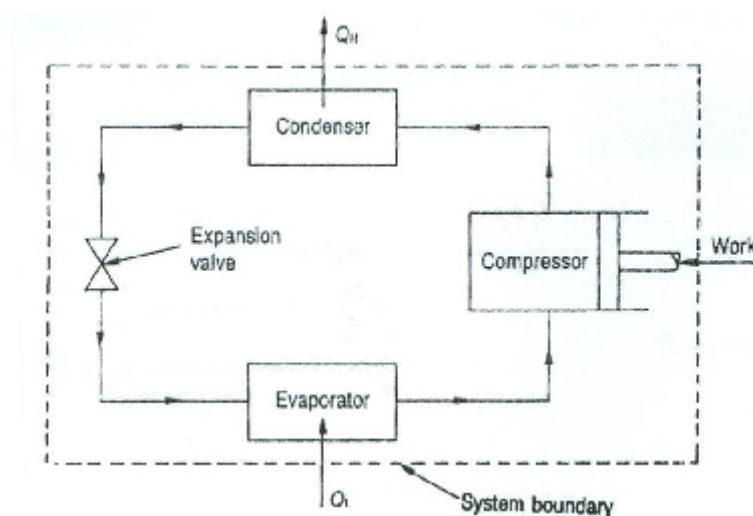


شکل (2 13): یک سیستم که یک سیکل شامل کار و گرما را طی می کند

یک موتور گرمایی سیستمی است که در یک سیکل با کار خالص و انتقال حرارت خالص مثبت کار می کند. با استفاده از پمپ گرمایی می توان حرارت را از یک جسم با دمای پایینتر به یک جسم با دمای بالاتر، با انجام کار لازم برای این فرایند، منتقل نمود. یک موتور گرمایی دستگاهی است که در یک سیکل ترمودینامیکی کار می کند و مقدار کار خالص مثبت معینی را در نتیجه انتقال حرارت از یک جسم با دمای بالاتر به جسم با دمای پایینتر انجام می دهد. در یک موتور گرمایی ماده ای که حرارت از آن و به آن انتقال می یابد، ماده یا سیال عامل نامیده می شود. یک مثال ساده از یک موتور گرمایی یک نیروگاه ساده بخار مطابق شکل (2 14) است. در حین انجام سیکل در موتور گرمایی مقدار گرمای Q_H در بویلر از محصولات احتراق به سیال کاری انتقال یافته، بطوریکه آب به حالت بخار مافوق گرم در می آید. سپس بخار مافوق گرم در توربین منبسط شده و مقدار معینی کار تولید می کند. بخشی از این کار برای کارکرد پمپ جهت افزایش فشار آب مایع استفاده می شود. مطمئناً همیشه کار خالص در حین انجام سیکل بدست می آید. بعد از توربین مقداری از گرما Q_L به محیط با دمای پایین پس داده می شود که در واقع این محیط، آب سردکننده در کندانسور می باشد. بنابراین یک نیروگاه ساده بخار در واقع یک موتور گرمایی است که در حین انجام یک سیکل مقدار معینی کار را، با انتقال حرارت از و به یک سیال کاری، انجام می دهد. بمنظور انتقال حرارت از یک جسم با دمای پایین به یک جسم با دمای بالاتر می توان از پمپ گرمایی یا یخچال استفاده نمود. یک سیکل تراکم بخار در شکل (2 15) نشان داده شده است. سردکننده هایی مانند آمونیاک یا فرئون 12 نمونه هایی از یک سیال عامل هستند. در اواپراتور گرما از جسم دما پایین به سیال عامل انتقال می یابد که در آن فشار و دمای سیال عامل پایین است.



شکل (2 14): یک موتور گرمایی ساده



شکل (2 15): یک پمپ گرمایی ساده

در کمپرسور با افزایش فشار سیال مبرد، بر روی آن کار انجام می‌شود. سپس در کندانسور گرما از سیال عامل به محیط دما بالا منتقل می‌شود که در آن فشار و دمای سیال عامل بالا است. وقتی سیال مبرد از شیر انبساط می‌گذرد فشار آن کاهش می‌یابد. بنابراین یک پمپ گرمایی در نتیجه کار ورودی در یک سیکل، گرما را از یک محیط با دمای پایین‌تر به یک محیط با دمای بالاتر منتقل می‌کند.

2 10 2 شرح قانون دوم ترمودینامیک

دو بیان کلاسیک برای قانون دوم ترمودینامیک وجود دارند. این دو بیان بیان های **کلونین - پلانک** و **کلازیوس** هستند:

(1) **بیان کلونین - پلانک**: غیر ممکن است که دستگاهی ساخته شود که در یک سیکل ترمودینامیکی کار کند و اثری



جزء بالابردن یک وزنه و انتقال گرما با یک منبع نداشته باشد. این بیان به بحث موتور گرمایی مربوط بوده و غیر ممکن بودن ساخت یک موتور گرمایی را توصیف می کند که در یک سیکل، مقدار خاصی گرما را از یک جسم با دمای بالا دریافت کرده و مقدار خاصی کار انجام می دهد. ساخت این موتور گرمایی تنها زمانی ممکن خواهد بود که مقداری گرما به یک جسم دمای پایین منتقل شود. بنابراین یک موتور گرمایی همیشه دارای دو سطح مختلف دمایی است و غیر ممکن است که یک موتور گرمایی ساخته شود که دارای بازدهی حرارتی 100 درصد باشد.

(2) بیان کلازیوس: غیر ممکن است دستگاهی ساخته شود که در یک سیکل ترمودینامیکی کار کند و اثری جزء انتقال حرارت از یک جسم دما پایین به یک جسم با دمای بالاتر نداشته باشد. این بیان به بحث پمپ گرمایی یا یخچال مربوط بوده و غیر ممکن بودن ساخت یک یخچال بدون دریافت کار ورودی را توصیف می کند.

سه نکته مهم در این دو بیان وجود دارد:

(1) هر دو بیان منفی بوده و اثبات آنها غیر ممکن است. به هر حال تمام آزمایشاتی که تاکنون انجام شده اند قانون دوم ترمودینامیک را بطور مستقیم یا غیر مستقیم تصدیق کرده و هیچ آزمایشی تاکنون با این قانون تناقض نداشته است. بنابراین قانون دوم ترمودینامیک بر مبنای شواهد آزمایشگاهی استوار است.

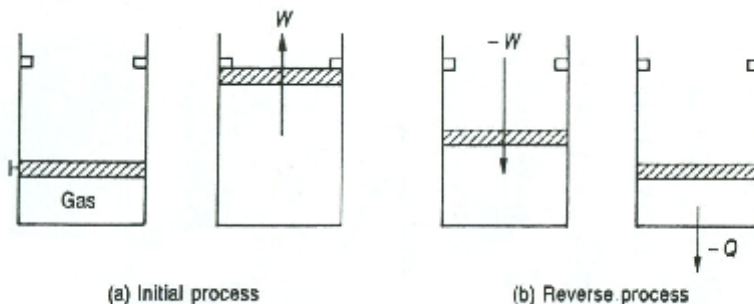
(2) هر دو بیان معادل یکدیگر هستند و درستی یکی از آنها دیگری را نیز تصدیق می کند و بالعکس غلط بودن یکی از آنها دیگری را نیز نقض می کند. بنابراین نقض بیان کلازیوس موجب نقض بیان کلونین - پلانک نیز می گردد.

(3) قانون دوم ترمودینامیک غیر ممکن بودن ساخت یک ماشین با حرکت دائم نوع دوم را بیان می کند. یک ماشین با حرکت دائم نوع اول بدون نیاز به هیچ چیز، جرم و انرژی ایجاد می کند و قانون اول ترمودینامیک را نقض می کند، درحالی که یک ماشین با حرکت دائم نوع دوم قانون دوم ترمودینامیک را نقض می کند.

2 10 3 فرایندهای برگشت پذیر و برگشت ناپذیر

در بخش قبل غیر ممکن بودن بازدهی 100 درصد یک موتور گرمایی مورد بحث قرار گرفت. حال یک سوال در مورد حداکثر بازدهی ممکن قابل دستیابی با تعریف یک فرایند ایده ال یا یک فرایند برگشت پذیر مطرح می شود. یک فرایند برگشت پذیر برای یک سیستم فرایندی است که در جهت عکس انجام می شود، بدون اینکه هیچ تاثیری بر روی سیستم یا محیط اطراف داشته باشد.

برای مشخص شدن تفاوت بین یک فرایند برگشت پذیر و یک فرایند برگشت ناپذیر، یک گاز با فشار بالا را که در یک سیلندر پیستون محبوس شده، مطابق شکل (2 16)، در نظر بگیرید که پیستون توسط یک پین ثابت نگه داشته شده است. وقتی که پین برداشته شود، پیستون بطور ناگهانی بالا رفته و به مانع برخورد می کند. در طی این فرایند مطمئناً کار بر روی محیط اطراف انجام می شود. به منظور برگشت سیستم به حالت اولیه، باید کار بر روی سیستم انجام شده بطوریکه گاز متراکم شده و پین دوباره در پیستون قرار گیرد.

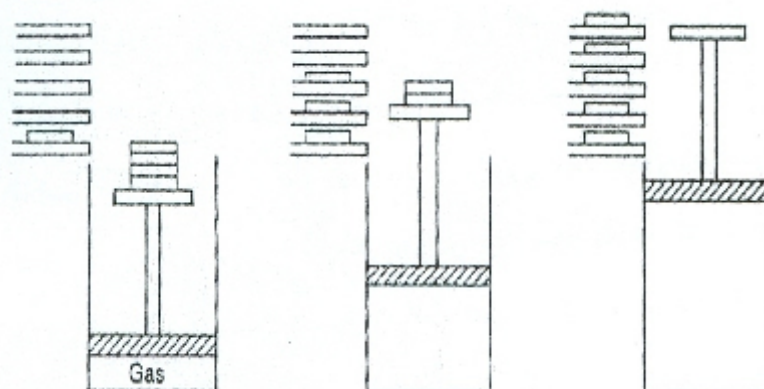


شکل (2 16): یک فرایند برگشت ناپذیر

در اینجا لازم به یادآوری است که در طی فرایند اولیه کار توسط گاز بر روی اتمسفر انجام شده، درحالیکه در طی فرایند برگشت کار بر روی گاز بر خلاف فشار پیستون، که بالاتر از فشار اتمسفر می‌باشد، صورت گرفته است. بنابراین کار انجام شده بر روی سیستم در طی فرایند برگشت بیشتر از کار انجام شده در طی فرایند اولیه است. در طی فرایند تراکم گاز گرم شده و گرما به محیط اطراف منتقل می‌شود تا اینکه سیستم به حالت اولیه خود بازگردد. در پایان، اگر چه سیستم به حالت اولیه خود بازگشته، اما بدلیل کار خالص انجام شده بر روی سیستم و انتقال گرما به محیط اطراف، تغییراتی بر روی محیط انجام گرفته است. بنابراین فرایند اولیه برگشت ناپذیر بوده و بدون هیچ تاثیری بر روی محیط اطراف، در جهت عکس انجام نمی‌شود.

حال در نظر بگیرید که گاز در یک سیلندر پیستون، مطابق شکل (2 17)، محبوس شده است. پیستون توسط تعدادی وزنه بارگذاری می‌شود. وقتی که وزنه‌ها یکی یکی و بصورت افقی برداشته شوند، گاز منبسط شده و بر روی بقیه وزنه‌ها کار انجام می‌گردد. در طی فرایند برگشت همیشه یک وزنه کوچک بر روی کف پایه وجود دارد که در ارتفاع پیستون می‌باشد، بطوریکه این وزنه‌ها بدون نیاز به هیچ کاری بر روی پیستون قرار می‌گیرند. بنابراین با کوچکتر شدن پی‌درپی وزنه‌ها فرایند برگشت پذیر خواهد شد.

اصطکاک، انبساط ناگهانی، انتقال حرارت در شرایط اختلاف دمای کم و مخلوط شدن مواد مختلف، فرایندهای برگشت ناپذیر را ایجاد می‌کنند.





شکل (2 17): یک فرایند برگشت پذیر

2 10 4 سیکل کارنو

یک موتور گرمایی را نظر بگیرید که در یک سیکل بین یک منبع با دمای بالا و یک منبع دما پایین با فرایندهای برگشت پذیر کار می‌کند. از آنجایی که هر یک از فرایندها در یک سیکل ترمودینامیکی برگشت پذیر هستند، بنابراین کل سیکل برگشت پذیر خواهد بود. در این حالت اگر سیکل معکوس شود، موتور گرمایی بصورت یخچال عمل خواهد کرد. سیکل‌های با بیشترین راندمان که بین دو منبع با دمای ثابت کار می‌کنند سیکل کارنو نامیده می‌شوند.

یک نیروگاه ساده بخار که در یک سیکل کارنو کار می‌کند در شکل (2 18) نشان داده است. با فرض اینکه سیال عامل یک ماده خالص مثل آب باشد، فرایندهای اصلی در یک سیکل کارنو بصورت ذیل خلاصه می‌گردد:

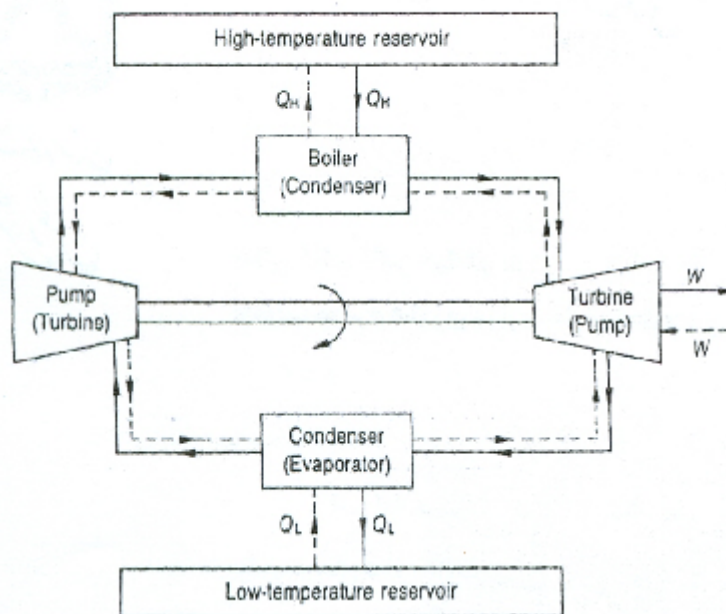
1) گرما در بویلر از منبع با دمای بالا به آب منتقل می‌شود و بمنظور انجام انتقال حرارت برگشت پذیر، دمای آب فقط باید به اندازه بینهایت کوچک کمتر از دمای منبع باشد. از آنجایی که دمای منبع ثابت است، دمای آب نیز باید ثابت باشد. نظر به اینکه تغییر فاز از مایع به بخار برای یک ماده خالص در فشار ثابت به صورت هم‌دما صورت می‌گیرد، این امر براحتی انجام پذیر است. بنابراین اولین فرایند در سیکل کارنو انتقال حرارت برگشت پذیر هم‌دما از منبع با دمای بالا به سیال عامل است.

2) فرایند بعدی در سیکل کارنو انبساط آدیاباتیکی در توربین است. از آنجایی که همه فرایندهای سیکل کارنو برگشت پذیر هستند، پس در طی این فرایند آدیاباتیکی برگشت پذیر دمای سیال عامل از دمای منبع با دمای بالا به دمای منبع با دمای پایین کاهش می‌یابد.

3) سپس در طی یک فرایند هم‌دمای برگشت پذیر حرارت از سیال عامل به منبع با دمای پایین منتقل می‌شود که بدین منظور لازم است دمای سیال عامل به اندازه بینهایت کوچکی بالاتر از منبع با دمای پایین باشد. همچنین در طی این فرایند هم‌دما مقداری از بخار چگالیده می‌شود.

4) حال این سیکل با یک فرایند آدیاباتیکی برگشت پذیر که دمای سیال عامل از دمای منبع دما پایین به دمای منبع دما بالا افزایش می‌یابد، کامل می‌شود. این کار می‌تواند با متراکم کردن مخلوط بخار و مایع خروجی از کندانسور صورت گیرد که این فرایند غیر عملی است. بدین دلیل سیال عامل بطور کامل در کندانسور چگالیده شده و سپس توسط یک پمپ در فاز کاملاً مایع پمپ می‌شود.

از آنجایی که یک موتور گرمایی که در یک سیکل کارنو کار می‌کند برگشت پذیر می‌باشد، تمام فرایندهای آن نیز برگشت پذیر خواهند بود. در این مورد موتور گرمایی مطابق با خط چینهای نشان داده شده و اجزای داخل پرانتز در شکل (2 18) بعنوان یک یخچال عمل می‌کند.



شکل (2 18): یک نیروگاه ساده بخار که در یک سیکل کارنو کار می کند

2 10 5 نامساوی کلازیوس

نامساوی کلازیوس یک استنباط و نتیجه گیری از قانون دوم ترمودینامیک می باشد که برای همه سیکل های امکان پذیر شامل موتورهای گرمایی و یخچال های برگشت پذیر و برگشت ناپذیر معتبر است و مطابق با رابطه ذیل نشان داده می شود:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \quad (23-2)$$

برای بررسی اعتبار نامساوی کلازیوس، یک سیکل کارنو را در نظر بگیرید که مطابق شکل (2 19) بین دو منبع با دماهای T_H و T_L کار می کند. برای این سیکل انتگرال سیکلی انتقال حرارت بزرگتر از صفر است:

$$\oint \delta Q = Q_H - Q_L > 0$$

حال با استفاده از تعریف کلین برای دمای مطلق داریم:

$$\frac{Q_H}{T_H} = \frac{Q_L}{T_L} \quad (24-2)$$

با توجه به ثابت بودن دماهای T_H و T_L نامساوی کلازیوس بصورت ذیل خواهد شد:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_L}{T_L} = 0$$



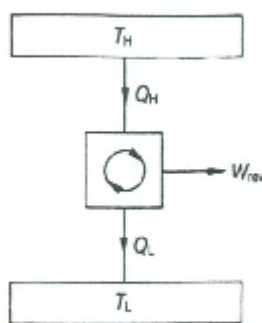
اگر با میل کردن T_H به سمت T_L ، در حالیکه سیکل بصورت برگشت پذیر باقی بماند، انتگرال سیکلی δQ به صفر میل کند، آنگاه انتگرال سیکلی $\delta Q/T$ نیز صفر شده و برای همه سیکلهای موتور برگشت پذیر خواهیم داشت:

$$\oint \delta Q \geq 0 \quad \text{و} \quad \oint \delta Q/T = 0$$

حال سیکل برگشت ناپذیر یک موتور گرمایی را در نظر بگیرید که با دماهای یکسان T_H و T_L مانند موتور گرمایی برگشت پذیر شکل (2-19) کار کرده و مقدار گرمای یکسان Q_H را دریافت می‌کند. مطمئناً کار انجام شده توسط موتور برگشت ناپذیر کمتر از کار انجام شده توسط موتور برگشت پذیر است و داریم:

$$W_{irr} = Q_H - (Q_L)_{irr} < W_{rev} = Q_H - (Q_L)_{rev}$$

$$(Q_L)_{irr} > (Q_L)_{rev}$$



شکل (2-19): یک سیکل کارنو

در نتیجه برای موتور سیکلی برگشت ناپذیر:

$$\oint \delta Q = Q_H - (Q_L)_{irr} > 0$$

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_H}{T_H} - \frac{(Q_L)_{irr}}{T_L} < 0$$

اکنون فرض کنید موتور بیش از پیش برگشت ناپذیر باقی بماند، در صورتیکه Q_H و T_H و T_L ثابت هستند. بنابراین در حالیکه انتگرال سیکلی $\frac{\delta Q}{T}$ به مقدار زیادی منفی تر می‌گردد، انتگرال سیکلی δQ به سمت صفر میل می‌کند و برای همه سیکلهای موتور برگشت ناپذیر داریم:

$$\oint \delta Q \geq 0 \quad \text{و} \quad \oint \delta Q/T < 0$$

همچنین اثبات نامساوی کلازیوس با آنالیز مشابه برای سیکل یخچال برگشت پذیر و برگشت ناپذیر قابل انجام است. بطور خلاصه، تساوی در معادله (2-23) برای سیکلهای برگشت پذیر و نامساوی آن برای سیکلهای برگشت ناپذیر صادق می‌باشد.



2 10 6: آنتروپی

یک سیستم را در نظر بگیرید که فرایند برگشت پذیری را از حالت 1 به 2 در مسیر A طی می کند. سپس سیکل با فرایند برگشت پذیر دیگر از حالت 2 به 1 در مسیر B کامل می شود. بنابراین داریم:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_{1A}^{2A} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2B}^{1B} \frac{\delta Q}{T} = 0$$

حال سیکل برگشت پذیر دیگری با فرایند اولیه یکسان را در نظر بگیرید که در مسیر C کامل می شود. برای این سیکل داریم:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_{1A}^{2A} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2C}^{1C} \frac{\delta Q}{T} = 0$$

با تفریق معادله دوم از معادله اول داریم:

$$\int_{2B}^{1B} \frac{\delta Q}{T} = \int_{2C}^{1C} \frac{\delta Q}{T}$$

در اینجا می توان نتیجه گرفت که $\oint \frac{\delta Q}{T}$ برای همه مسیرهای برگشت پذیر از حالت 1 به 2 یکسان است. بنابراین مستقل از مسیر بوده و تنها تابعی از حالت های نهایی است. از اینرو یک خاصیت بوده و به عنوان آنتروپی S سیستم شناخته و بصورت ذیل تعریف می شود:

$$DS_s = (\delta Q/T)_{rev} \quad (25-2)$$

سیستمی را در نظر بگیرید که یک سیکل را با انجام فرایندهای برگشت پذیر A و B طی می کند. برای این سیستم داریم:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_{1A}^{2A} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2B}^{1B} \frac{\delta Q}{T} = 0$$

اکنون سیکل دیگری در نظر بگیرید که با انجام فرایند برگشت پذیر A و فرایند برگشت ناپذیر C شکل می گیرد:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_{1A}^{2A} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2C}^{1C} \frac{\delta Q}{T} < 0$$

با تفریق معادله دوم از معادله اول داریم:

$$\int_{2B}^{1B} \frac{\delta Q}{T} > \int_{2C}^{1C} \frac{\delta Q}{T}$$

از آنجایی که فرایند انجام شده در مسیر B برگشت پذیر است:



$$\int_{2B}^{1B} \frac{\delta Q}{T} = \int_{2B}^{1B} DS_s = \int_{2C}^{1C} DS_s$$

بنابراین داریم:

$$\int_{2C}^{1C} DS_s > \int_{2C}^{1C} \frac{\delta Q}{T}$$

پس برای یک فرایند برگشت ناپذیر:

$$DS_s > (\delta Q/T)_{irr} \quad (26-2)$$

نهایتاً در حالت کلی داریم:

$$DS_s \geq \delta Q/T \quad (27-2)$$

2 10 7 قانون دوم ترمودینامیک برای یک سیستم

اکنون نرخ تغییرات آنترופی برای یک سیستم از معادله (27 2) بصورت ذیل بدست می‌آید:

$$\frac{DS_s}{dt} \geq \frac{\dot{Q}}{T} \quad (28-2)$$

که کل آنترופی سیستم S_s برابر است با:

$$S_s = \int_{m_s} sdm = \int_{V_s} \rho s dV \quad (29-2)$$

که s آنترופی واحد جرم است. نامساوی معادله (28 2) برای فرایندهای برگشت‌ناپذیر و تساوی آن برای فرایندهای برگشت‌صادق می‌باشد.

