Pressure in Fluid Mechanics
مفهوم فشار در سيالات

By: H. R. Ahmadi , F. Samsami , R. Abdollahpour
نويسندگان : حميد رضا احمدي فخر , فرزانه صمصامي , رضا عبدالله پور

براستي فشار چيست؟ آيا هر نيرويي را بر هر سطحي تقسيم كنيم ، حاصل فشار خواهد بود؟ اصلا چه نيرويي بر چه سطحي وارد مي شود ؟ اگر فشار يعني حاصل تقسيم نيروي وارد بر سطح بر مساحت سطح، فشار كميتي اسكالر خواهد بود يا برداري؟ حال آنكه نيرو كميتي برداري است و مساحت سطح كميتي اسكالر! آيا هر گردي گردو است؟

نه تنها هر گردي گردو نيست ، بلكه هر شيري شير و هر فشاري نيز فشار نيست. اين اشتباهي متداول است كه بدون توجه به اينكه واقعا راجع به كدام فشار صحبت مي كنيم ، آنرا بكار مي بريم چون تعريف فشار، بديهي به نظر مي رسد اما همانطور كه گفتيم، قضيه اينقدرها هم ساده نيست و هر فشاري ، فشار نيست.

هنگاميكه راجع به فشار صحبت مي‌كنيم ، همانند هر كميت ديگري دونوع نگاه خواهيم داشت، يكي نگاه discrete يا گسسته و ديگري نگاه continuum يا پيوسته. ابتدا با نگاه گسسته به يک جسم، مثلا يک گاز نگاه مي كنيم (اين نوع نگاه در نظريه جنبشي گازها و مكانيک آماري مورد استفاده قرار مي‌گيرد)، ذراتي (مولكولهايي) خواهيم ديد كه در محل خود ساكن نيستند، ارتعاش مي‌كنند، دوران مي‌كنند و حتي حركت انتقالي دارند. در اثر اين حركت، با يكديگر و با جدار ظرفي كه درون آن هستند، برخورد ميكنند. برخورد كردن و ضربه زدن يعني اعمال نيرو و ما هميشه علاقمند بوده ايم كه ميزان نيرو را اندازه‌گيري كنيم. فشار را تعريف كرديم چنين كه: "در اثر برخورد مولكولها با جدار ظرف، مولكولها به ظرف خود نيرويي وارد ميكنند كه به اين نيروي وارد شده (بر واحد سطح جداره) فشار مي‌گوييم." اين تعريف براي شناخت فشار خوب بود اما بايد فشار را اندازه‌گيري مي كرديم و با اين تعريف و اين نوع نگاه، لازمة اندازه گيري اين نيرو ، داشتن تعداد ذرات و تابع زماني نيروي وارده توسط تک تک اين ذرات بود؛ لذا اندازه‌گيري فشار غير ممكن مي نمود و بايد تدبير ديگري مي انديشيديم.

اكنون از نگاه گسسته خارج مي شويم و وارد نگاه پيوسته مي شويم. حال ديگر با تک تک مولكولها سرو كار نداريم. بلكه يک ظرف داريم و يک سري ذره(مولكول) كه برخورد اين ذرات به ظرف بصورت تصادفي صورت مي گيرد و ديگر نحوة حركت يک مولكول (ذره) هيچ اهميتي ندارد. همانند هر فرايند تصادفي ديگري، اينجا نيز تمام ذرات يک نيروي متوسط f را به جداره ظرف خود وارد مي كنند . حال فشار را اينگونه تعريف مي‌كنيم: $P = \lim_{A \to 0} \frac{df}{dA}$. اين فشار را فشار ترموديناميكي مي ناميم. آنرا به عنوان يک مفهوم فيزيكي مي‌شناسيم، مشخصه ذاتي محيط مادي است و فراموش نمي كنيم كه اين ويژگي ترموديناميكي ، در شرايط تعادل ترموديناميكي ، يعني تعادل مكانيكي، حرارتي، فازي، شيميايي و در صورت عدم حضور نيروي خارجي،

تعريف و اندازه گيري شد. بنابراين اگر مادة ما (گاز در اين مثال) نسبت به دستگاه اينرسي شتاب داشته باشد، ديگر نيرويي كه به جداره ظرف خود وارد مي كند، فشار ترموديناميكي ناميده نمي شود. اينكه اين نيرو چيست، در ادامه بحث خواهد شد.

تاكنون گفتيم كه فشار ترموديناميكي يعني چه و اين مفهوم تنها چيزي است كه ما به عنوان فشار مي شناسيم و واقعيت فيزيكي دارد و به چيزي جز آن نمي توان فشار گفت. از آنچه در بالا گفتيم، بر مي آيد كه فشار دو ويژگي بارز دارد : اول اينكه از جنس نيرو بر واحد سطح ($\frac{f}{A}=\frac{\text{نيرو}}{\text{سطح}}$) است و دوم اينكه نسبت به چرخش بي تغيير است. بي تغييري نسبت به چرخش يا به بيان ديگر اسكالر بودن يعني اينكه اندازة فشار در تمام بينهايت صفحه اي كه از يک نقطه خاص در فضا مي گذرند، يكسان خواهد بود بدون اينكه جهت قرارگيري آن صفحه مهم باشد.

به رابطة زيركه ارتباط ميان فشار ترموديناميكي سيال با خواص ديگر ترموديناميكي آنرا بيان مي‌كند، معادله حالت گفته مي‌شود.

$$p = p(\rho, S)$$

رابطه۱)

حال اين بحث را با در نظرگرفتن الماني از سيال به منظور بررسي نيروهاي وارد بر آن ادامه مي دهيم. نيروهاي سطحي وارد بر اين المان منجر به ظهور تنش هاي مماسي و نرمال در هر يک از وجوه آن مي‌گردند. كه تانسور تنش‌هاي وارد بر اين جسم به صورت زير مي‌باشد :

رابطه۲)

$$\tau = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{yx} & \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{zy} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

(σ_{ij} نشان دهنده تنش وارد بر جسم در صفحه عمود بر محور i و در راستاي محور j مي‌باشد.)

فرم اين تانسور در سيال ايده آل , شبيه سيال ساكن است ؛ يعني نيروهاي وارد بر هر المان از سيال , عمود بر سطح آن المان هستند و هيچ تنش مماسي وجود نخواهد داشت . به علاوه مقدار اين نيروي نرمال بر واحد سطح در هر نقطه از سيال بدون توجه به جهت المان مقدار ثابتي است بنابراين:

$$\tau_{ij} = p\delta_{ij}$$

رابطه۳)

$$p = -\frac{1}{3}\tau_{ii} \quad , \quad \tau_{ii} = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}$$

رابطه۴)

كه δ_{ij}، سمبل كرونكر[1] مي باشد. p فشار مكانيكي سيال بوده و مقدار آن برابر با ميانگين تنشهاي نرمالي است كه بر سطح يک المان ازسيال كه در مكان X قرار دارد وارد مي شود. اين فشار, يک تانسور تنش

---

[1] - $\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$

آيزوتروپيک[۲] را تشكيل مي دهد كه تحت شرايط تعادل ترموديناميكي (equilibrium) برابر با فشار ترموديناميكي مي باشد.

واضح است كه براي يک سيال جاري كه در شرايط تعادل ترموديناميكي نيست، نمي‌توانيم از