2 10 8 قانون دوم ترمودینامیک برای یک حجم کنترل

با استفاده از تئوری انتقال رینولدز می‌توان قانون دوم ترمودینامیک را برای یک حجم کنترل بصورت ذیل نوشت:

$$\frac{\dot{Q}}{T} \leq \frac{DS_s}{dt} = \frac{D}{dt} \int_{V_s} \rho s dV = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_s} \rho s dV + \int_A \rho s (\hat{V} \cdot \hat{n}) dA \quad (30-2)$$

برای یک جریان پایدار مشتقهای جزئی نسبت به زمان صفر بوده، $\partial/\partial t = 0$ و بنابراین معادله (30 2) ساده می‌شود.

$$\frac{\dot{Q}}{T} \leq \int_A \rho s (\hat{V} \cdot \hat{n}) dA \quad (31-2)$$



حال جریان پایدار یک دورن لوله جریان را در نظر بگیرید که در آن حجم کنترل انتخابی با بخش لوله جریان نشان داده شده در شکل (19-4) منطبق است. جریان سیال از طریق سطح کنترل A_1 وارد و از طریق سطح کنترل A_2 خارج می‌گردد. هیچ جریانی از دیگر سطوح حجم کنترل جریان ندارد، بدین دلیل که این سطوح با خطوط جریان ایجاد می‌شوند و روی این سطوح $V \cdot \hat{n} = 0$ است. بنابراین معادله (2-31) به صورت ذیل ساده می‌گردد:

$$\frac{\dot{Q}}{T} \leq \int_{A_1} \rho_1 s_1 (\hat{V}_1 \cdot \hat{n}_1) dA + \int_{A_2} \rho_2 s_2 (\hat{V}_2 \cdot \hat{n}_2) dA$$

از آنجایی که جریان یک بعدی است، مساحت سطح مقطع A_1 و A_2 به ترتیب عمود بر بردارهای سرعت V_1 و V_2 هستند. پس داریم $V_1 \cdot \hat{n}_1 = -V_1$ و $V_2 \cdot \hat{n}_2 = V_2$. بنابراین

$$\frac{\dot{Q}}{T} \leq \int_{A_2} \rho_2 s_2 V_2 dA - \int_{A_1} \rho_1 s_1 V_1 dA$$

برای جریانهای یک بعدی، خواص در هر سطح مقطع یکنواخت است. بنابراین:

$$\frac{\dot{Q}}{T} \leq \rho_2 s_2 V_2 A_2 - \rho_1 s_1 V_1 A_1$$

یا با استفاده از معادله پیوستگی (4-39) داریم:

$$\frac{\dot{Q}}{T} \leq \dot{m}(s_2 - s_1) \quad (2-32)$$

وقتی فرایند آدیاباتیک باشد بنابراین انتقال حرارتی انجام نمی‌گیرد و معادله (2-32) بصورت ذیل تبدیل می‌شود.

$$s_1 \leq s_2 \quad (2-33)$$

هنگامی که یک فرایند ترمودینامیکی آدیاباتیک و برگشت پذیر باشد به عنوان فرایند آیزنتروپیک شناخته می‌شود و معادله (2-33) بصورت ذیل ساده خواهد شد:

$$s_1 = s_2 \quad (2-34)$$

2-11 معادله حالت

یک گاز معمولاً مجموعه‌ای از ذرات شامل ملکولها، اتمها، یونها وغیره است که بطور تصادفی در حال حرکت می‌باشند. بدلیل طبیعت الکترونیکی این ذرات، یک میدان نیرو پیرامون آنها وجود دارد. بطور کلی میدان نیروی یک ذره تحت تاثیر میدان نیروی ذرات کناری قرار می‌گیرد، بدین دلیل اغلب به آنها میدانهای نیروی بین ملکولی گفته می‌شود که با تغییر فاصله بین ذرات تغییر می‌کند. بنابراین وقتی ذرات در فاصله دور از هم قرار دارند، نیروی جاذبه بین ملکولی ضعیف و هرگاه ذرات در فاصله نزدیک به هم قرار گیرند، این نیرو قوی خواهد شد. در نتیجه نیروهای بین ملکولی، حرکت ذرات و مطمئناً خواص ترمودینامیکی گازها را تحت تاثیر قرار می‌دهند. در بیشتر کاربردهای جریان تراکم‌پذیر، ذرات گاز بطور



متوسط در فاصله دوری از هم قرار دارند. وقتی فاصله متوسط بین ملکولها بیشتر از ده برابر قطر یک ملکول باشد، نیروی جاذبه بین ملکولی ضعیف می‌باشد. بنابراین برای بسیاری از کاربردهای مهندسی، از اثر نیروهای بین ملکولی بر روی خواص گاز صرفنظر می‌شود. حال گاز کامل به عنوان گازی تعریف می‌شود که نیروهای بین ملکولی در آن قابل صرفنظر است. وقتی از نیروهای بین ملکولی صرفنظر شود، با استفاده از مفهوم تئوری مکانیک آماری یا تئوری جنبشی معادله حالت یک گاز کامل بصورت ذیل بدست می‌آید:

$$p\forall = mRT \quad (35a-2)$$

یا

$$p = \rho RT \quad (35b-2)$$

که در آن R ثابت یک گاز خاص بوده و توسط رابطه ذیل به ثابت جهانی $\bar{R}$ مرتبط می‌گردد:

$$\bar{R} = R\bar{M} = 8314 \text{ Jkg}^{-1} \text{mol}^{-1} \text{K}^{-1} \quad (36-2)$$

که $\bar{M}$ جرم ملکولی است.

در فشار کمتر از 100 kpa و دمای بالاتر از 273 K انحراف $p/\rho RT$ از مقدار واحد کمتر از یک درصد می‌باشد. هر چند در فشارهای بالا و دماهای پایین ملکولها آنقدر به نزدیک هستند که نیروهای بین ملکولی غالب خواهد بود که به گاز در این حالت گاز حقیقی گویند. انرژی درونی و آنتالپی بوسیله رابطه ذیل به دما رابطه دارند:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v = C_v \quad (37-2)$$

و

$$\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p = C_p \quad (38-2)$$

که در آن C_p و C_v بترتیب گرمای ویژه در حجم و فشار ثابت هستند و نسبت گرمای ویژه k بصورت ذیل تعریف می‌گردد:

$$k = C_p / C_v \quad (39-2)$$

برای یک گاز کامل گرمای ویژه در حجم و فشار ثابت بدون تغییر می‌باشد. پس می‌توان معادلات (2 37) و (2 38) را بصورت ذیل بیان نمود:

$$u = C_v T \quad (40-2)$$



9

$$h = C_p T \quad (41-2)$$

با جایگزینی معادلات (2 35b)، (2 40) و (2 41) در معادله (2 15) خواهیم داشت:

$$R = C_p - C_v \quad (42-2)$$

با استفاده از معادله (2 39) داریم:

$$C_p = \frac{kR}{k-1} \quad (43-2)$$

$$C_v = \frac{R}{k-1} \quad (44-2)$$

بنابراین رابطه عمومی ذیل بین خواص ترمودینامیکی بدست می‌آید.

$$Tds = dh - \frac{dp}{\rho} \quad (45-2)$$

9

$$Tds = du - RT \frac{d\rho}{\rho} \quad (46-2)$$

با استفاده از معادلات (2 35b)، (2 40) و (2 41) می‌توان معادله (2 45) و (2 46) را بصورت ذیل بیان نمود:

$$ds = C_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p} \quad (47-2)$$

9

$$ds = C_v \frac{dT}{T} - R \frac{d\rho}{\rho} \quad (48-2)$$

با انتگرالگیری از معادلات (2 47) و (2 48) بین دو حالت داریم:

$$s_2 - s_1 = C_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \quad (49-2)$$

9



$$s_2 - s_1 = C_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \quad (50-2)$$

برای یک فرایند آیزنتروپیک، آنتروپی ثابت بوده و می‌توان معادلات (2-49) و (2-50) را با استفاده از معادلات (2-43) و (2-44) بصورت ذیل بیان نمود:

$$p/\rho^k = cte \quad (51-2)$$

مطالب تکمیلی:

- 1) Modern Compressible Flow with Historical Perspective, Mc Graw-Hill: New York Anderson, I. D. Jr (1982)
- 2) John, J.E. A. (1984) Gas Dynamics, 2nd edn, Allyn & Bacon: Boston, MA
- 3) Shapiro, A. H. (1953) The Dynamics and Thermodynamics of Fluid Flow, Vol. 1 , Ronald press, New York.
- 4) Van Wylen, G J. and Sonntag, R. E. (1973) Fundamentals of classical Thermodynamics , 2nd edn, Wiley: New York.
- 5) Zucrow, M. J. and Hoffman, J. D. (1976)) Gas Dynamics, Vol. 1 , Wiley: New York.

مسائل:

2 1 اکسیژن در یک ترکیب سیلندر پیستون محبوس شده و چند وزنه کوچک روی پیستون قرار دارد. حجم و فشار اولیه گاز به ترتیب 0.03 m^3 و 150 kpa است. برای حجم نهایی 0.09 m^3 کار انجام شده توسط سیستم را بیابید اگر:

الف: گاز توسط یک چراغ بونزن که زیر سیلندر قرار گرفته است گرم شود.

ب: گاز توسط یک چراغ بونزن که زیر سیلندر قرار گرفته گرم شود و وزنه‌ها با سرعتی برداشته شوند که $pV = cte$

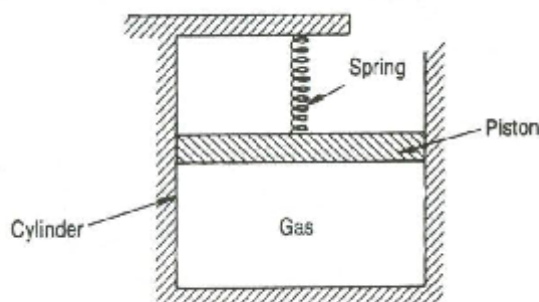
ج: وزنه‌ها با سرعتی برداشته شوند که در حین فرایند گرمایش $pV^{1.2} = cte$

2 2 گازی در ترکیب یک سیلندر پیستون مطابق شکل (2-1) محبوس شده است. حجم و فشار اولیه گاز در داخل سیلندر به ترتیب 0.1 m^3 و 120 kpa است. در این حالت فشار گاز توسط فشار اتمسفر و وزن پیستون متعادل می‌گردد. در این زمان فنر با پیستون تماس داشته و هیچ نیرویی به آن وارد نمی‌کند. سپس گاز تحت حرارت قرار گرفته تا اینکه حجم سیلندر دو برابر گردد. فشار اولیه گاز 300 kpa بوده و در حین فرایند نیروی فنر با افزایش طول آن از حالت اولیه متناسب است.

الف: دیاگرام p-V را برای فرایند رسم نمایید.

ب: کار انجام شده توسط سیستم را بیابید.

ج: چند در صد از کار برای مقابله با نیروی فنر انجام می‌شود.



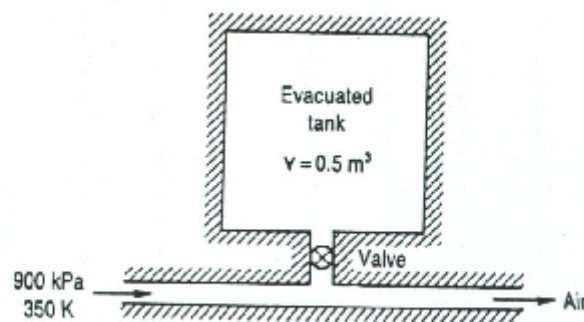
Problem 2.2

2 3 گاز نیتروژن در یک سیلندر پیستون آب‌بندی شده محبوس شده بطوریکه چند وزنه کوچک روی پیستون قرار دارد. حجم، فشار و دمای اولیه نیتروژن بترتیب 0.1 m^3 ، 420 kpa و 5°C است. سپس گاز نیتروژن تحت حرارت قرار گرفته تا اینکه حجم نهایی سیلندر 0.2 m^3 گردد. با فرض گرمای ویژه ثابت گاز، کار انجام شده و انتقال حرارت را طی فرایند بیابید.

2 4 بخار با سرعت 60 m/s و آنتالپی واحد جرم 3200 KJ/Kg وارد یک توربین شده و با سرعت 170 m/s و آنتالپی واحد جرم 2700 KJ/Kg از آن خارج می‌گردد. توان خروجی توربین 4000 KW بوده و نرخ جریان جرم بخار 7.5 Kgs^{-1} می‌باشد. میزان نرخ انتقال حرارت را بیابید.

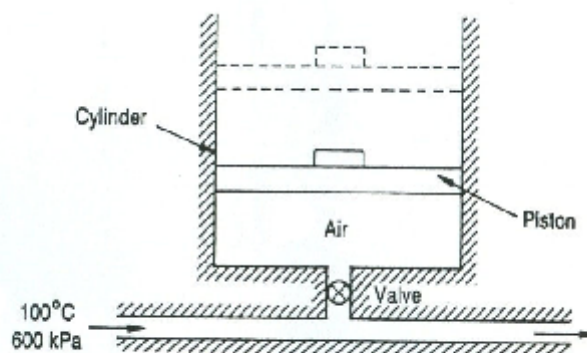
2 5 هوا از فشار و دمای اولیه 100 kpa و 17°C به فشار و دمای ثانویه 500 kpa و 117°C متراکم می‌شود. تحت شرایط جریان پایدار در طی فرایند، توان لازم جهت تراکم 5 KW و میزان اتلاف حرارتی 5000 J/Kg می‌باشد. با صرف‌نظر از تغییرات انرژیهای پتانسیل و جنبشی و با فرض گرمای ویژه ثابت، نرخ جریان جرم را بیابید.

2 6 یک تانک با حجم 0.5 m^3 در ابتدا خالی است و مطابق شکل ذیل توسط یک شیر به خط لوله متصل شده است. هوا با فشار 900 kpa و دمای 350 K در خط لوله جریان دارد. سپس شیر باز شده و هوا تا رسیدن به فشار نهایی 500 kpa وارد تانک می‌شود. جرم و دمای هوا را در تانک در لحظه بستن شیر بیابید. فرایند را آدیاباتیک و گرمای ویژه را نیز ثابت فرض کنید.



Problem 2.6

2 7 یک تانک با حجم 0.5 m^3 حاوی دی اکسید کربن در فشار 800 kPa و دمای 400 K است. شیر متصل به تانک را باز کرده تا اینکه فشار تانک به 500 kPa تقلیل یابد. به دی اکسید کربن در طی فرایند حرارت داده شده تا دمای آن ثابت بماند. با فرض گرمای ویژه ثابت حرارت منتقل شده در طی فرایند را بیابید.



Problem 2.8

2 8 یک ترکیب سیلندر-پیستون مطابق شکل ذیل توسط شیری به یک خط لوله متصل شده که در آن هوا بصورت پایدار جریان دارد. در ابتدا حجم، فشار و دمای داخل سیلندر به ترتیب 0.01 m^3 ، 100 kPa و 40°C می باشد. وقتی شیر باز شود حجم هوای داخل سیلندر به 0.02 m^3 افزایش می یابد. هوا با فشار 600 kPa و دمای 100°C در خط لوله جریان دارد. دمای نهایی هوا و جرم هوای وارد شده به سیلندر را بیابید. فرایند را آدیاباتیک فرض کرده و از اصطکاک بین سیلندر و پیستون صرف نظر کنید. همچنین گرمای ویژه را نیز ثابت فرض نمایید.

2 9 دو تانک آدیاباتیک توسط یک شیر به هم متصل شده اند. تانک A حاوی هوا با حجم، فشار و دمای به ترتیب 0.25 m^3 ، 5 MPa و 127°C بوده و تانک B حاوی هوا با حجم، فشار و دمای به ترتیب 2 m^3 ، 100 kPa و 27°C است. شیر باز می شود تا فشار در تانک A تا 2.5 MPa افت کند. با فرض گرمای ویژه ثابت، در این لحظه تعیین کنید:

الف: دما در تانک A

ب: جرم خارج شده از تانک A

ج: فشار و دما در تانک B



د: کل تغییر آنتروپی در طی فرایند



مقدمه‌ای بر جریان تراکم‌پذیر

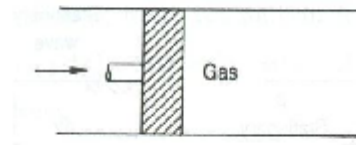
3 1 مقدمه

هنگامی که یک سیال با سرعت کم در حال جریان است، تغییرات فشار معمولاً کوچک بوده و جریان به عنوان تراکم ناپذیر در نظر گرفته می‌شود. نتیجتاً برای این جریان دانسیته ثابت فرض می‌گردد. در این شرایط می‌توان معادله انرژی را تفکیک نمود، بطوریکه معادلات پیوستگی و ممتم برای فشار و سرعت بصورت مستقل تحلیل شوند. در این بخش، جریان تراکم‌پذیر مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در این نوع جریان تغییرات دانسیته در سراسر میدان جریان قابل توجه بوده و خصوصاً در جریانهای سرعت بالا قابلیت تراکم پارامتر مهمی است. تغییرات زیاد سرعت در جریان تراکم‌پذیر باعث ایجاد تغییرات قابل توجهی در فشار سیال خواهد شد که این پدیده نیز تغییرات قابل توجه دما و دانسیته سیال را در بر دارد. بنابراین در جریان تراکم‌پذیر دو متغیر اضافه می‌شوند که در نتیجه آن به دو رابطه جدید، شامل معادله انرژی و معادله حالت، جهت حل کامل میدان جریان نیاز می‌باشد.

3 2 انتشار موج در محیط تراکم‌پذیر

یک گاز در لوله‌ای طویل که یک پیستون در سمت چپ آن قرار دارد مطابق شکل (3 1) محبوس شده و پیستون بطور ناگهانی با سرعت زیاد به سمت راست رانده می‌شود. در ابتدا لایه‌ای از گاز نزدیک پیستون متراکم شده، اما بقیه گاز تحت تاثیر قرار نمی‌گیرد. سپس با حرکت پیستون در داخل گاز موج تراکم ایجاد شده موج تراکمی که توسط پیستون ایجاد شده است در داخل گاز حرکت کرده و نهایتاً کل گاز درون لوله حرکت پیستون را حس خواهد کرد. اگر پالس فشاری که به گاز وارد می‌شود بینهایت کوچک باشد، این موج به عنوان **موج صوتی** شناخته شده و موج تراکم حاصله با **سرعت صوت** حرکت خواهد کرد.

وقتی که محیط تراکم ناپذیر باشد، هیچ تغییری در دانسیته ایجاد نخواهد شد. هنگامی که پیستون به سمت راست کشیده شود، هیچگونه تغییر ناگهانی و یا تغییر دانسیته در هیچ نقطه‌ای از سیال بوجود نخواهد آمد. بنابراین سیال به آرامی همراه با پیستون حرکت کرده و بدین ترتیب سرعت انتشار موج در یک سیال تراکم ناپذیر نامحدود بوده و اغتشاش ایجاد شده در هر نقطه از سیال بطور همزمان در تمام نقاط دیگر سیال حس می‌گردد. اگرچه می‌دانیم که هیچ ماده‌ای کاملاً تراکم ناپذیر نیست و هر چه ماده‌ای که در آن موج منتشر می‌شود تراکم‌پذیرتر باشد، سرعت انتشار صوت در آن کمتر خواهد بود. بعنوان مثال سرعت انتشار صوت در آب بیشتر از سرعت آن در هوا می‌باشد.



شکل (3 1): پیستون متحرک در یک گاز ساکن

3 3 سرعت صوت

با یک اغتشاش بینهایت کوچک ایجاد شده با شتاب بینهایت کوچک پیستون شکل (3 a 2)، یک موج تراکم با سرعت صوت a در گاز ساکن منتشر می‌شود. در نتیجه این شتاب بینهایت کوچک، پیستون با سرعت پایدار dV به سمت راست حرکت کرده و گاز بین پیستون و موج صوتی نیز با سرعت پیستون حرکت می‌کند. بدلیل ایجاد تراکم، فشار و دانسیته گاز پشت پیستون به اندازه بینهایت کوچک بیشتر از فشار و دانسیته گاز در جلوی موج ساکن خواهد شد. اما جریان شکل (3 a 2) نسبت به یک ناظر ساکن، که موج صوتی را از یک مکان ثابت روی زمین مشاهده می‌کند، ناپایدار بنظر می‌رسد. جهت ساده سازی این تحلیل، با فرض یک ناظر متحرک با سرعت پایدار موج مطابق با شکل (3 b 2) می‌توان جریان را پایدار در نظر گرفت. در این حالت سیال بصورت پایدار از سمت راست به چپ جریان می‌یابد و با عبور از موج ساکن سرعت آن از $a - dV$ تقلیل می‌یابد.

در همین زمان فشار از p به $dP + P$ تغییر کرده در حالیکه دانسیته از ρ به $d\rho + \rho$ تغییر می‌کند. بدلیل اینکه این انتقال فقط خواص دینامیکی سیال مانند سرعت را تحت تاثیر قرار می‌دهد، در نتیجه یک انتقال دینامیکی است. با این انتقال خواص استاتیکی نظیر فشار و دمای استاتیک تغییر نمی‌کنند. حال معادلات اساسی بر روی حجم کنترل دیفرانسیلی شکل (3 b 2) اعمال می‌گردد.

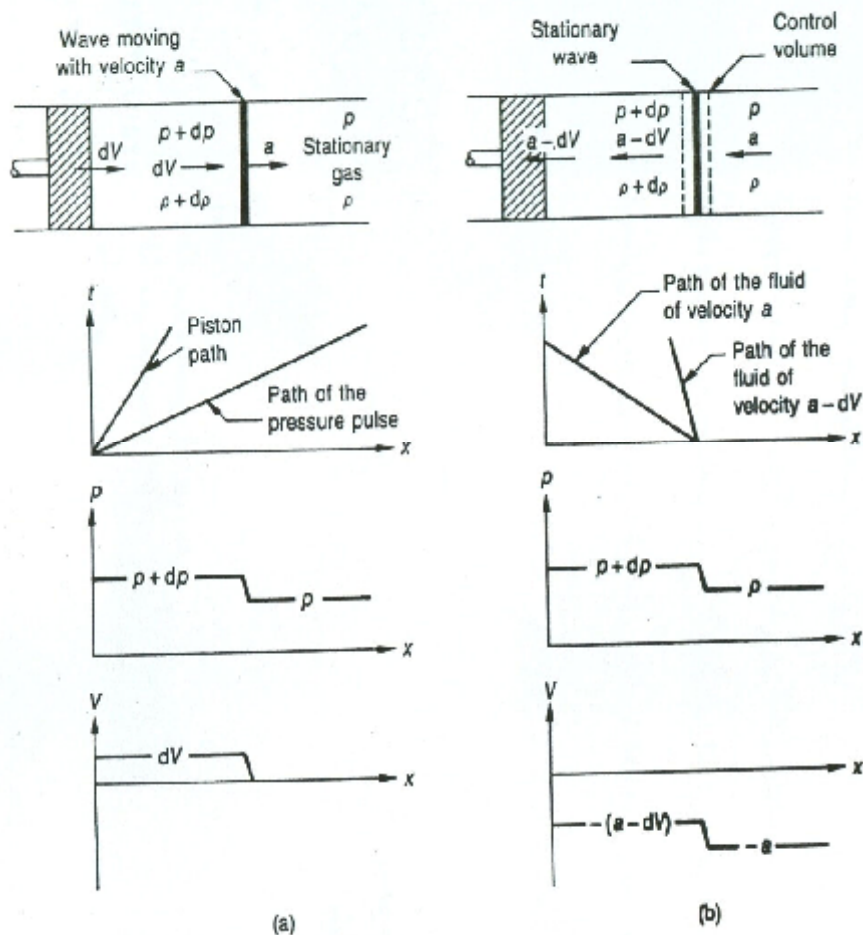
الف: معادله پیوستگی

برای جریان پایدار درون حجم کنترل، نرخ جریان جرم $\dot{m}$ ثابت بوده و جریان را می‌توان بصورت یک بعدی فرض کرد و در نتیجه معادله پیوستگی (1 39) به معادله زیر تبدیل می‌شود:

$$\dot{m} = \rho a A = (\rho + d\rho)(a - dV)A$$

با بسط دادن آن داریم:

$$\rho a A = \rho a A - \rho A dV + a A d\rho - A \cancel{d\rho} dV \approx 0$$



شکل (3-2): انتشار یک اغتشاش فشار بینهایت کوچک (a) ناظر ساکن
(b) ناظر متحرک با سرعت موج a

می‌توان از حاصلضرب دیفرانسیلهای dV و $d\rho$ در مقایسه با دیفرانسیلهای بینهایت کوچک dV یا $d\rho$ صرفنظر کرد. بنابراین:

$$dV = \frac{a}{\rho} d\rho \quad (1-3)$$

ب: معادله ممتم

از آنجاییکه موج تراکمی بسیار نازک است، نیروهای برشی وارده به حجم کنترل در مقایسه با نیروهای فشاری کوچک و قابل صرفنظر هستند. در این حالت با استفاده از معادله ممتم (46-1) بر روی حجم کنترل داریم:

$$(p + dp)A - pA = \dot{m}a - \dot{m}(a - dV)$$

با استفاده از معادله پیوستگی (3-1):

$$Adp = \rho dV = \rho a dV$$

بنابراین:

$$dV = \frac{1}{\rho a} dp \quad (2-3)$$

ج: معادله انرژی

از آنجاییکه موج صوتی بسیار نازک بوده و با سرعت زیاد حرکت می‌کند، انتقال حرارت بین حجم کنترل و محیط اطراف قابل صرفنظر بوده و می‌توان فرایند را آدیاباتیک فرض نمود. در نتیجه قانون اول ترمودینامیک (2-22b) بر روی حجم کنترل اعمال شده و داریم:

$$(h + dh) + \frac{(a - dV)^2}{2} = h + \frac{a^2}{2}$$

یا

$$h + dh + \frac{a^2}{2} - adV + \frac{(dV)^2}{2} = h + \frac{a^2}{2}$$

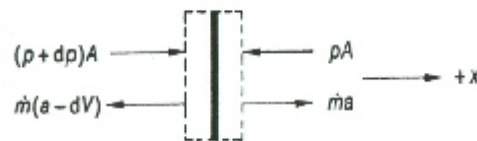
پس:

$$dh = adV \quad (3-3)$$

د: قانون دوم ترمودینامیک

تاکنون از اثرات انتقال حرارت و اصطکاک صرفنظر شده است، بطوریکه می‌توان جریان در داخل حجم کنترل را آدیاباتیک و برگشت پذیر یا آیزنتروپیک فرض نمود. این موضوع را می‌توان با استفاده از رابطه ترمودینامیکی، $Tds = dh - dp/\rho$ ، اثبات کرد. هرگاه معادلات (3-2) و (3-3) در این معادله جایگذاری شوند، خواهیم داشت:

$$ds = 0 \quad (4-3)$$



شکل (3-3): نیروهای فشاری و نرخ ممتم خطی در حجم کنترل متحرک به همراه موج

بنابراین آنتروپی سرتاسر یک موج فشاری بینهایت کوچک، ثابت بوده و جریان آیزنتروپیک می‌باشد. برای دستیابی به معادله سرعت موج صوتی می‌توان معادلات (3-2) و (3-1) را ترکیب نمود. بنابراین خواهیم داشت:

$$a^2 = dp/d\rho$$

اما جهت ارزیابی مشتق یک خاصیت ترمودینامیکی، خاصیت ثابت در حین فرآیند مشتق گیری باید مشخص شود. در مورد اخیر آنتروپی ثابت بوده و داریم:

$$a^2 = (\partial p / \partial \rho)_s \quad (5-3)$$

در یک فرایند آیزنتروپیک فشار و دانسیته توسط رابطه ذیل به هم مربوط می‌شوند:

$$p / \rho^k = \text{ثابت}$$

همانگونه که قبلاً نشان داده شد با گرفتن لگاریتم از دو طرف داریم:

$$\ln p - k \ln \rho = \ln(cte)$$

و با مشتق گیری از آن

$$\frac{dp}{p} - k \frac{d\rho}{\rho} = 0$$

بنابراین

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s = k \frac{p}{\rho}$$

و

$$a = \sqrt{k \frac{p}{\rho}} \quad (6-3)$$

ه: معادله حالت

اگر معادله حالت یک گاز کامل (2 35 b) در معادله (6 3) جایگذاری شود:

$$a = \sqrt{kRT} \quad (7a-3)$$

یا با استفاده از معادله (2 36) برای حذف ثابت گاز داریم:

$$a = \sqrt{\frac{k\bar{R}T}{M}} \quad (7b-3)$$

بنابراین برای یک گاز کامل، سرعت صوت به دما و جرم مولکولی بستگی دارد:

مثال (3-1): سرعت صوت را برای هوا در دمای 25°C محاسبه کنید. در حالیکه ثابت گاز و نسبت گرمای ویژه هوا بترتیب $287/1 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ و $1/4$ می باشد.

حل: سرعت صوت از معادله (3-7) قابل دستیابی است که:

$$a = \sqrt{(kRT)} = \sqrt{[(1.4)(287.1 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1})(298\text{K})]} = 346.1 \text{ ms}^{-1}$$

3-4 عدد ماخ

وقتی سرعت نسبی بین یک جسم و سیال تراکم پذیر محیط اطراف زیاد باشد، تغییرات دانسیته نسبت به سرعت بر خواص میدان سیال تاثیر خواهد داشت. معیار بی بعد پدیده های جریان **عدد ماخ** M نامیده می شود و به عنوان نسبت سرعت سیال V به سرعت موضعی صوت a تعریف می شود.

$$M = V/a \quad (8-3)$$

اهمیت فیزیکی عدد ماخ را می توان براحتی با مجذور کردن معادله (3-8) و استفاده از معادله (3-7) برای سرعت صوت در یک گاز کامل درک کرد.

$$M^2 = \frac{V^2}{a^2} = \frac{V^2}{kRT} \quad (9-3)$$

سرعت سیال V مقیاسی از حرکت جهت دار ذرات گاز بوده، در حالیکه $\frac{V^2}{2}$ انرژی جنبشی بر واحد جرم جریان سیال می باشد. سرعت صوت برای یک گاز با جذر دمای آن متناسب بوده و دما نیز با سرعت تصادفی ذرات گاز متناسب است. بنابراین a^2 مقیاسی از انرژی جنبشی بر واحد جرم و با حرکت تصادفی ملکولهای گاز مرتبط می باشد. عدد ماخ را می توان به عنوان نسبت انرژی جنبشی حرکت جهت دار جریان سیال به انرژی جنبشی تصادفی حرکت ملکولی تلقی نمود. اختلاف زیادی در الگوی جریان تراکم پذیر وجود دارد و مشخصات کلی جریان به این بستگی دارد که آیا سرعت بیشتر یا کمتر از سرعت صوت است. اگر عدد ماخ کمتر از واحد باشد، جریان به عنوان جریان مادون صوت و در عدد ماخ بیشتر از واحد جریان به عنوان جریان مافوق صوت شناخته می شود و نهایتاً در عدد ماخ برابر با یک، جریان صوتی می باشد. معمولاً وقتی سرعت جریان در مقایسه با سرعت صوت کوچک باشد یا $M \leq 0.3$ ، جریان به عنوان تراکم ناپذیر فرض می گردد.

جریان در حد صوت (تراصوت) به عنوان جریانی تعریف می شود که سرعت جریان بین جریان مافوق صوت و مادون صوت متغیر بوده و در محدوده $0.9 \leq M \leq 1.1$ است.

جریان ماوراء صوت جریانی در اعداد ماخ بالا است و معمولاً به عنوان جریانی تعریف می‌شود که عدد ماخ در آن بیشتر از 5 باشد. رفتار جریان ماوراء صوت از جریان مافوق صوت با عدد ماخ پایین متفاوت است. زیرا در این دو حالت رفتار گاز حقیقی دارای اهمیت می‌باشد.

مثال (3 2): یک هواپیما با سرعت 500 m/s در ارتفاعی با فشار و دانسیته بترتیب 70 kpa و 0.909 Kg m^{-3} در حال پرواز است، درحالی که باد با سرعت 35 m/s در خلاف جهت حرکت هواپیما می‌وزد. مطلوبست:

الف: عدد ماخ باد

ب: عدد ماخ هواپیما وقتی که وزش باد وجود نداشته باشد.

ج: عدد ماخ هواپیما نسبت به هوای غیر ساکن

حل: دمای هوا با استفاده از معادله (2 35b) برای یک گاز کامل قابل ارزیابی است. پس:

$$T = \frac{p}{\rho R} = \frac{70000 \text{ Nm}^{-2}}{(287.1 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1})(0.909 \text{ kg m}^{-3})} = 268.2 \text{ K}$$

سرعت صوت با استفاده از معادله (3 7a) بدست می‌آید:

$$a = \sqrt{(kRT)} = \sqrt{(1.4)(287.1 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1})(268.2 \text{ K})} = 328.3 \text{ ms}^{-1}$$

الف: عدد ماخ باد با استفاده از معادله (3 8) برابر است با:

$$M_{\text{wind}} = \frac{V_{\text{wind}}}{a} = \frac{35 \text{ ms}^{-1}}{328.3 \text{ ms}^{-1}} = 0.1066$$

می‌توان از معادله (3 8) جهت تعیین عدد ماخ هواپیما در شرایط عدم وزش باد استفاده کرد:

$$M_{\text{aircraft}} = \frac{V_{\text{aircraft}}}{a} = \frac{500 \text{ ms}^{-1}}{328.3 \text{ ms}^{-1}} = 1.523$$

ج: سرعت هواپیما نسبت به باد برابر است با:

$$V_{\text{rel}} = V_{\text{wind}} + V_{\text{aircraft}} = 35 \text{ ms}^{-1} + 500 \text{ ms}^{-1} = 535 \text{ ms}^{-1}$$

بنابراین عدد ماخ نسبی بدست می‌آید:

$$M_{\text{rel}} = \frac{V_{\text{rel}}}{a} = \frac{535 \text{ ms}^{-1}}{328.3 \text{ ms}^{-1}} = 1.630$$

5 3 اغتشاش فشار در یک جریان تراکم پذیر

وقتی جسمی در داخل گاز حرکت می‌کند، ملکولهای گاز نزدیک خود را کنار زده و یک پالس فشار ایجاد می‌کند که در ملکولهای گاز بیرونی منتشر می‌شود. این موضوع مطابق شکل (3 2) بسیار شبیه به حرکت ضربه‌ای پیستون است که باعث انتشار موج تراکمی درون لوله می‌گردد. جهت درک تفاوت بین طبیعت فیزیکی جریان تراکم پذیر و جریان تراکم ناپذیر می‌توان یک منبع نقطه‌ای بینهایت کوچک اغتشاش فشار را در نظر گرفت. بنابراین اغتشاش فشار ایجاد شده بوسیله منبع با

سرعت صوت a نسبت به گاز در تمام جهات منتشر می‌گردد. در هر زمان t ، موقعیت موج اغتشاش منتشر شده در زمان t_0 توسط یک کره با شعاع $a(t - t_0)$ نشان داده می‌شود که مرکز آن با موقعیت موج اغتشاش در زمان t_0 منطبق است.

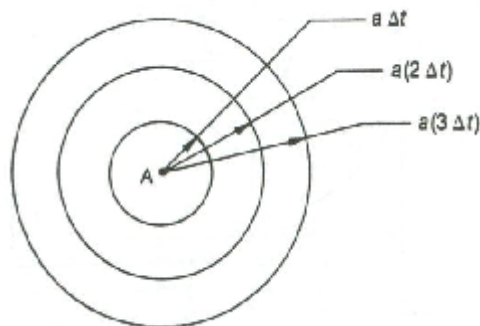
1 5 3 منبع نقطه‌ای ساکن

یک الگوی صوتی در تمام جهات به طور یکسان منتشر می‌شود و در لحظه $t = \Delta t$ بعد از انتشار، هر پالس صوتی خاص در شعاع $a\Delta t$ از منبع قرار می‌گیرد. البته در لحظه $t = 2\Delta t$ شعاع برابر با $a2\Delta t$ خواهد شد و هر یک از امواج خاص دارای شکل کروی بوده و مطابق شکل (3 4) همه امواج کره‌های هم مرکز هستند.

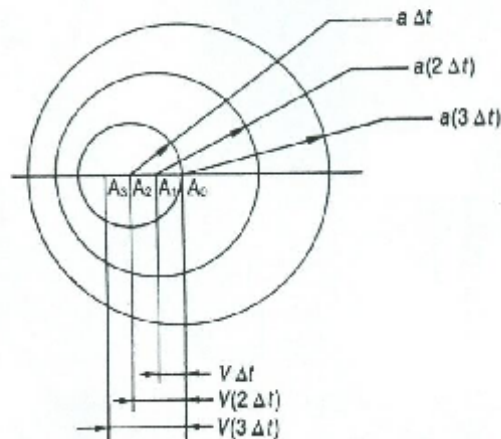
2 5 3 منبع نقطه‌ای مادون صوت

اکنون وضعیتی را در نظر بگیرید که در آن منبع نقطه‌ای با سرعت مادون صوت یکنواخت V در یک سیال همگن هم دما مطابق با شکل (3 5) حرکت می‌کند. اگر اغتشاشات فشار ایجاد شده توسط جسم متحرک کوچک باشند، آنگاه می‌توان فرض نمود که سرعت جریان صوتی ثابت باقی بماند. در ابتدا منبع نقطه‌ای در نقطه A_0 قرار دارد و در لحظه $t = \Delta t$ منبع نقطه‌ای به موقعیت A_1 تغییر مکان می‌دهد، بنابراین فاصله بین A_0 و A_1 برابر با $V\Delta t$ خواهد شد. در لحظات $t = 2\Delta t$ و $t = 3\Delta t$ منبع نقطه‌ای در موقعیتهای A_2 و A_3 قرار می‌گیرد که بترتیب دارای فاصله $V2\Delta t$ و $V3\Delta t$ نسبت به موقعیت اولیه آنها خواهد بود. اغتشاشات فشار ایجاد شده توسط منبع نقطه‌ای در نقاط A_0 ، A_1 و A_2 ، که در لحظه $t = 3\Delta t$ مشاهده می‌شوند، بصورت کره‌های بترتیب با شعاع $a3\Delta t$ ، $a2\Delta t$ و $a\Delta t$ با مراکز A_0 ، A_1 و A_2 هستند. در نتیجه اگر یک جسم در یک سیال تراکم‌پذیر با سرعت مادون صوت حرکت کند، از آنجایی که جسم از خود سیگنالهای اغتشاشی منتشر می‌کند، سیال جلوی جسم حضور آنرا حس خواهد کرد.

دایره‌های نشان داده شده را به عنوان حداکثر دامنه آهنگ سینوسی فرض نموده و تصویر کیفی مشابهی را نیز می‌توان برای منبع متحرک یک صوت پیوسته در نظر گرفت. اگر منبع با سرعت یکنواخت حرکت کند، طرح کلی نیز در امتداد ساطع کننده حرکت خواهد کرد. بنابراین یک ناظر ساکن با نزدیک شدن منبع به وی، نسبت به حالت دور شدن از منبع حداکثر دامنه‌های بالاتری را در واحد زمان خواهد شنید. این اثر به عنوان اثر داپلر شناخته می‌شود.



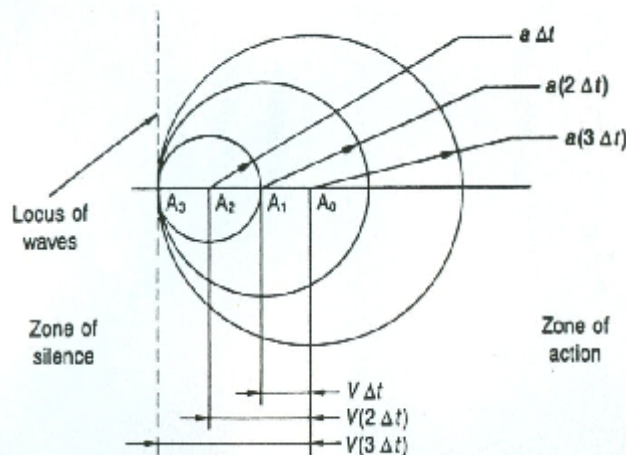
شکل (3 4): انتشار موجهای صوتی از یک منبع نقطه‌ای ساکن



شکل (3 5): اغتشاشات فشار ایجاد شده توسط یک منبع نقطه‌ای متحرک با سرعت مادون صوت

3 5 3 منبع نقطه‌ای صوتی

وضعیتی را در نظر بگیرید که در آن یک جسم با سرعت صوتی $a = V$ مطابق با شکل (3 6) حرکت می‌کند. در هر دوره زمانی Δt ، با حرکت منبع نقطه‌ای به مقدار $V\Delta t$ ، اغتشاش فشار فاصله $a\Delta t$ را طی می‌کند. مکان هندسی سطوح جلویی تمام امواج، صفحه‌ای است که از منبع عبور کرده و عمود بر مسیر حرکت می‌باشد. هیچ موج صوتی نمی‌تواند پیشاپیش منبع صوتی حرکت کند و نتیجتاً ناظر مستقر در جلوی منبع هیچ صدایی را نخواهد شنید.



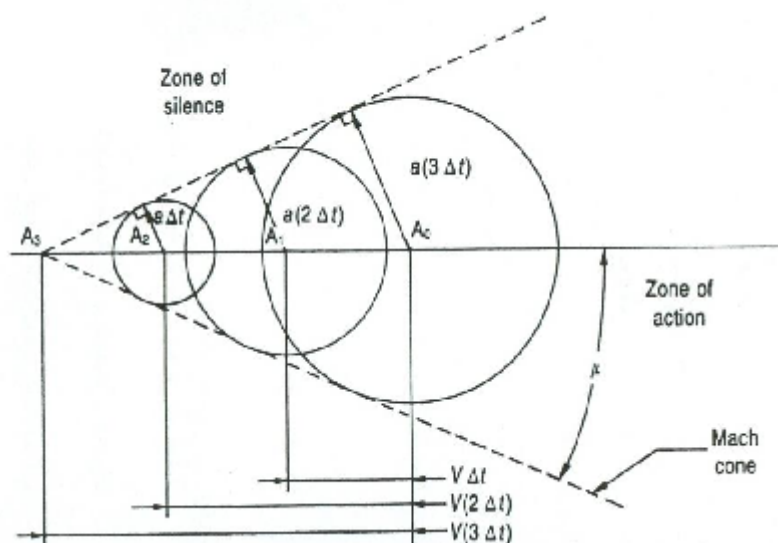
شکل (3 6): اغتشاشات فشار ایجاد شده توسط یک منبع نقطه‌ای متحرک با سرعت صوتی

4 5 3 منبع نقطه‌ای مافوق صوت

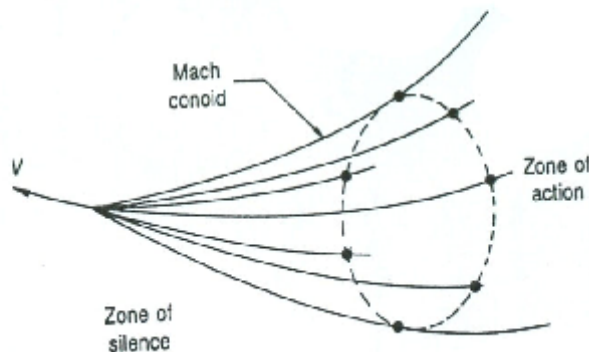
در شرایطی که جسم با سرعت یکنواخت V که بیشتر از سرعت صوت است مطابق با شکل (3 7) حرکت کند، اغتشاش فشار ایجاد شده توسط جسم کندتر از آن حرکت کرده و موج اغتشاش نمی‌تواند به جسم متحرک برسد. نتیجتاً در تمام موقعیتهای A_1 ، A_2 و A_3 ، جسم متحرک پیشاپیش موج اغتشاش ایجاد شده توسط خود جسم قرار دارد. بنابراین اثر تغییرات فشار ایجاد شده توسط جسم نمی‌تواند به جلوی جسم برسد که این اثر به عنوان قانون سیگنالهای بازداشته شناخته می‌شود.

در اینصورت مکان هندسی سطوح جلویی امواج، مخروطی است که جسم در راس آن قرار دارد و این مخروط به عنوان **مخروط ماخ** نامیده می‌شود. بنابراین همه اغتشاشات در داخل مخروط ماخ، که تا پایین دست جسم متحرک ادامه پیدا می‌کنند، در داخل این مخروط محبوس شده به این ناحیه **منطقه کنش** گفته می‌شود. منطقه خارج مخروط ماخ، که تا بالادست جسم متحرک ادامه پیدا می‌کند، هیچگونه اغتشاشی را حس نکرده و به عنوان **منطقه سکوت** شناخته می‌شود. نصف زاویه مخروط ماخ μ به عنوان **زاویه ماخ** نامیده شده و با توجه به هندسه شکل (3 7) داریم:

$$\sin \mu = \frac{a(3\Delta t)}{V(3\Delta t)} = \frac{a(2\Delta t)}{V(2\Delta t)} = \frac{a(\Delta t)}{V(\Delta t)} = \frac{a}{V} = \frac{1}{M} \quad (10-3)$$



شکل (3 7): اغتشاشات فشار ایجاد شده توسط یک منبع نقطه‌ای متحرک با سرعت مافوق صوت



شکل (3 8): مخروط ماخ ایجاد شده توسط اغتشاش متحرک با سرعت متغیر در یک ناحیه غیر همگن

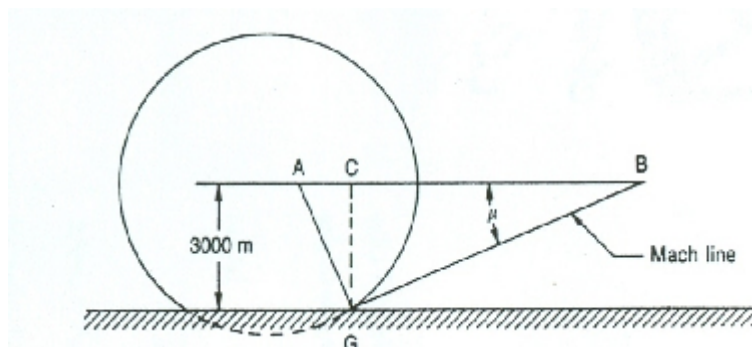
نزدیک بودن دوایر نشان دهنده اختلاف پالسهای فشار بوده و یک مقیاسی از شدت اغتشاش فشار در هر نقطه از میدان جریان است. در جریانهای مافوق صوت اغتشاشات فشار در نزدیکی مخروط ماخ تا حد بسیاری متمرکز شده اند، بطوریکه حد بیرونی ناحیه کنش را ایجاد می کند که به عنوان **قانون کنش متمرکز** شناخته می شود. هنگامی که منبع اغتشاش در یک ناحیه غیر همگن با خواص متغیر سیال از نقطه ای تا نقطه دیگر با یک سرعت متغیر حرکت کند، معمولاً مخروط ماخ مطابق شکل (3 8) یک مخروط سه بعدی است. هنگامی که اغتشاش با یک سرعت ثابت در یک ناحیه همگن حرکت کند، مخروط ماخ بصورت یک مخروط کاملاً دایروی تبدیل می شود.

مثال 3 3 یک هواپیمای مافوق صوت در ارتفاع 3000 m با سرعت ثابت 65 m/s در حال پرواز است. هواپیما مستقیماً بر فراز یک ناظر ساکن روی زمین عبور می کند. بعد از عبور هواپیما بر فراز ناظر و قبل از اینکه ناظر صدای هواپیما را بشنود، چه مدت زمانی طول می کشد؟ سرعت متوسط صوت را 325 m/s در نظر بگیرید.

حل:

فیزیکی این مسأله در شکل (3 8) نشان داده شده است. ناظری که در روی زمین در نقطه G قرار دارد ابتدا صدای موجی را می شنود که در نقطه A تولید شده است. در طی فاصله زمانی که موج صوتی از نقطه A تا G برسد، هواپیما از نقطه A به نقطه B می رسد. زاویه ماخ μ با استفاده از معادله (3 10) بصورت ذیل بدست می آید:

$$\mu = \sin^{-1}\left(\frac{1}{M}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{a}{V}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{325\text{ms}^{-1}}{650\text{ms}^{-1}}\right) = 30^\circ$$



شکل (3 9): طرح ساده مثال 3 3

فاصله بین نقاط B تا C برابر است با:

$$\overline{CB} = \frac{\overline{GC}}{\tan \mu} = \frac{3000m}{\tan 30^\circ} = 5196m$$

و زمان لازم برای حرکت هواپیما از نقطه B تا C مطابق رابطه ذیل محاسبه می گردد:

$$t = \frac{\overline{CB}}{V} = \frac{5196m}{650ms^{-1}} = 7.994s$$

مراجع:

- 1) Fox, R. W. and McDonald, Introduction to Fluid Mechanics, 3rd edn. ,Wiley: New York A.T.(1985)
- 2) John, J.E. A. (1984) Gas Dynamics, 2nd edn, Allyn &Bacon: Boston, MA
- 3)Owczarek, J. A. (1964) Fundamentals of Gas Dynamics, International Textbook: Scranton, PA.
- 4) Shapiro, A. H. (1953) The Dynamics and Thermodynamics of Fluid Flow, Vol. 1 , Ronald press, New York.
- 5) Zucrow, M. J. and Hoffman, J. D. (1976)) Gas Dynamics, Vol. 1 , Wiley: New York.

مسائل:

3 1 سرعت صوت را برای هوا در ارتفاع $1500m$ و در شرایط فشار و دمای بترتیب $5c^{\circ}$, $85kpa$ بیابید.

3 2 وقتی صوت با سرعت $400ms^{-1}$ در هوا حرکت می‌کند، دمای هوا را بیابید.

3 3 وقتی فشار نیتروژن بالا و دمای آن پایین باشد خواص آن بوسیله معادله حالت وندروالس بصورت زیر بیان می‌گردد:

$$p = \frac{\rho RT}{1 - b\rho} - a\rho^2$$

که در آن a و b ثابت بوده و برای نیتروژن $b = 0.001m^3 Kg^{-1}$ و $a = 0.1790Nm^4 Kg^{-2}$ می‌باشد. سرعت صوت در

نیتروژن را بترتیب در فشار و دمای $2-50c^{\circ}$, Mpa بیابید با استفاده از:

الف: معادله حالت گاز کامل

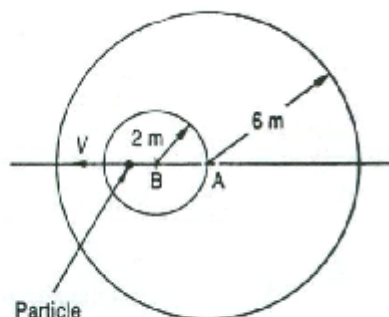
ب: معادله حالت وندروالس

3 4 یک هواپیما با عدد ماخ مشابه در ارتفاع $5000m$ و $10000m$ پرواز می‌کند. اگر سرعت هواپیما در ارتفاع $5000m$ معادل $50ms^{-1}$ بیشتر باشد، عدد ماخ را بیابید.

3 5 یک هواپیما در هوا با سرعت $960Kmh^{-1}$ در فشار و دمای بترتیب $0c^{\circ}$, $82kpa$ در حال پرواز است. عدد و زاویه ماخ را برای هواپیما بیابید.

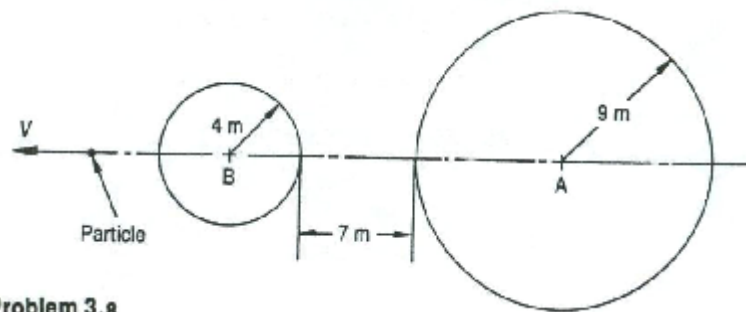
3 6 یک پرتابه در هوا که در آن فشار و دانسیته بترتیب $340kpa$ و $4.5Kg m^{-3}$ می‌باشد پرتاب می‌گردد. مخروط ماخ از پرتابه با کل زاویه 20° مشاهده می‌شود. سرعت پرتابه را نسبت به هوا بیابید.

3 7 یک جسم در هوا و در کنار دریا در دمای $15c^{\circ}$ حرکت می‌کند. در شکل ذیل دو کره اغتشاش ایجاد شده توسط جسم در نقاط A و B نمایش داده شده است. عدد ماخ جسم و سرعت آنرا را بیابید.



Problem 3.7

3 8 یک جسم که در هوا در دمای $20c^{\circ}$ حرکت می‌کند، مطابق شکل ذیل دو کره اغتشاش در نقاط A و B تولید می‌کند. عدد ماخ، زاویه ماخ و سرعت جسم را بیابید.



Problem 3.8

9 3 یک هواپیما در ارتفاع $2000m$ در بالای سر یک ناظر روی زمین مشاهده می‌گردد، درحالیکه عدد ماخ هواپیما 1.5 است. با فرض دمای ثابت $10^\circ C$ برای شرایط اتمسفر، سرعت هواپیما را بیابید. چه مدت بعد از عبور مستقیم آن بالای سر ناظر، مخروط ماخ از یک نقطه روی زمین می‌گذرد؟

10 3 یک هواپیمای مافوق صوت در ارتفاع $5000m$ با سرعت ثابت $750ms^{-1}$ در حال پرواز است. هواپیما مستقیماً بر فراز یک ناظر ساکن روی زمین عبور می‌کند. بعد از عبور هواپیما بر فراز ناظر و قبل از اینکه ناظر صدای هواپیما را بشنود، چه مدت زمانی طول می‌کشد؟ دمای اتمسفر را ثابت و $20^\circ C$ فرض نمایید.

11 3 یک ناظر ساکن روی زمین صدای یک هواپیمای مافوق صوت را $7s$ بعد از عبور مستقیم آن از بالای سر ناظر می‌شنود. در این بازه زمانی هواپیما مسافت $8Km$ را طی می‌کند. با فرض دمای متوسط $5^\circ C$ برای اتمسفر، ارتفاع هواپیما را بیابید.

12 3 یک هواپیمای مافوق صوت در ارتفاع $3000m$ در حال پرواز است. اگر صدای آن $4s$ بعد از عبور هواپیما بالای سر ناظر شنیده شود، سرعت هواپیما را بیابید. دمای متوسط هوای اتمسفر را $10^\circ C$ در نظر بگیرید.

13 3 یک هواپیمای مافوق صوت در ارتفاع $3000m$ پرواز می‌کند. یک ناظر ساکن روی زمین که بفاصله افقی $3000m$ دورتر از هواپیما قرار دارد، صدای آنرا بعد از $12s$ می‌شنود. با فرض دمای ثابت برای اتمسفر مطلوبست:

الف: عدد ماخ هواپیما

ب: سرعت هواپیما

ج: مسافت طی شده قبل از شنیدن صدا توسط ناظر

د: دمای ثابت اتمسفر (METU سال 1987)

14 3 نشان دهید که تغییرات کوچک فشار در عرض یک پالس بینهایت کوچک فشار برای یک گاز کامل طبق معادله ذیل محاسبه می‌شود.

$$\frac{dp}{p} = k \frac{dV}{a}$$

و تغییرات کوچک دما با معادله ذیل بدست می‌آید:

$$\frac{dT}{T} = (k-1) \frac{dV}{a}$$

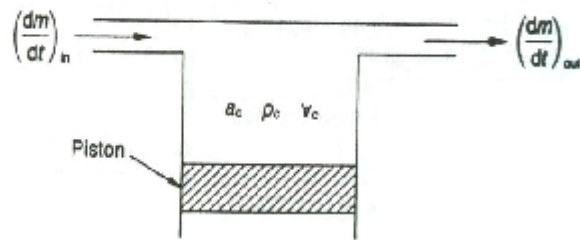
15 3 یک پالس تراکمی، سرعت هوایی را که از روی آن عبور می‌کند $3ms^{-1}$ تغییر می‌دهد. اگر در ابتدا فشار و دمای هوا برتریب $101.3kpa$, $15^\circ C$ باشد، افزایش فشار و تغییرات دما را در عرض پالس بیابید.

16 3 یک کمپرسور رفت و برگشتی که مطابق شکل ذیل به لوله‌های مکش و تخلیه متصل است یک جریان ناپایدار را در داخل سیلندر و سیستم لوله کشی ایجاد می‌کند. نرخ تغییر فشار در سیلندر dp_c/dt و نرخ تغییر حجم dV_c/dt می‌باشد. نشان دهید که سرعت صوت در گاز داخل سیلندر مطابق معادله ذیل تغییر می‌کند.



$$\frac{da_c}{dt} = \frac{a_c}{2} \left\{ \frac{1}{p_c} \frac{dp_c}{dt} + \frac{1}{\forall_c} \frac{d\forall_c}{dt} - \frac{1}{m_c} \left[\left(\frac{dm}{dt} \right)_{in} - \left(\frac{dm}{dt} \right)_{out} \right] \right\}$$

خواص گاز داخل سیلندر را در تمام لحظات یکنواخت فرض نمایید. (METU سال 1991)



Problem 3.18

فصل چهارم : موج ضربه ای عمودی

موج ضربه یک فرایند آدیاباتیک است اما آیزنتروپیک نیست، پس دما قبل و بعد از آن ثابت میماند اما فشار تغییر میکند.

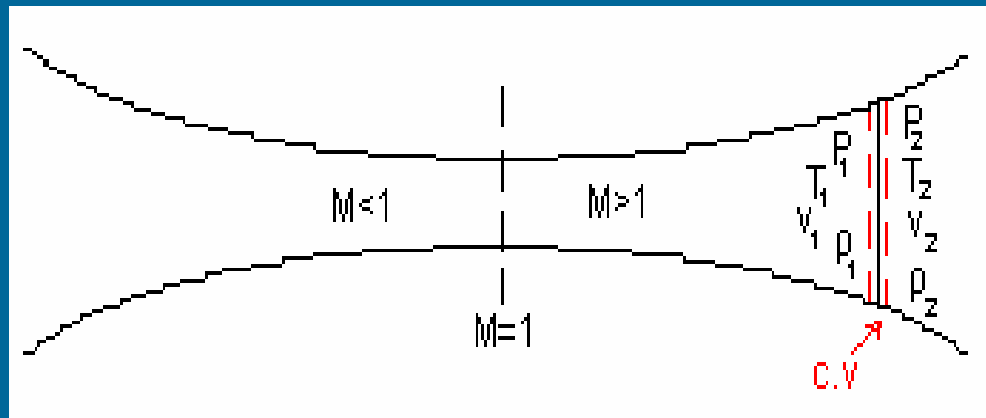
امواج تراکمی امواجی هستند که بصورت پی در پی صادر میشوند، امواج بعدی دارای سرعت بیشتری نسبت به قبلی هستند و میتوانند روی هم سوار شوند.

در حالیکه امواج تراکمی میتوانند با هم جمع شوند امواج انبساطی اصلاً نمیتوانند.

روابط برای شناسایی وضعیت سیال در یک موج ضربه:

حجم کنترلی از موج ضربه به صورت زیر در نظر گرفته و روابط بقا را برای آن مینویسیم :

(توجه : در جریان مادون صوت هیچگاه موج ضربه نداریم.)



قانون بقای جرم:

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2 \xrightarrow{A_1 = A_2} \rho_1 v_1 = \rho_2 v_2$$

معادله مومنتوم (در حالت پایدار):

$$P_1 A_1 - P_2 A_2 = \int_s \vec{v}_x (\rho \vec{v} \cdot d\vec{A})$$

$$\Rightarrow P_1 A_1 - P_2 A_2 = \rho_2 A_2 v_2^2 - \rho_1 A_1 v_1^2$$

$$\xrightarrow{A_1 = A_2} P_1 + \rho_1 v_1^2 = P_2 + \rho_2 v_2^2$$

معادله بقای انرژی:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{c.v} \rho p dV + \int_s \left(h + \frac{v^2}{2} + gz \right) \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = \frac{d}{dt} (Q - W)$$

$$\rightarrow h_1 + \frac{v_1^2}{2} = h_2 + \frac{v_2^2}{2}$$

$$dh = C_p dT \quad , \quad T_t = T \left[1 + \frac{(\gamma - 1)}{2} M^2 \right]$$

$$\Rightarrow \quad T_1 \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \right] = T_2 \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_2^2 \right]$$

با استفاده از معادله مومنتوم داریم:

$$P_1 \left[1 + \gamma M_1^2 \right] = P_2 \left[1 + \gamma M_2^2 \right]$$

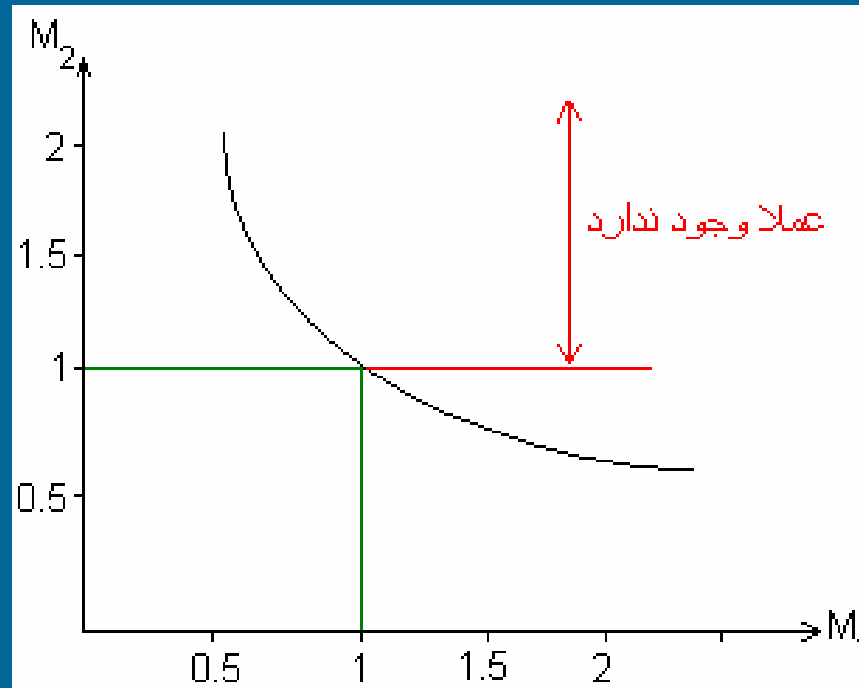
با استفاده از معادله پیوستگی و جدا کردن نسبت دماها و فشارها داریم :

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_2^2} \quad , \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{1 + \gamma M_2^2}{1 + \gamma M_1^2}$$

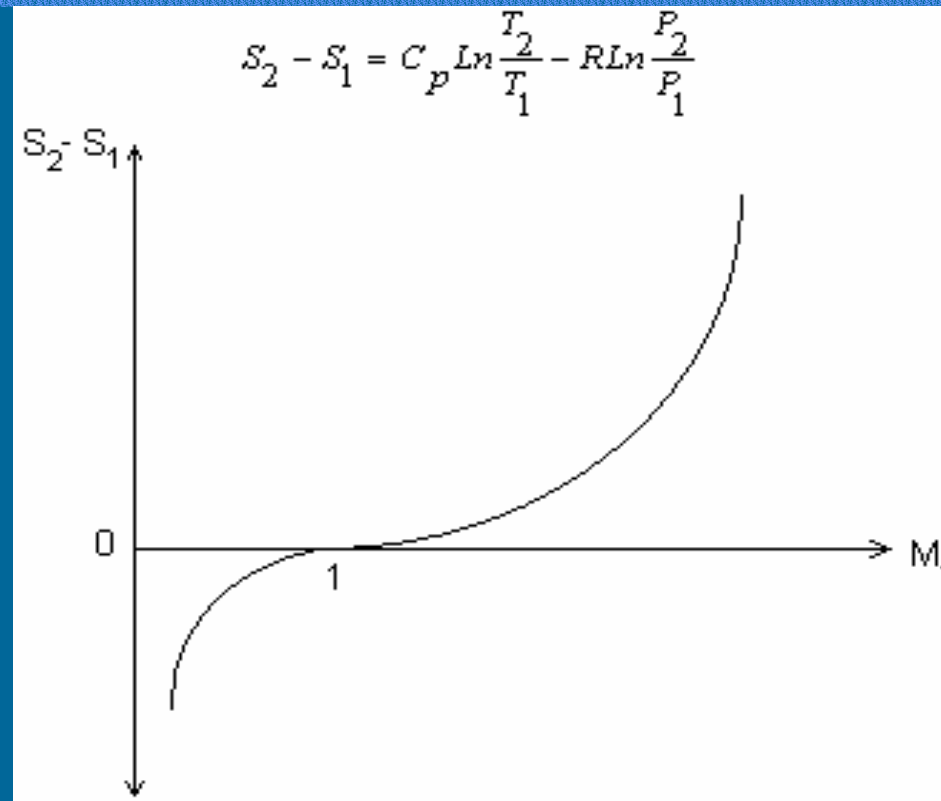
و از ترکیب این دو معادله میتوانیم رابطه بین ماخها را بیابیم.

$$\frac{M_1}{1 + \gamma M_1^2} \sqrt{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2} = \frac{M_2}{1 + \gamma M_2^2} \sqrt{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_2^2}$$

نحوه تغییرات M_2 بر حسب M_1 به صورت زیر است :



نحوه تغییرات آنترופی در موج ضربه به صورت زیر است:



با استفاده از روابطی که برای ماخ و دما در دو طرف موج یافتیم داریم :

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2\right) \left(\frac{2\gamma}{\gamma-1} M_1^2 - 1\right)}{M_1^2 \left(\frac{2\gamma}{\gamma-1} + \frac{\gamma-1}{2}\right)}$$

برای فشار نیز خواهیم داشت :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1 + \gamma M_1^2}{1 + \gamma M_2^2} = \frac{2\gamma M_1^2}{\gamma+1} - \frac{\gamma-1}{\gamma+1}$$

با استفاده از قانون پیوستگی و ساده سازی داریم:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{(\gamma+1) M_1^2}{(\gamma-1) M_1^2 + 2}$$

با استفاده از روابط دما و فشار و آنترופی ، میتوانیم مقدار آنترופی سیال را نیز برای قبل و بعد از ضربه بیابیم

$$\frac{S_2 - S_1}{R} = -\ln \frac{P_{t2}}{P_{t1}} \quad , \quad \frac{P_{t2}}{P_{t1}} = \frac{P_{t2}}{P_2} \cdot \frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{P_1}{P_{t1}}$$

$$\frac{P_{t2}}{P_2} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_2^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad , \quad \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{2\gamma M_1^2}{\gamma + 1} - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right)$$

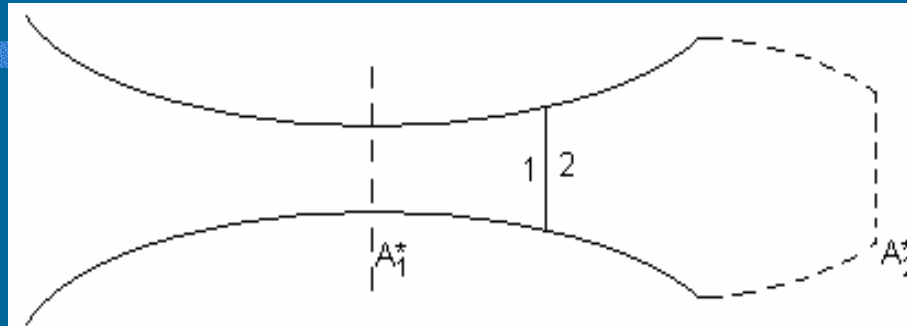
$$\frac{P_1}{P_{t1}} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}} \Rightarrow$$

$$\frac{P_{t2}}{P_{t1}} = \left(\frac{\frac{\gamma + 1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \left(\frac{1}{\frac{2\gamma}{\gamma + 1} M_1^2 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}$$

نتایج کلی حاصل از فرایند موج ضربه:

- ماخ کم میشود .
- دما زیاد میشود .
- فشار زیاد میشود .
- دمای سکون ثابت میماند .
- فشار سکون کم میشود .
- سطح مرجع ها تغییر میکنند .

میخواهیم ارتباط بین سطح مرجع و یک پارامتر دیگر مثلا فشار سکون را قبل و بعد از ضربه بیابیم . شکل زیر را در نظر بگیرید .



$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \rightarrow \dot{m}_1^* = \dot{m}_2^*$$

$$\frac{P_{t1} A_1^*}{\sqrt{T_{t1}}} f(\gamma, M_1) = \frac{P_{t2} A_2^*}{\sqrt{T_{t2}}} f(\gamma, M_2)$$

$$* \Rightarrow f(\gamma, M_1) = f(\gamma, M_2) \text{ , } \textit{adiabatic} \Rightarrow T_{t1} = T_{t2}$$

$$\rightarrow P_{t1} A_1^* = P_{t2} A_2^* \text{ , } P_{t2} < P_{t1} \Rightarrow A_2^* > A_1^*$$

تاکنون آنچه بررسی کردیم مربوط به امواج ضربه ای ساکن بودند ، اما همواره امواج ساکن نیستند .

برای آنکه بتوانیم از همین روابط بدست آمده برای موج متحرک ، مثل موج تراکمی استفاده کنیم باید جای ناظر را تغییر دهیم ، ناظر روی موج سوار شود تا موج را ساکن ببیند .

در این حالت سیال با سرعت V_s به موج ضربه نزدیک و با سرعت $V_s - V_g$ از آن دور میشود .

خواص استاتیک ثابتند و به ناظر وابسته نیستند ، اما خواص سکون به ناظر وابسته اند . مقدار سرعت سیال به صورت زیر بدست می آید :

$$\frac{v_s}{v_s - v_g} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\phi + 1)M_1^2}{(\phi - 1)M_1^2 + 2} \quad , \quad M_1 = \frac{v_s}{a}$$

$$\Rightarrow v_s = \frac{\frac{(\phi + 1)v_s}{a_1^2} + \sqrt{\frac{(\phi + 1)^2 v_g^2}{a_1^2} + \frac{16}{a_1^2}}}{\frac{4}{a_1^2}}$$

به این ترتیب دو دسته مساله خواهیم داشت :

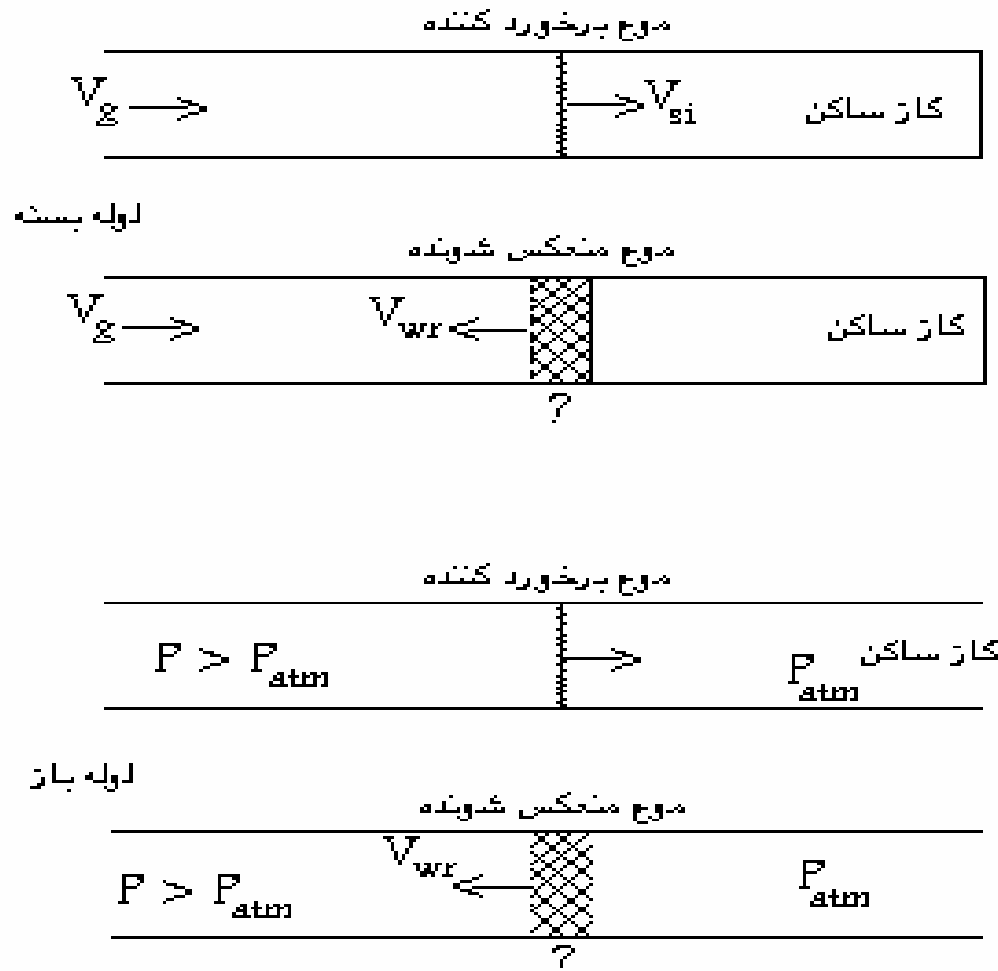
1- V_s معلوم باشد :

با داشتن V_s مقدار M_1 را می یابیم و با داشتن M_1 مقدار M_2 را می یابیم .
و با استفاده از جداول V_1/V_2 یا p_1/p_2 را یافته و با آن V_2 را می یابیم
با داشتن V_2 میتوانیم V_g را از $V_2 = V_s - V_g$ بیابیم .

2- V_g معلوم باشد :

با داشتن V_g مقدار V_s از فرمول بدست می آید و با آن M_1 پیدا میشود و با
آن تمام نسبتها از جدول بدست می آید .

امواج ضربه ای عمودی منعکس شده



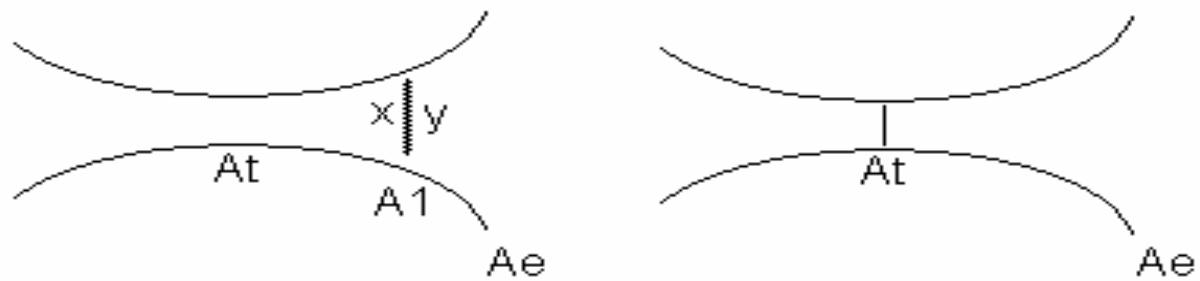
وقتی موج به انتهای لوله برخورد میکند امواج انعکاسی خواهیم داشت. دو حالت را در نظر میگیریم:

- 1- لوله با انتهای بسته
- 2- لوله با انتهای باز



مساله 4 - 9 :

یک موج ضربه ای در قسمت واگرای شیبپوره های همگرا - واگرا در جایی که مساحت مقطع 1.1 برابر مساحت گلوگاه است تشکیل میشود. چنانچه نسبت مساحت مقطع خروجی شیبپوره به مساحت گلوگاه آن 2.2 باشد، کاهش در سرعت خروجی شیبپوره را به علت حضور موج ضربه ای به دست آورید (با سرعت خروجی در جریان کاملاً منبسط شده آیزنتروپیک فراصوت در شیبپوره مقایسه کنید). فرض کنید جریان از سرعت اولیه ناچیز منبسط میشود، دمای سکون جریان در دو حالت یکی است، و سیال عامل بخار آب است که مثل گاز کامل با $\gamma=1.3$ (ثابت) رفتار میکند.



$$\frac{A_e}{A^*} = 2.2 \rightarrow M_e = 2.3$$

$$\frac{A_1}{A_t} = 1.1 \xrightarrow{S=Cte} M_x = 1.359 \xrightarrow{shock} M_y = 0.753 \xrightarrow{S=Cte} \frac{A_y}{A_y^*} = 1.0627$$

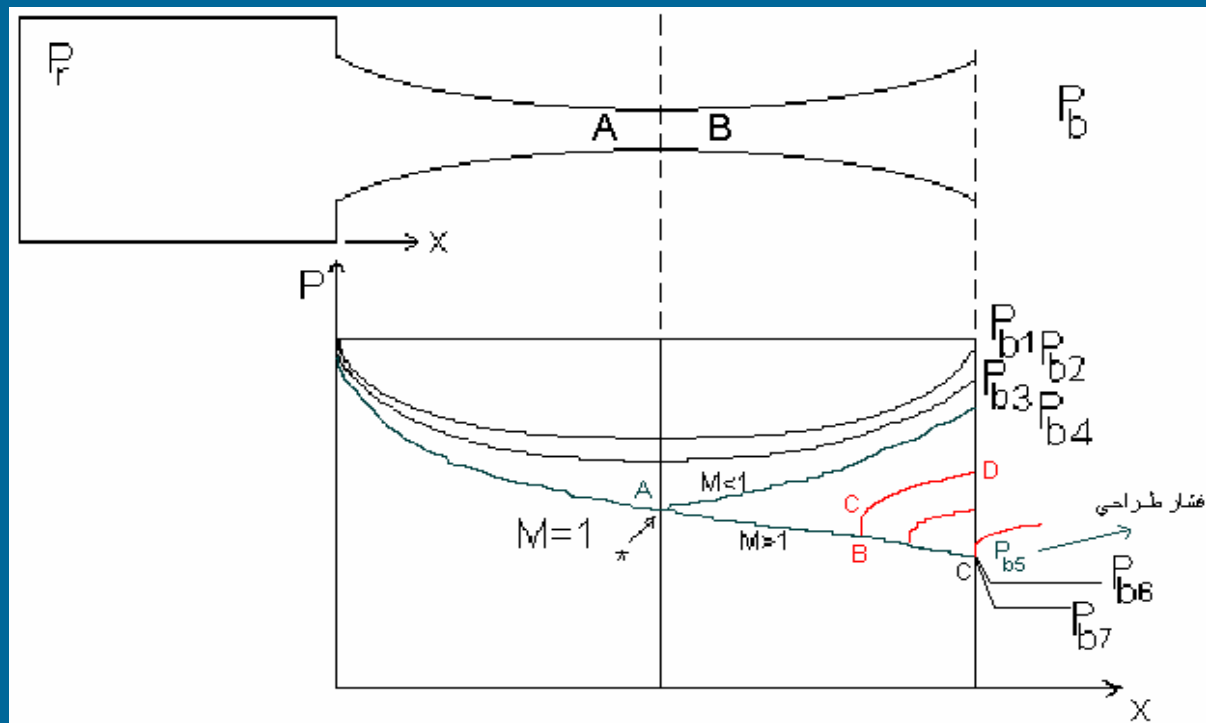
$$\frac{A_e}{A_y^*} = \frac{A_e}{A_y} \frac{A_y}{A_y^*} = \frac{2.2}{1.1} \times 1.0627 = 2.1254 \quad \Rightarrow M_e = 0.288$$

$$\frac{V_{e2} - V_{e1}}{V_{e1}} = \frac{V_{e2}}{V_{e1}} - 1 = \frac{M_{e2}}{M_{e1}} \sqrt{\frac{1 + \frac{\gamma}{2} M_{e1}^2}{1 + \frac{\gamma}{2} M_{e2}^2}} - 1 = -0.736$$

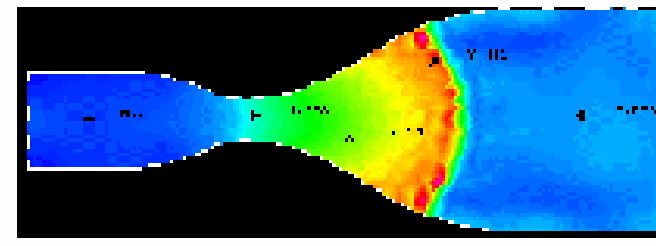
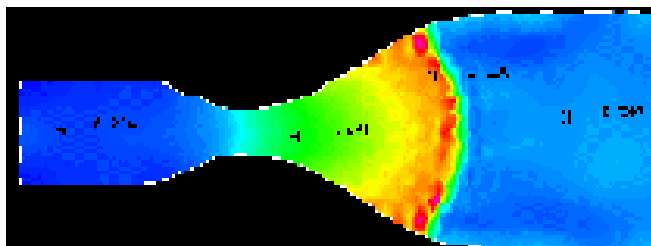
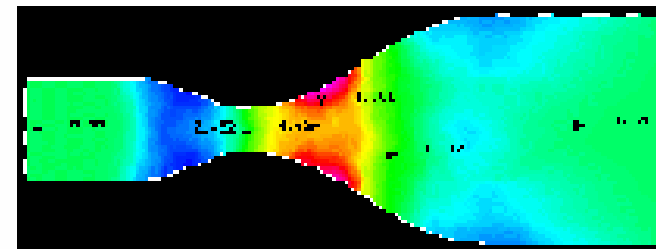
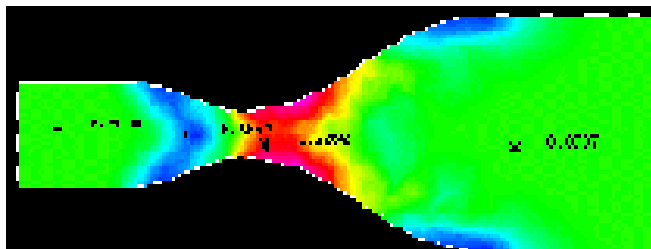
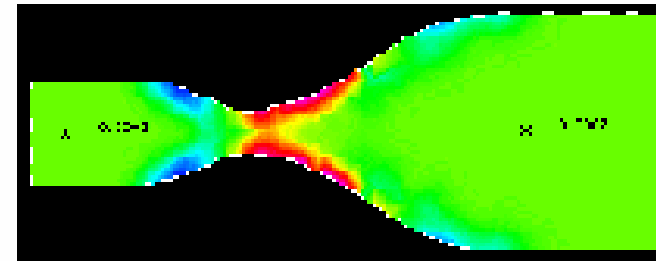
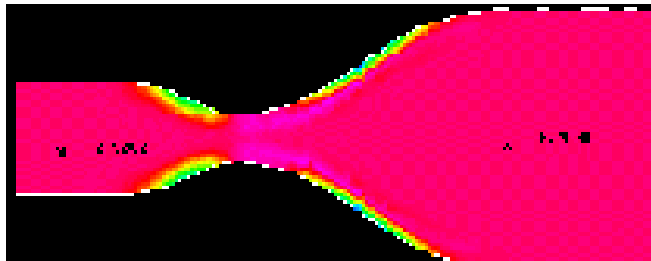
فصل پنجم : کاربرد موجهای ضربه ای

اولین و مهمترین کاربرد از موج ضربه ای در جریان ایزنتروپیک ، در شیبوره همگرا – واگراست.

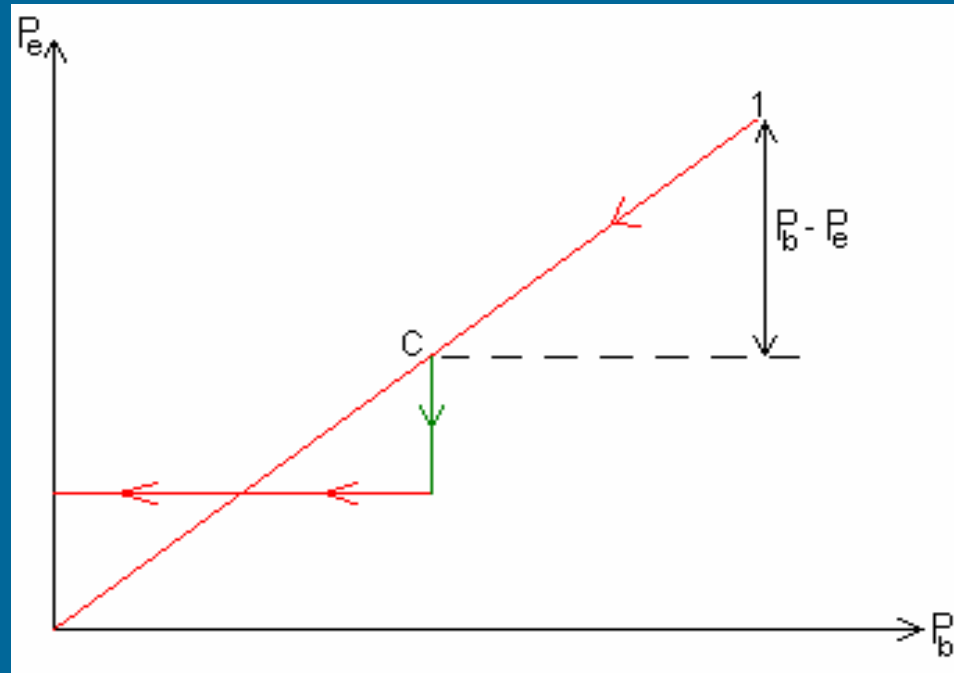
الف) عملکرد شیبوره همگرا – واگرا



VEINE SUPERSONIQUE (ii)



نقطه طراحی : فشار نقطه طراحی فشاری است که اگر در آن شیپوره همگرا - واگرا را راه اندازی کنیم ، جریان در قسمت واگرا مافوق صوت و آیزنتروپیک است.



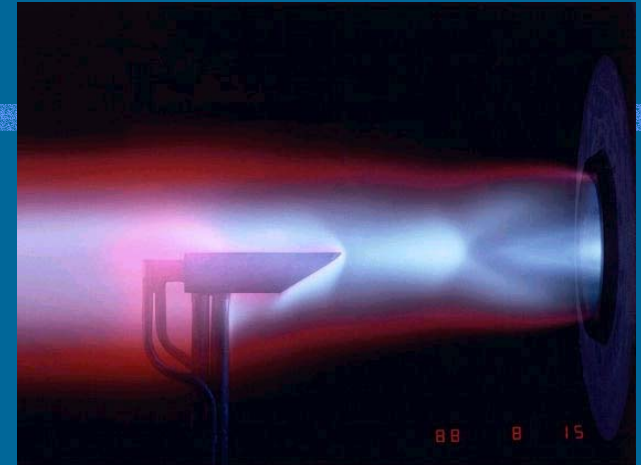
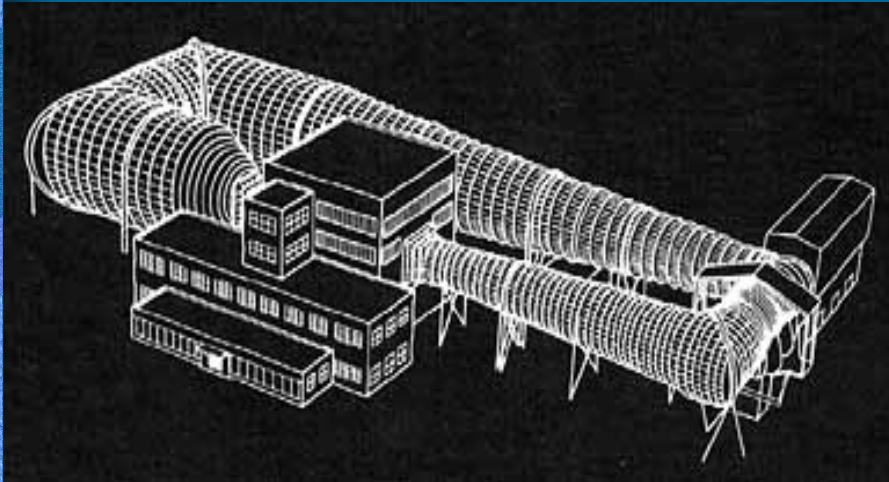
ب) تونل باد

تعريف :

تونل باد وسیله ای است که :

- برای بررسی اثر نیروهای فشاری روی مدل به کار می رود
- برای بررسی نیروهای درگ
- برای بررسی اثرهای اصطکاک
- تعیین شاخصهای مطلوب در شاخه آئردینامیک

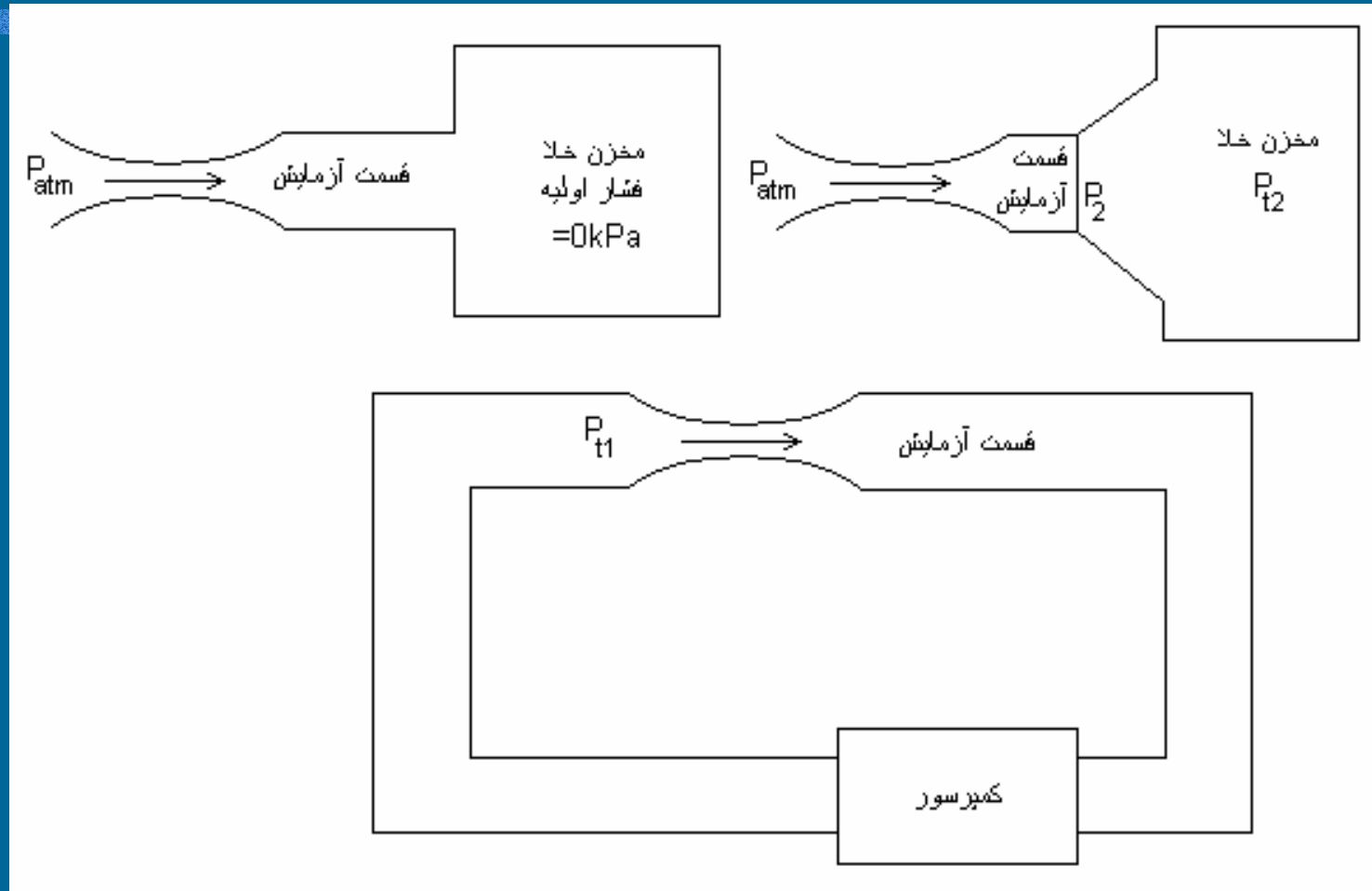
چند تونل باد



انواع تونل باد:

- Low-speed wind tunnel
- Transonic wind tunnel
- Supersonic wind tunnel
- Hypersonic wind tunnel
- Hotshot wind tunnel
- Open-return wind tunnel (Eiffel type)
- Closed-return wind tunnel
- Rolling wind tunnel

ب) تونل باد فراصوت :



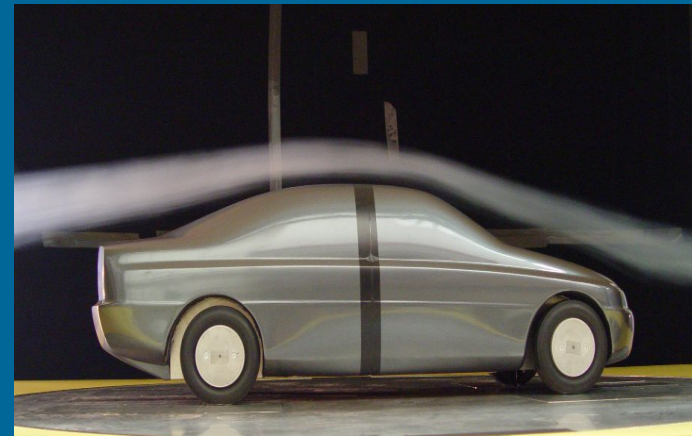
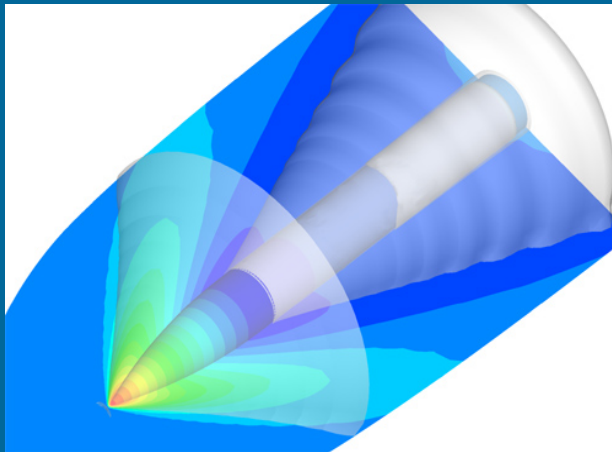
Supersonic W.T

- برای آزمایش در سرعت‌های بسیار بالاتر از صوت به کار می‌روند
- عدد ماخ در آنها به بالاتر از 5 نسبت داده می‌شود
- برای رسیدن به سرعت‌های بالا از شیپوره‌های همگرا-واگرا استفاده می‌شود
- سرعت نهایی از نسبت مساحت خروجی به مساحت گلوگاه بدست می‌آید
- برای تأمین سرعت و توان‌های بالا از مخزن ذخیره فشار بالا یا از مخزن ذخیره خلا استفاده می‌شود

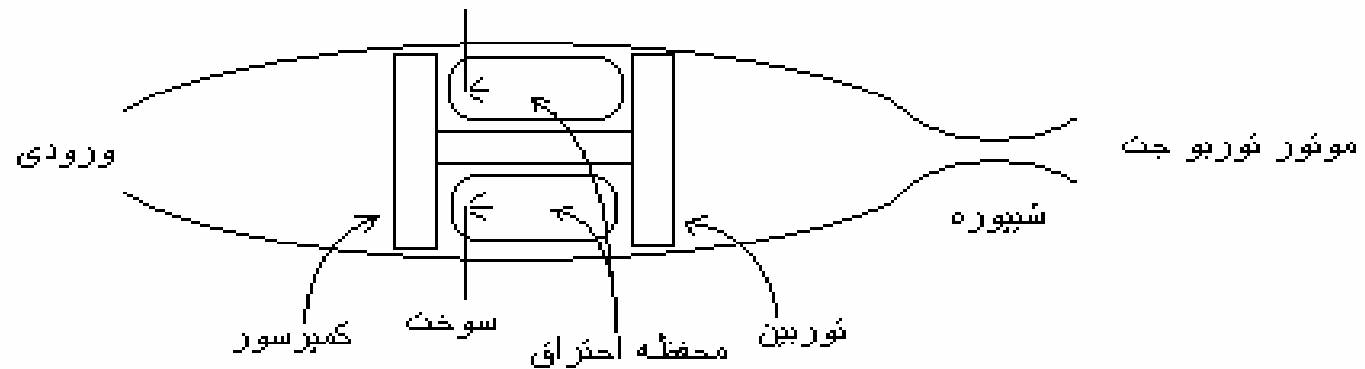
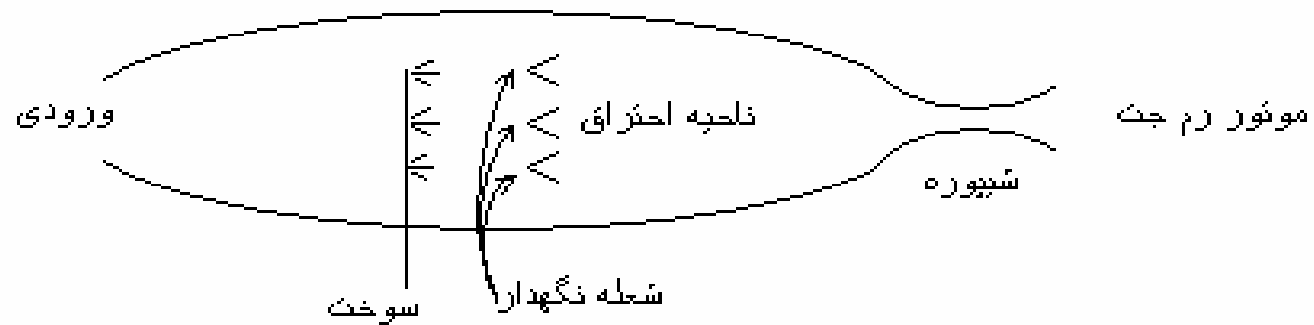
Hypersonic W.T

- عدد ماخ در آنها حتي به 15 هم ممكن است برسد
- براي سرعتهاي بالا كنترل فشار و دما بسيار مهم است

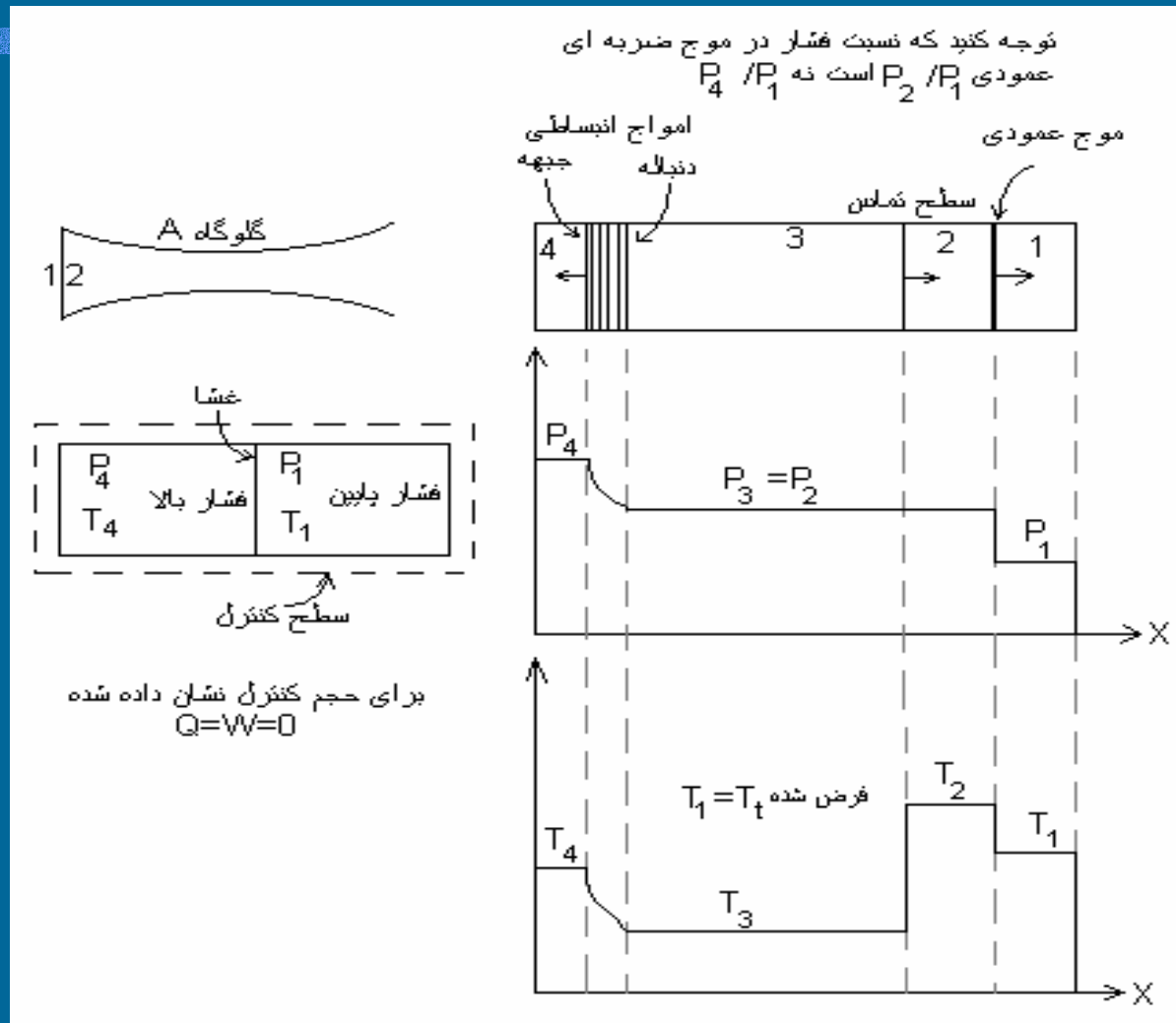
کاربرد های تونل باد در صنعت



پ (دیفیوزر فراصوت همگرا – واگرا) :



ت (لوله ضربه و جریان یک بعدی ناپایدار :



مساله 5 - 11 :

دیفیوزر فراصوت همگرا - واگرای در ماخ 3 به کار گرفته میشود. در دیفیوزر از گلوگاه با مقطع متغیر برای بلعیدن موج ضربه ای اولیه استفاده میشود. چند درصد افزایش در مساحت گلوگاه ضروری است ؟ مساله را برای هوا و هلیوم به عنوان سیالهای عامل حل کنید.

$$\text{AIR} \rightarrow \gamma = 1.4$$

$$M_1 = 3 \xrightarrow{\text{chart}} \xrightarrow{(1-1)} \rightarrow \frac{A}{A_1^*} = 4.235$$

$$M_1 = 3 \xrightarrow{\text{chart}} \xrightarrow{(1-2)} \rightarrow M_2 = 0.4752 \xrightarrow{(1-1)} \rightarrow \frac{A}{A_2^*} = 1.3905$$

$$\Rightarrow \frac{A_1^*}{A_2^*} = 0.3283 \quad \Rightarrow [(1 - 0.3283) / 0.3283] \times 100 = 204.5\%$$

$$\text{He} \rightarrow \gamma = 5/3$$

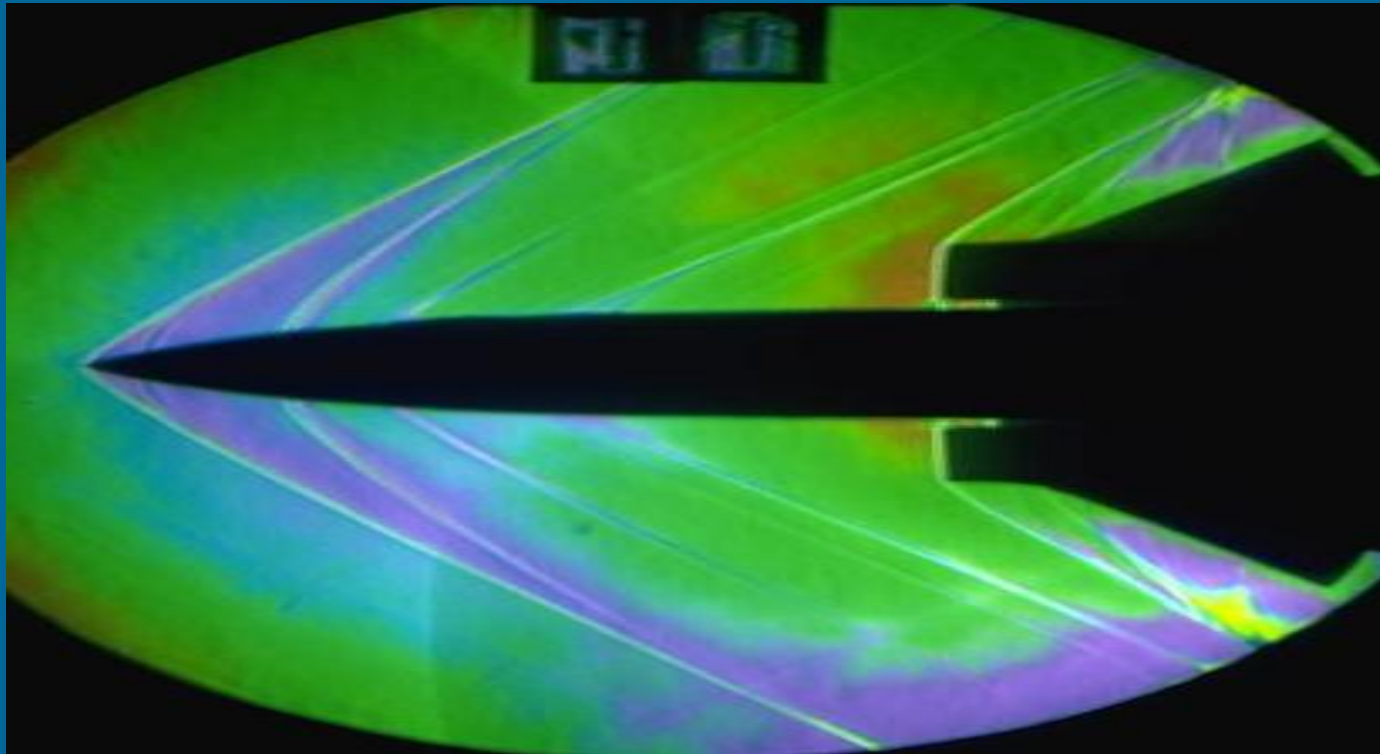
$$M_1 = 3 \xrightarrow{(1-1)} \rightarrow \frac{A}{A_1^*} = 3$$

$$M_1 = 3 \xrightarrow{(1-2)} \rightarrow M_2 = 0.5222 \xrightarrow{(1-1)} \rightarrow \frac{A}{A_2^*} = 1.2843$$

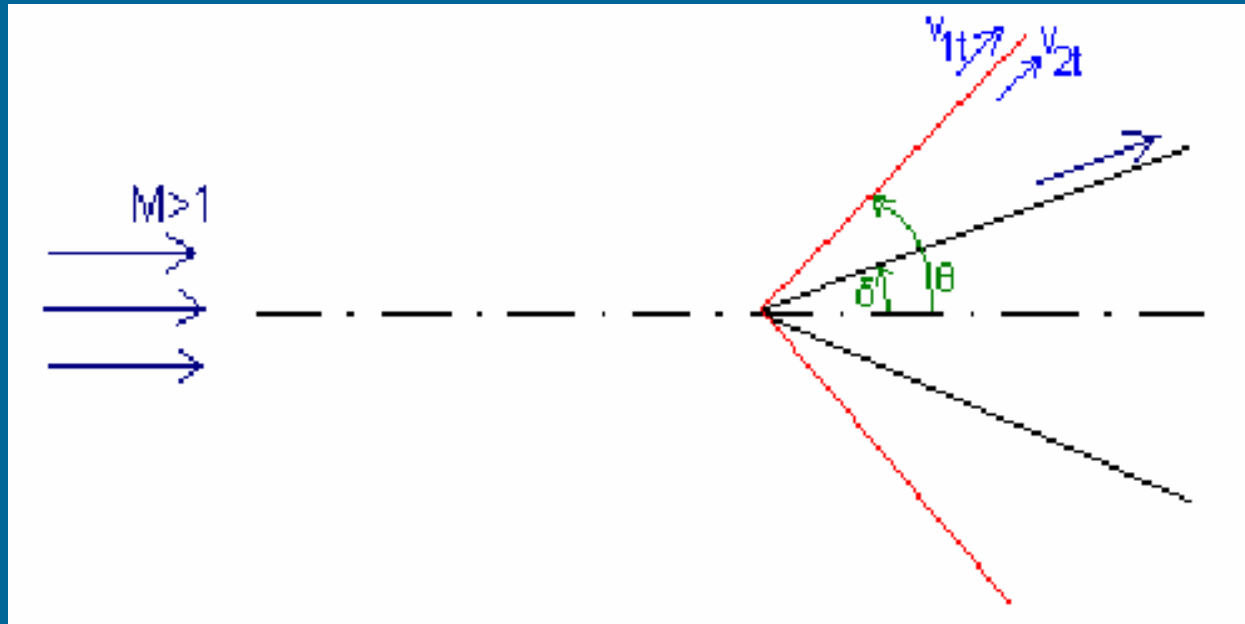
$$\Rightarrow \frac{A_1^*}{A_2^*} = 0.4281 \quad \Rightarrow [(1 - 0.4281) / 0.4281] \times 100 = 133.5\%$$

- امواج باقیمانده عبارتند از:
- 1- امواج ضربه ای مایل
 - 2 - امواج انبساطی پیرانتل - میر

فصل ششم : موج ضربه ای مایل



امواج ضربه ای مایل : این امواج نسبت به جهت جریان زاویه دار هستند و اگر سیال با ماخ بیشتر از یک، به یک دماغه نزدیک شود رخ می دهند.



کاربرد امواج مایل :

- 1- یک پرنده با ماخ بزرگ و با دماغه تیز .
 - 2- دهانه ورودی کمپرسورها .
- در دو طرف یک موج مایل افت فشار نسبت به موج عمودی کمتر است ، بنابراین انرژی کمتری هدر می‌رود، پس اگر یک موج عمودی را به تعدادی امواج مایل تقسیم کنیم به نفع ماست. به همین دلیل مایلیم نسبت متغیرهای دو طرف موج را بیابیم .
- در این مورد نیز مشابه موج قائم قوانین بقا را مینویسیم .

1- معادله پیوستگی :

$$\oint_S \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = 0 \quad \Rightarrow \quad \rho_1 v_{1n} A_1 = \rho_2 v_{2n} A_2$$

S

$$\xrightarrow{A_1 = A_2} \rho_1 v_{1n} = \rho_2 v_{2n}$$

2- معادله مومنتم :

الف) در جهت قائم :

$$\Sigma \vec{f} = \oint_S \vec{v} \left(\rho \vec{v} \cdot d\vec{A} \right)$$

$$\Rightarrow P_1 A_1 - P_2 A_2 = \rho_2 A_2 v_{2n}^2 - \rho_1 A_1 v_{1n}^2$$

$$\Rightarrow P_1 - P_2 = \rho_2 v_{2n}^2 - \rho_1 v_{1n}^2$$

$$\iint \vec{v}_t (\rho \vec{v} \cdot d\vec{A}) = 0$$

$$\Rightarrow v_{1t} (\rho_1 A_1 v_{1n}) = v_{2t} (\rho_2 A_2 v_{2n})$$

$$\xrightarrow{A_1 = A_2} v_{1t} (\rho_1 v_{1n}) = v_{2t} (\rho_2 v_{2n})$$

$$\xrightarrow{\rho_1 v_{1n} = \rho_2 v_{2n}} v_{1t} = v_{2t}$$

3- معادله انرژی:

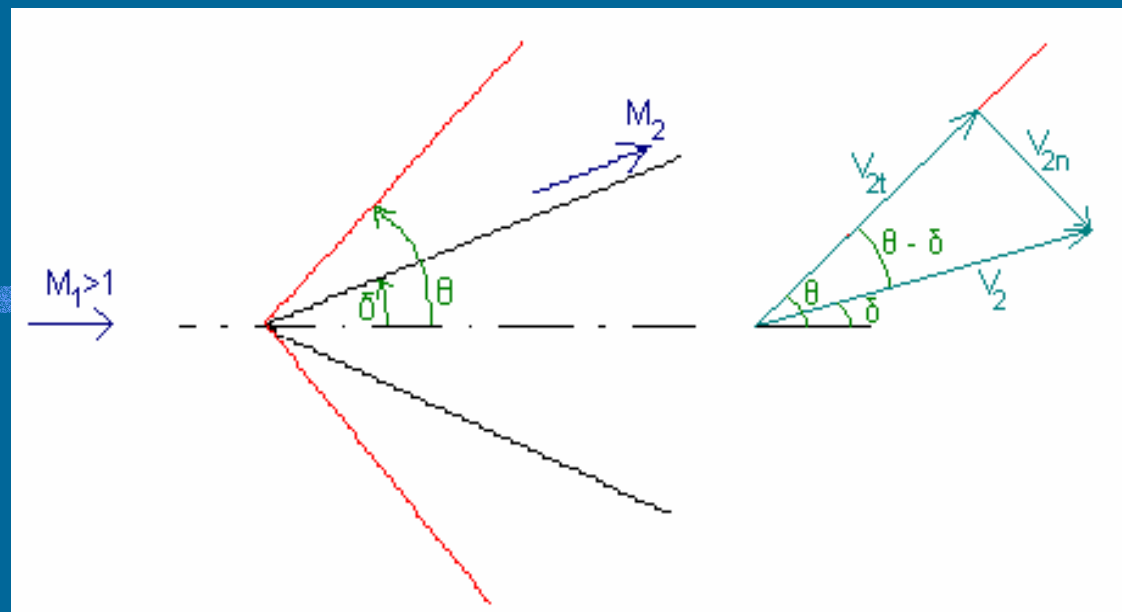
$$h_1 + \frac{v_1^2}{2} = h_2 + \frac{v_2^2}{2}$$

$$\Rightarrow h_1 + \frac{v_{1t}^2 + v_{1n}^2}{2} = h_2 + \frac{v_{2t}^2 + v_{2n}^2}{2}$$

$$\xrightarrow{v_{1t} = v_{2t}} h_1 + \frac{v_{1n}^2}{2} = h_2 + \frac{v_{2n}^2}{2}$$

برخی خصوصیات موج ضربه ای مایل :

- در موج ضربه ای مایل ، ماخ نرمال کمتر از یک و ماخ کلی بیشتر از یک است .
- موج ضربه ای مایل نسبت به موج ضربه ای قائم ضعیفتر است و افت فشار در آن کمتر از موج قائم است .
- موج ضربه ای مایل مثل قائم آدیاباتیک است .



θ : زاویه موج (مجهول) δ : زاویه حمله (معلوم)

$$\begin{cases} M_{1n} = M_1 \sin \theta \\ M_{1t} = M_1 \cos \theta \end{cases} \quad \begin{cases} M_{2n} = M_2 \sin(\theta - \delta) \\ M_{2t} = M_2 \cos(\theta - \delta) \end{cases}$$

اگر موج قوي باشد θ بزرگتري دارد.

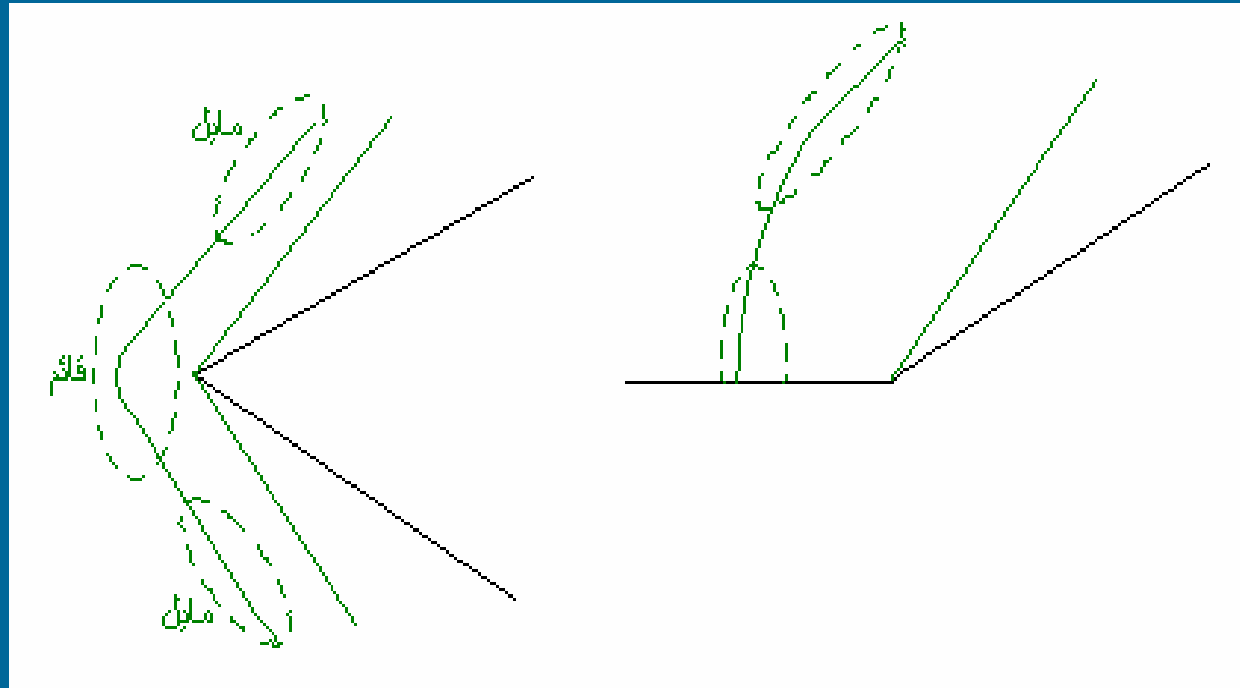
براي بدست آوردن مقادير مورد نیاز ميتوانيم به پيوست 3 کتاب مراجعه كنيم.

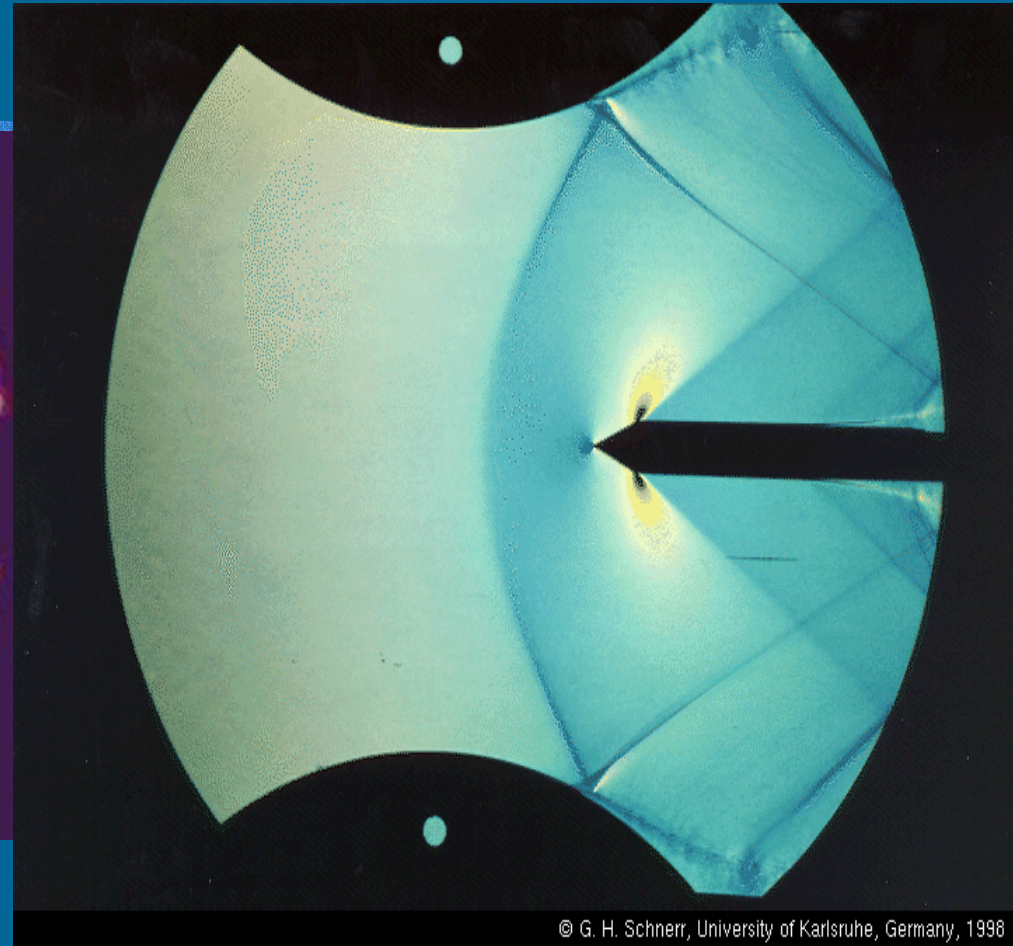
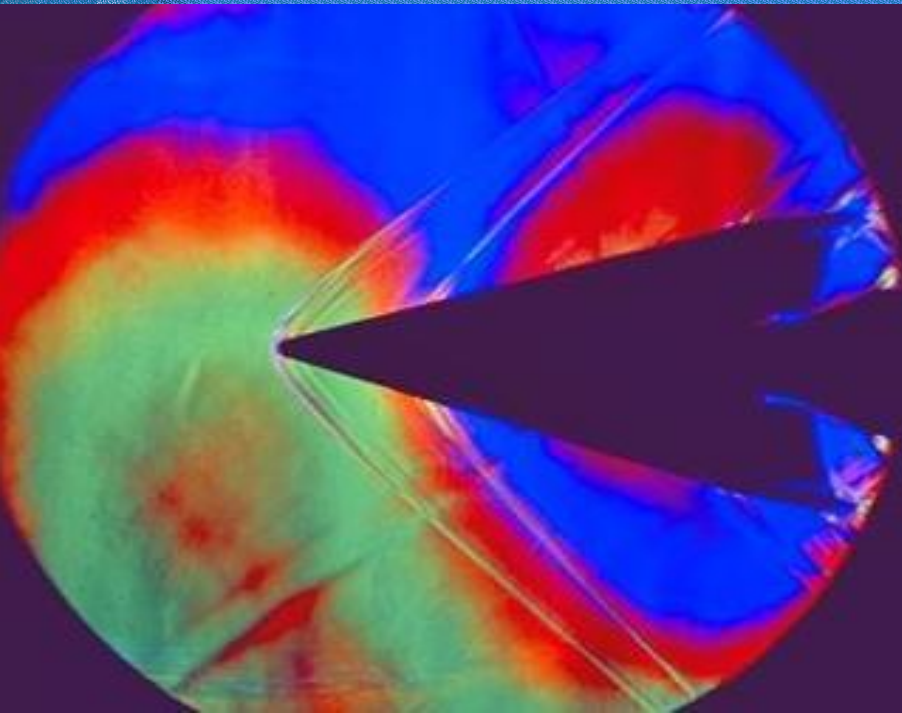
امواج ضربه ای مایل از نوک جسم جدا شده و در نوک آن استقرار نمی یابند ،
به این ترتیب دو ناحیه خواهیم داشت :

1- افت فشار زیاد است (رفتار موج ضربه ای قائم)

2- رفتار موج ضربه ای مایل را دارد.

امواج ضربه ای مایل علاوه بر روی گوه ها در گوشه ها نیز تشکیل میشوند .



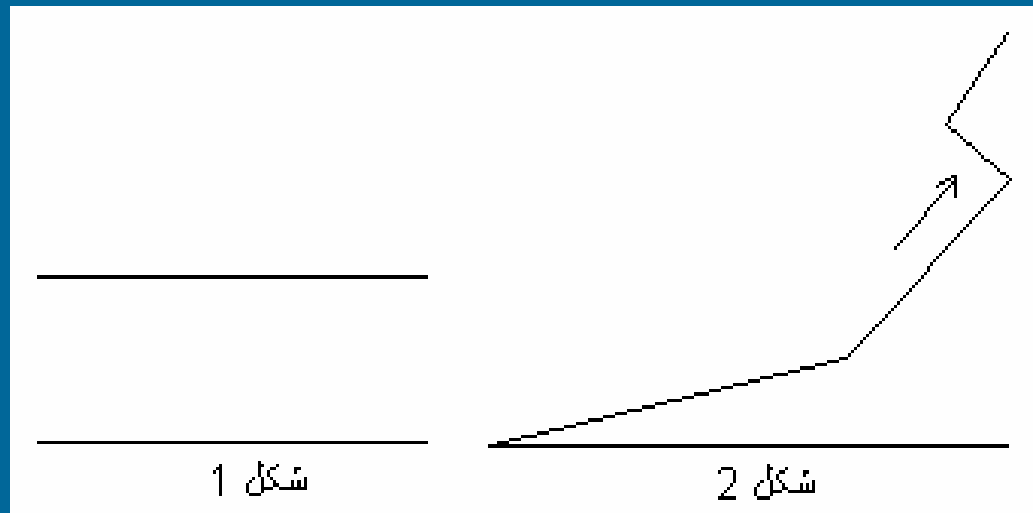


© G. H. Schnerr, University of Karlsruhe, Germany, 1998

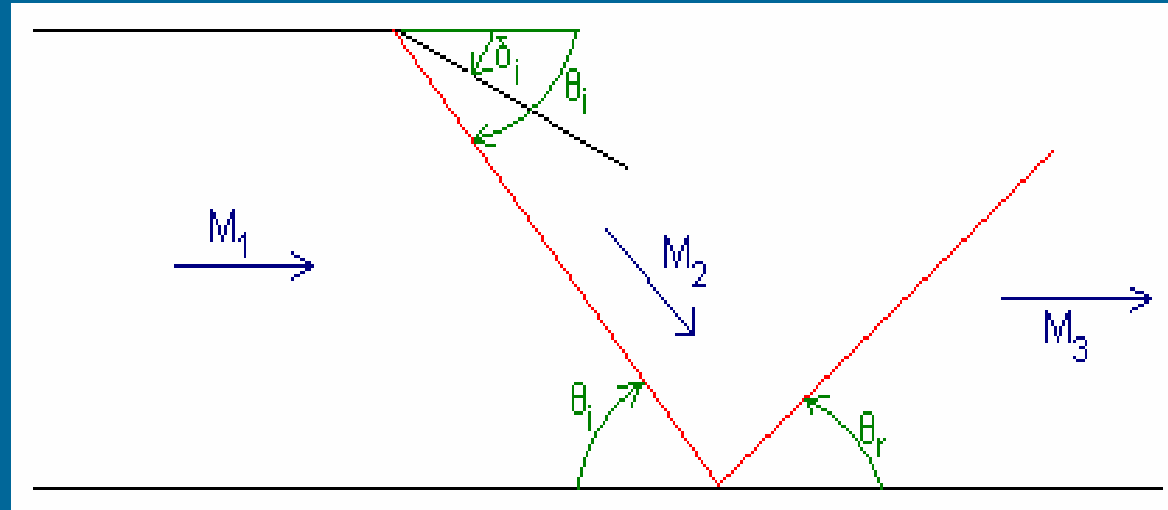
جریان ورودی به کمپرسور میتواند به دو صورت زیر باشد :

در حالت اول یک موج ضربه ای قائم در مقطع ورودی داریم که در آن نسبت فشار سکون زیاد است و مقدار زیادی انرژی تلف میشود .

در حالت دوم افت انرژی و فشار ورودی کمتر از حالت قبل است .

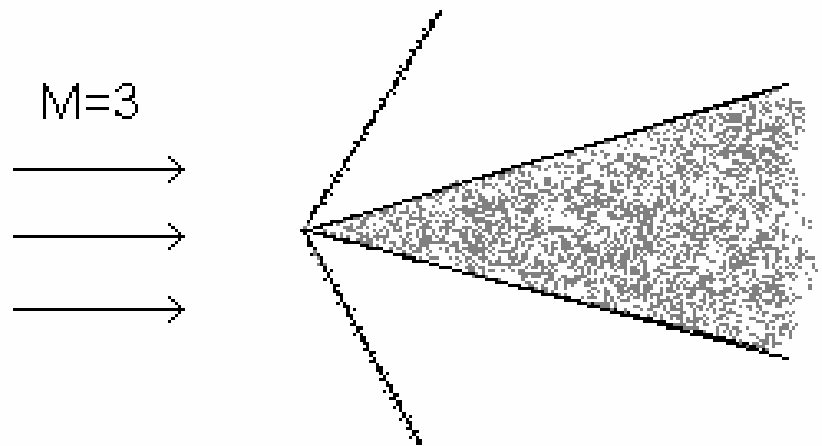


امواج انعکاسی : موج مایل پس از برخورد به یک صفحه مستقیم حرکت کرده و موج انعکاسی را تشکیل میدهد.



مساله 6 - 13 :

دیفیوزر فراصوتی دارای نوک تیزی است که نیم زاویه راس آن 5 درجه است. نوک تیز دیفیوزر، مطابق شکل در امتداد جریان قرار دارد. عدد ماخ جریان در امتداد سطح مخروطی و نیز فشار استاتیک وارد بر سطح مخروطی را حساب کنید. ارتفاع از زمین 5 کیلومتر است.



$$H = 5 \text{ Km} \xrightarrow{(8)} P_t = 54.05 \text{ KPa}$$

$$M = 3 \xrightarrow{(1-1)} \frac{P_1}{P_t} = 0.2722 \times 10^{-1} \Rightarrow P_1 = 1.4712 \text{ KPa}$$

$$\delta = 5^\circ, M_1 = 3 \xrightarrow{C3} \theta \approx 19.8$$

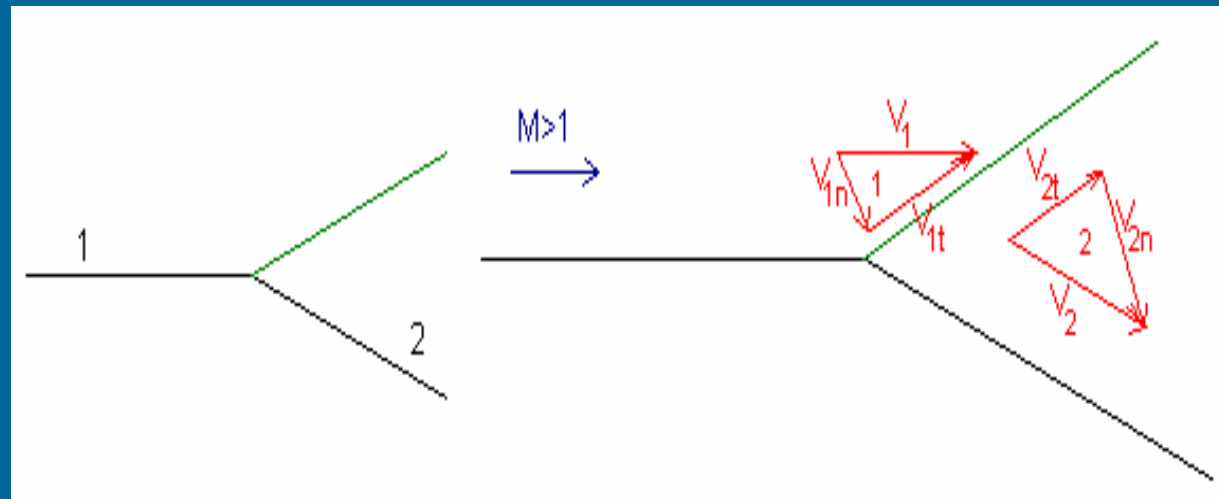
$$\delta = 5^\circ, M_1 = 3 \xrightarrow{C5} M_2 = 2.89$$

$$\delta = 5^\circ, M_1 = 3 \xrightarrow{C4} (P_c - P_1) / \left(\frac{1}{2} \rho P_1 M_1^2 \right) = 0.13$$

$$\Rightarrow P_c = 0.13 \left[\frac{1}{2} \times 1.4 \times 3^2 + 1 \right] \times 1.4712 = 1.3961$$

فصل هفتم : امواج پیرانتل - مایر

اگر جریان مافوق صوت به یک گوشه محدب برخورد نماید با افزایش سطح روبرو میشود و امواج انبساطی ایجاد میشود.



قانون بقای مومنتوم :

$$V_{1t} = V_{2t}$$

1- در جهت مماسی

$$P_1 + \rho_1 V_{1n}^2 = P_2 + \rho_2 V_{2n}^2$$

2- در جهت نرمال

معادله پیوستگی :

$$\rho_1 A_1 V_{1n} = \rho_2 A_2 V_{2n}$$

$$\xrightarrow{A_1 = A_2} \rho_1 V_{1n} = \rho_2 V_{2n}$$

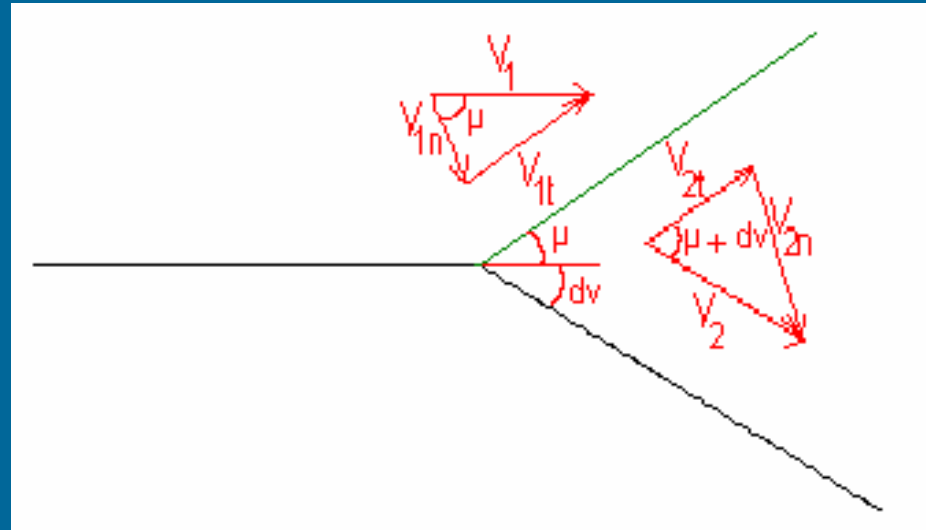
$$\Rightarrow P_2 - P_1 = \rho_1 V_{1n} (V_{1n} - V_{2n})$$

$$\xrightarrow{V_2 > V_1} V_{2n} > V_{1n} \Rightarrow P_2 < P_1$$

اگر انحرافهای آنی نداشته باشیم ، میتوانیم انحراف را به صورت گوشه هایی با انحراف کوچک در نظر بگیریم یا اینکه جریان مرحله مرحله منحرف میشود . با انحراف تدریجی جریان دو مرحله داریم :

1- جریان آیزنتروپیک

2- جریان از موج ضربه ای مایل



در جهت مماسی که سرعت قبل و بعد از موج ضربه برابر بودند ، برای جهت نرمال داریم :

$$V \cos \mu = (V + dV) \cos(\mu + dv) \quad \underline{\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b}$$

$$V \cos \mu = V \cos \mu + dV \cos \mu - V \sin \mu dv - dV \sin \mu dv$$

$$\underline{(dv=0) \Rightarrow \cos dv = 1, \sin dv = dv} \quad \cos \mu dV = V \sin \mu dv$$

$$\rightarrow \frac{dV}{V} = \frac{\sin \mu}{\cos \mu} dv = \tan \mu dv \quad \underline{\mu = \sin^{-1}\left(\frac{1}{M}\right)}$$

$$\sin \mu = \frac{1}{M}, \cos^2 \mu = 1 - \frac{1}{M^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\sin^2 \mu}{\cos^2 \mu} = \tan^2 \mu = \frac{\frac{1}{M^2}}{\frac{M^2-1}{M^2}} = \frac{1}{M^2-1}$$

$$\Rightarrow \tan \mu = \sqrt{\frac{1}{M^2-1}} \frac{dv}{v} \frac{1}{\sqrt{M^2-1}} dv$$

$$v = M \sqrt{\gamma R T} \quad (1) \quad \xrightarrow{\text{Ln}} \quad \text{Ln } v = \text{Ln } M + \text{Ln}(\sqrt{\gamma R T}) + \frac{1}{2} \text{Ln } T$$

$$\frac{dv}{v} = \frac{dM}{M} + \frac{1}{2} \frac{dT}{T} \quad (2)$$

$$\text{adiabatic:} \Rightarrow T_t = T \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) = \text{Cte}$$

$$\xrightarrow{\text{Ln}} \quad \frac{dT}{T} + \frac{(\gamma - 1) M dM}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2} = 0 \quad (3)$$

$$(2), (3) \Rightarrow \frac{dv}{v} = \frac{dM}{M} - \frac{\frac{1}{2} (\gamma - 1) M dM}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2}$$

$$\rightarrow v - v_{ref} = \left[\dots \right]_{M_{ref}}^M \Rightarrow$$

$$v = \left[\sqrt{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} (M^2 - 1)} - \tan^{-1} \sqrt{M^2 - 1} \right]$$

نکته: در حین عبور جریان مافوق صوت از امواج انبساطی ،
جریان آیزنتروپیک فرض میشود.

پس فشار سکونها و دمای سکونها برابرند و همان روابط جریان
آیزنتروپیک برقرار است.

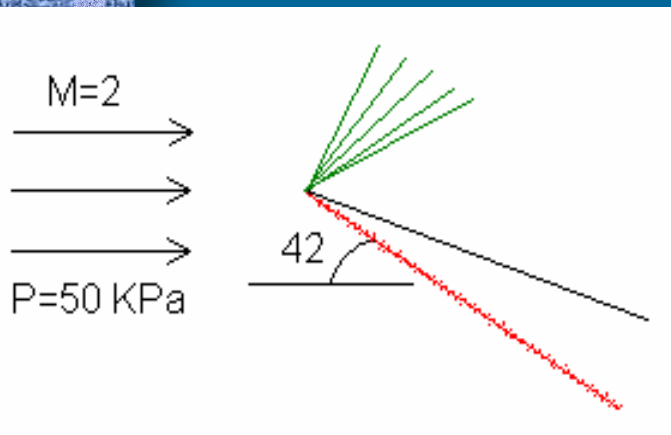
مساله 7 - 6 :

یک صفحه مسطح دو بعدی، با زاویه حمله مثبت در جریان هوایی با ماخ 2 قرار دارد. موج ضربه ای مایلی از لبه صفحه در زیر آن تشکیل میشود و با راستای جریان زاویه 42 درجه میسازد. در بالای صفحه، امواج انبساطی از لبه آن بوجود می آید.

الف) زاویه حمله صفحه چقدر است؟

ب) فشار وارد بر سطح زیرین صفحه چقدر است؟

پ) فشار وارد بر سطح بالایی صفحه چقدر است؟



$$\theta = 42^\circ, M_1 = 2 \xrightarrow{(3)} \delta = 12.5^\circ$$

$$\delta = 12.5, M_1 = 2 \rightarrow M_{2l} = 1.55$$

$$M_{1n} = M_1 \sin \theta = 1.33 \xrightarrow{(2)} \frac{P_2}{P_1} = 1.897 \rightarrow P_2 = 94.85 = P_l$$

$$M = 2 \rightarrow \nu_1 = 26.38 \Rightarrow \nu_2 = 26.38 + 12.5 = 38.88$$

$$\nu_2 = 38.88 \rightarrow M_{2u} = 2.49 \xrightarrow{(1-1)} \frac{P_2}{P_t} = 0.05945$$

$$M = 2 \xrightarrow{(1)} \frac{P_1}{P_t} = 0.1278$$

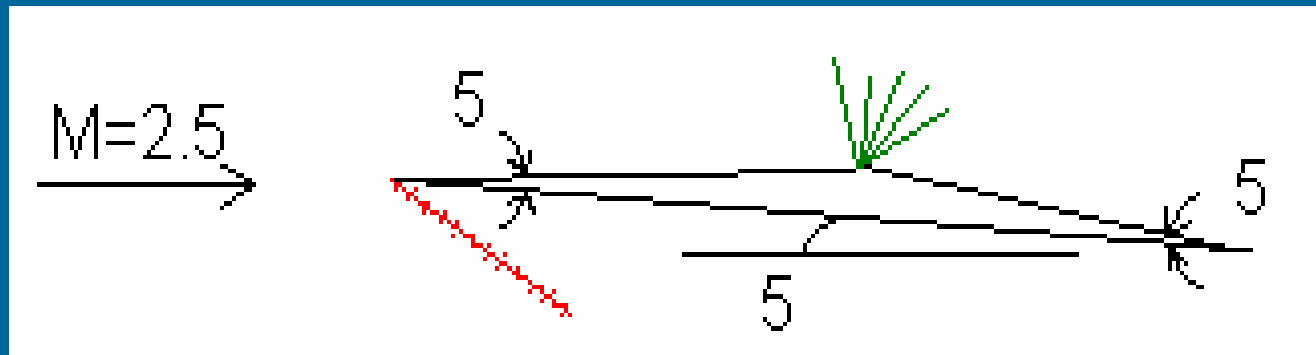
$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_t} = \frac{0.05945}{0.1278} \rightarrow P_2 = 23.258 = P_u$$

فصل هشتم : کاربردهای موج مایل

- 1 – دیفیوزر فراصوت موج مایل
- 2 – شیبوره های فرو منبسط و فرا منبسط
- 3 – شیبوره تویی دار
- 4 – باله های فرا صوتی

مساله 8 - 11 :

ضریبهای برآ و پسا را برای باله فراصوت و متقارن شکل در زاویه حمله 5 درجه بدست آورید.



UP :

$$P_{u1} = P_{\infty} \Rightarrow \frac{P_{u1}}{P_{t1}} = \frac{P_{\infty}}{P_{t1}} = 0.05853$$

$$M_{\infty} = M_{u1} = 2.5 \xrightarrow{(4)} \nu_1 = 39.124 \rightarrow \nu_2 = 39.124 + 10 = 49.124$$

$$\nu_2 = 49.124 \rightarrow M_{u2} = 2.97 \xrightarrow{(1)} \frac{P_{u2}}{P_{t1}} = 0.02848$$

$$\rightarrow \frac{P_{u2}}{P_{\infty}} = \frac{P_{u2}}{P_{t1}} \frac{P_{t1}}{P_{\infty}} = 0.4865$$

LOW :

$$\delta = 5^{\circ}, M = 2.5 \xrightarrow{(3)} \theta = 30.5 \xrightarrow{M_{u1}=2.2} M_{n\infty} = 1.268 \xrightarrow{(2)} \frac{P_{l1}}{P_{\infty}} = 1.715$$

$$L = P_{\infty} C \left[\left(PL_1 \frac{1}{\cos 0} \right) \cos 5 - \left(P_{u1} \frac{0.5}{\cos 5} \right) \cos 0 - \left(P_{u2} \frac{0.5}{\cos 5} \right) \cos 10 \right]$$

$$\rightarrow L = P_{\infty} C [1.708 - 0.0293 - 0.2404] = 1.438 P_{\infty} C$$

$$D = P_{\infty} C \left[\left(PL_1 \frac{1}{\cos 0} \right) \sin 5 - \left(P_{u2} \frac{0.5}{\cos 5} \right) \sin 10 \right]$$

$$\rightarrow D = P_{\infty} C [0.149 - 0.042] = 0.106 P_{\infty} C$$

$$C_l = \frac{L}{1/2 \rho P_{\infty} M_{\infty}^2 C} = 0.328$$

$$C_D = \frac{D}{1/2 \rho P_{\infty} M_{\infty}^2 C} = 0.024$$

فصل نهم : جریان همراه با اصطکاک در داخل لوله ها

- اگر یک جریان سیال تراکم پذیر در یک کانال با سطح مقطع معین برقرار باشد تنها عامل افزایش آنروپی ، اصطکاک است .
- در یک کانال میتوان جریان مادون صوت را به جریان صوتی رساند .
- یک طول ماکزیمم برای یک ماخ ورودی با هندسه معین میتوان داشت که در آن طول ماخ برابر یک شود .
- اگر جریان مافوق صوت را وارد لوله ای دارای اصطکاک نماییم ، طبق قانون دوم ترمودینامیک ماخ آن در طول لوله دائما کم میشود .

جریان گاز تراکم پذیر در مجاری همراه با اصطکاک (جریان خط فانو)

جریان همراه با اصطکاک در مجاری به سه دسته تقسیم میشود :

- 1- جریان همراه با اصطکاک در صورتیکه $q''s=0$ باشد .
- 2- جریان همراه با اصطکاک در صورتیکه دمای دیواره ثابت باشد .
- 3- جریان همراه با اصطکاک و با تغییرات سطح مقطع .

الف (جریان خط فانو : جریان سیال تراکم پذیر در لوله با مقطع ثابت در صورتیکه سیال آدیاباتیک باشد به جریان خط فانو معروف است .

برای جریان آدیاباتیک داخل لوله همواره آنتالپی سکون مقداری ثابت است .

معادله پیوستگی برای لوله با سطح مقطع ثابت : $\rho v = Cte \rightarrow \rho_1 v_1 = \rho_2 v_2$

در جریان همراه با اصطکاک داریم: $ds > 0$

$$T ds = dh - \frac{dp}{\rho} \quad \rightarrow \quad T ds = d\left(u + \frac{p}{\rho}\right) - \frac{dp}{\rho}$$

$$\rightarrow \quad T ds = du + \frac{1}{\rho} dp - p \frac{d\rho}{\rho^2} - \frac{dp}{\rho} \quad \rightarrow \quad ds = \frac{du}{T} - \frac{p d\rho}{T \rho^2}$$

$$\xrightarrow{P = \rho RT} \quad ds = \frac{du}{T} - \frac{R}{\rho} d\rho \quad \xrightarrow{du = C_v dT}$$

$$ds = C_v \frac{dT}{T} - R \frac{d\rho}{\rho} \quad \int \rightarrow \quad s - s_1 = C_v \ln \frac{T}{T_1} - R \ln \frac{\rho}{\rho_1}$$

$$\xrightarrow{\rho v = Cte} \quad s - s_1 = C_v \ln \frac{T}{T_1} + R \ln \frac{v}{v_1}$$

$$\text{adiabatic} \rightarrow v = \sqrt{2(h_t - h)}$$

$$\xrightarrow{\text{ideal}} v = \sqrt{2C_p(T_t - T)}$$

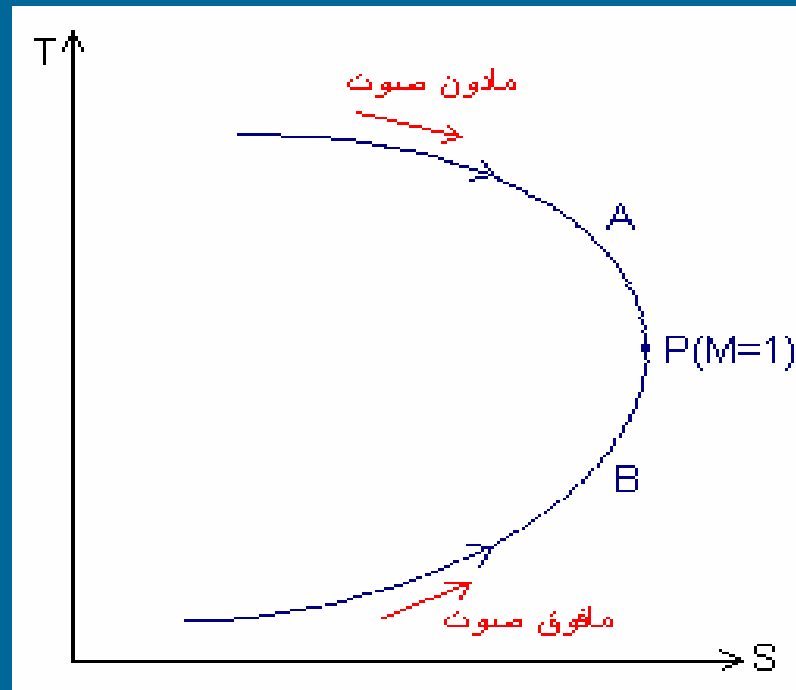
$$\frac{s - s_1}{C_v} = \frac{C_v}{C_v} \ln \frac{T}{T_1} + \frac{R}{C_v} \ln \left[\frac{2C_p(T_t - T)}{2C_p(T_t - T_1)} \right]^{1/2}$$

$$\xrightarrow{\frac{R}{C_v} = \gamma - 1} \frac{s - s_1}{C_v} = \ln \frac{T}{T_1} + \frac{\gamma - 1}{2} \ln \frac{T_t - T}{T_t - T_1}$$

$$\Rightarrow \frac{s - s_1}{C_v} = \ln T + \frac{\gamma - 1}{2} \ln(T_t - T) - \frac{\gamma - 1}{2} \ln(T_t - T_1) - \ln T_1$$

$$\frac{s - s_1}{C_v} = \ln T + \frac{\gamma - 1}{2} \ln(T_t - T) + Cte$$

آنتروپی تنها تابعی از پارامتر دما است .
این نمودار برای دبی ثابت رسم شده است ، حال اگر طول لوله از
طول لازم برای ماخ یک بیشتر شود به شاخه پایینی میرویم .



برای بدست آوردن نقطه P از معادله خط فانو استفاده میکنیم .

$$\frac{ds}{dT} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dT} \left(\frac{s}{C_v} \right) = \frac{1}{T} - \frac{\gamma - 1}{2(T_t - T)} = 0 \Rightarrow$$

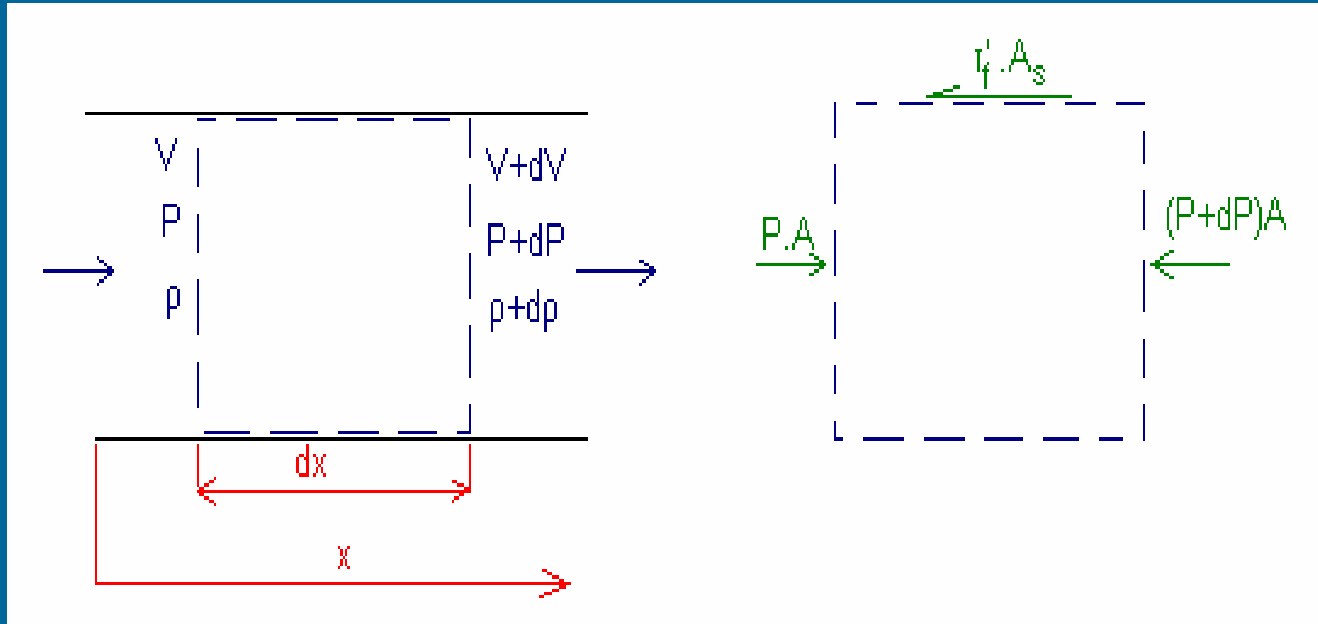
$$2(T_t - T) = T(\gamma - 1) \frac{C_p(T_t - T)}{2} = \frac{v^2}{2}$$

$$2(T_t - T) = \frac{v^2}{C_p} = (\gamma - 1)T \quad C_p(\gamma - 1) = R \gamma$$

$$v^2 = \gamma RT = a^2 \rightarrow \frac{v^2}{a^2} = 1 \rightarrow M^2 = 1 \rightarrow M = 1$$

پس در نقطه P شرایط صوتی برقرار است .

به دنبال این هستیم که روابطی بیابیم که بازای هر ماخ ، طولی
ماکزیم بیابیم که بازای آن طول $Me=1$ شود . ماخ ورودی
میتواند بزرگتر از یک و یا کوچکتر از یک باشد . با در نظر گرفتن
المان زیر روابط را مینویسیم :



$$\sum_x f_x = \iint_{\vec{s}} v_x (\rho \vec{v} d\vec{A}) \quad \rightarrow \quad PA - (P + dP)A - \tau \int A_s = \rho A v (v + dv - v)$$

$$\Rightarrow \quad -AdP - \tau \int A_s = \rho A v dv$$

$$\xrightarrow{\text{circle} \rightarrow D_h = D, \text{square} \rightarrow D_h = s} \quad -A_c dp - \tau_f dx \left(\frac{4A_c}{D_h} \right) = \rho A_c v dv \quad (1)$$

$$\xrightarrow{C_f = \frac{f}{4} = \frac{\tau_f}{\frac{1}{2} \rho v^2}} \quad \tau_f = \frac{f}{4} \left(\frac{1}{2} \rho v^2 \right) \quad \Rightarrow \quad -dp - \frac{1}{2} \rho v^2 f \frac{dx}{D} = \rho v dv$$

$$\xrightarrow{\times \frac{1}{p}, p = \rho RT} \quad \frac{dp}{p} + \frac{1}{2} \gamma M^2 f \frac{dx}{D} + \gamma M^2 \frac{dv}{v} = 0 \quad (2)$$

$$P = \rho RT - \ln P = \ln R + \ln \rho + \ln T \quad \rightarrow \quad \frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T} \quad [1]$$

$$\xrightarrow{\rho v = Cte} \quad \ln \rho + \ln v = Cte \quad \rightarrow \quad \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dv}{v} = 0 \quad [2]$$

$$[1], [2] \quad \Rightarrow \quad \frac{dp}{p} = -\frac{dv}{v} + \frac{dT}{T} \quad (3)$$

$$M = \frac{v}{a} = \frac{1}{\sqrt{\gamma R}} v T^{-1/2} \quad \rightarrow \quad \ln M = \ln v - \frac{1}{2} \ln T + \ln\left(\frac{1}{\sqrt{\gamma R}}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{dM}{M} = \frac{dv}{v} - \frac{1}{2} \frac{dT}{T} \quad (4)$$

$$(3), (4) \quad \Rightarrow \quad dp = \left[-\frac{dM}{M} - \frac{1}{2} \frac{dT}{T} \right] + \frac{dT}{T} \quad (5)$$

$$(5), (2) \quad \Rightarrow \quad \frac{dT}{T} - \frac{1}{2} \frac{dT}{T} - \frac{dM}{M} + \frac{1}{2} \gamma M^2 f \frac{dx}{D} + \gamma M^2 \frac{dM}{M} + \frac{1}{2} \gamma M^2 \frac{dT}{T} = 0 \quad (A)$$

$$\text{adiabatic} \quad \frac{T(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2) = \text{Cte}}{\rightarrow} \quad \ln T + \ln\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right) = \ln(\text{Cte})$$

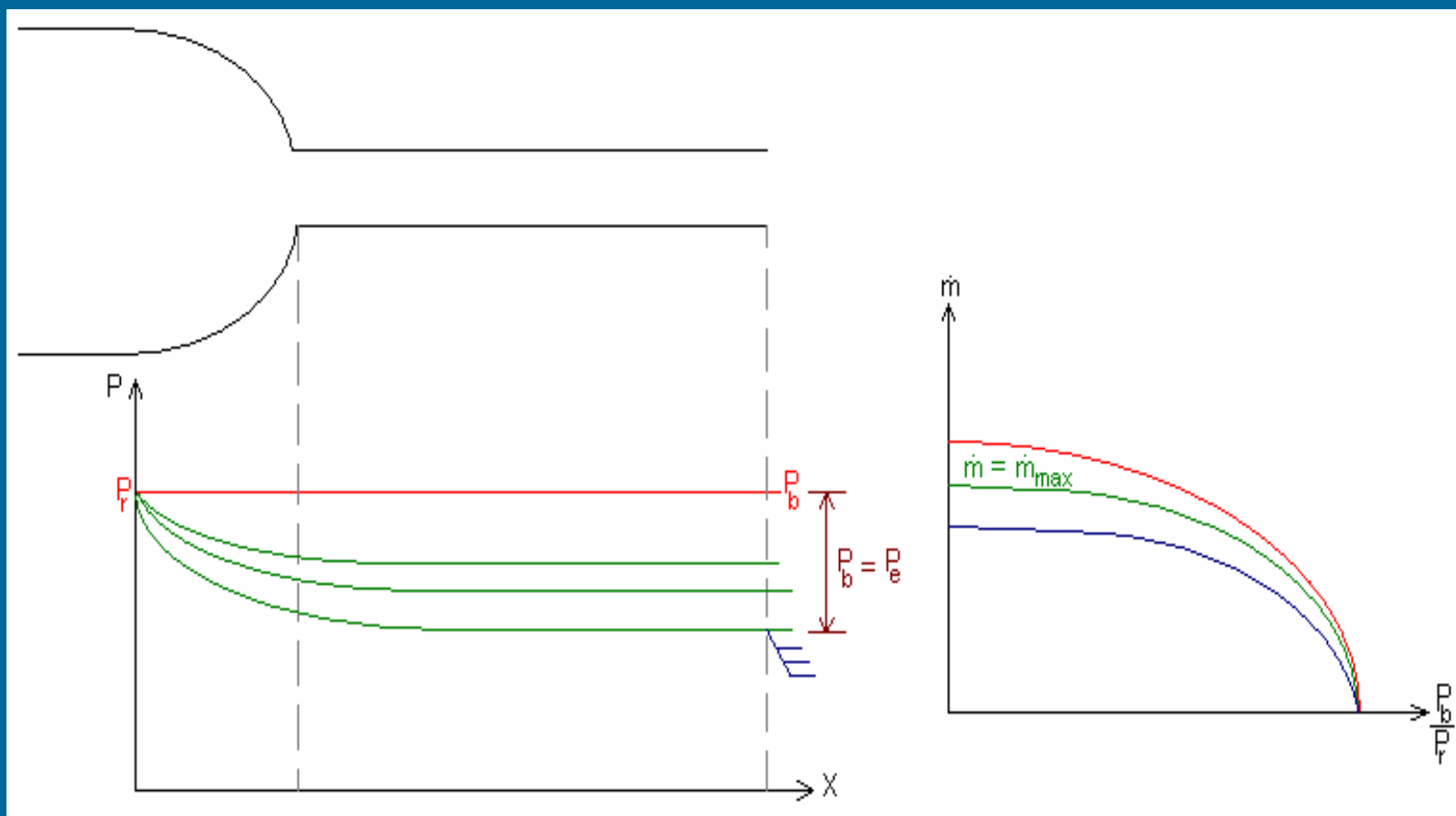
$$\Rightarrow \quad \frac{dT}{T} + \frac{(\gamma-1)M^2 \frac{dM}{M}}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2} = 0 \quad (B)$$

$$(B), (A) \quad \Rightarrow \quad \frac{(\gamma-1)M^2 \frac{dM}{M}}{\frac{\gamma-1}{2} M^2} \left[\frac{1}{2} + \frac{\gamma M^2}{2} \right] - (\gamma M^2) \frac{dM}{M} = \frac{1}{2} \gamma M^2 f \frac{dx}{D}$$

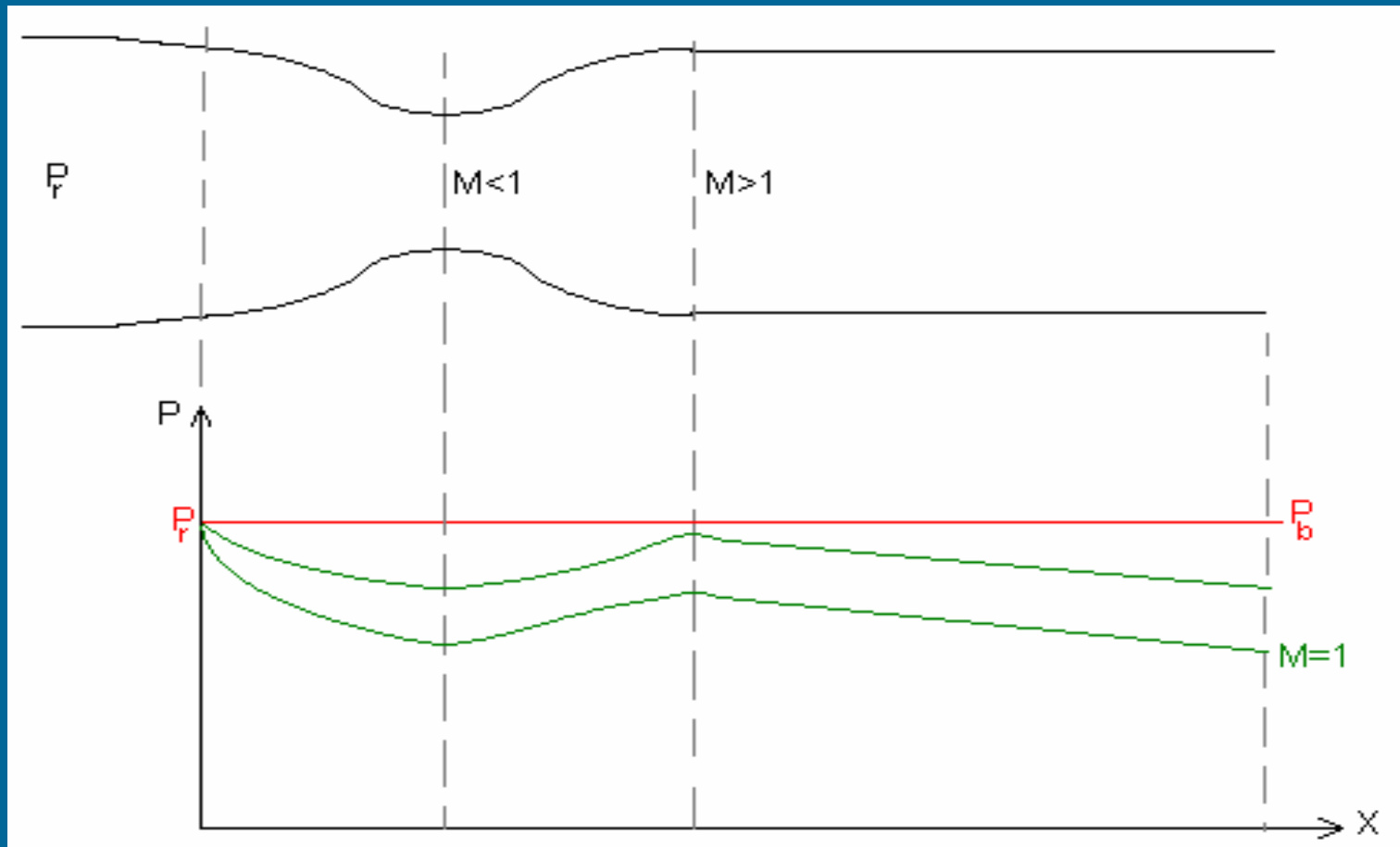
$$\Rightarrow \quad \frac{f dx}{D} = \frac{2 dM}{M} \left[\frac{1 - M^2}{(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2) \gamma M^2} \right] \quad (C)$$

در پیوست 5 متغیرهای مورد نیاز ارائه شده است .

الف) تخلیه جریان از طریق لوله همراه با اصطکاک و شیپوره همگرا:



ب) تخلیه جریان از طریق لوله همراه با اصطکاک و شیپوره همگرا – واگرا:



جریان همراه با اصطکاک ، بصورت همد ما :

$$\dot{m} = \rho v A = Cte \quad \xrightarrow{A = Cte} \quad \ln \rho + \ln A + \ln v = \ln(Cte)$$

$$\rightarrow \quad \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{dv}{v} = 0$$

$$\xrightarrow{dp + \rho v dv + \frac{1}{2} \rho v^2 \frac{f dx}{D} = 0} \quad \frac{dp}{p} + \frac{\gamma M^2}{2} \frac{f dx}{D} + \gamma M^2 \frac{dv}{v} = 0$$

$$dq = \dot{m} C_p dT_t \quad \xrightarrow{p = \rho R T} \quad \frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T} \quad \xrightarrow{dT = 0} \quad \frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho}$$

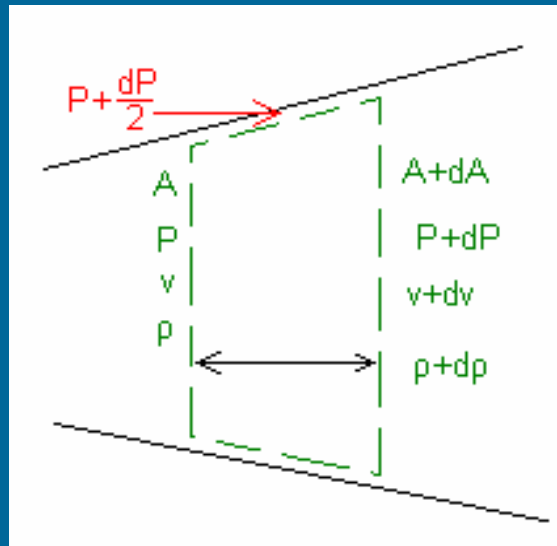
$$\frac{M = \frac{v}{a}}{a}, \quad \frac{dM}{M} = \frac{dv}{v} \Rightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{dM}{M}$$

$$\rightarrow \frac{dM}{M} = \frac{f dx}{D} \frac{\gamma M^2}{2} / (1 - \gamma M^2) \quad (*)$$

$$\text{critical} \rightarrow \frac{dM}{dx} = \infty \Rightarrow 1 - \gamma M^2 = 0$$

$$\rightarrow M = \sqrt{\frac{1}{\gamma}}$$

جریان همراه با اصطکاک ، آدیاباتیک ، همراه با تغییر سطح مقطع :



$$\rho v A = Cte$$

$$\sum f_x = \iint_S \mathbf{v}_x (\rho \vec{v} d\vec{A})$$

$$pA + (p + \frac{dp}{2})dA - (p + dp)(A + dA) - \tau_f A_s = \rho A v dv$$

$$\begin{cases} -A dp - \tau_f dx \frac{4A}{D} = \rho A v dv \\ -dp - \frac{1}{2} \rho v^2 f \frac{dx}{D} = \rho v dv \end{cases} \rightarrow -A dp - \frac{1}{2} \rho v^2 \frac{f A_s}{4} = \rho A v dv$$

$$circle \rightarrow dp + \frac{1}{2} \rho v^2 \frac{f dx}{D} + \rho v dv = 0$$

$$\Rightarrow \frac{-dA}{A} - \frac{dv}{v} + \frac{dT}{T} + \gamma M^2 \frac{dv}{v} + \frac{1}{2} M^2 \frac{f dx}{D} = 0$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \gamma M^2 \frac{f}{D} = \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} + \frac{dM}{dx} \frac{(1 - M^2) M}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2}$$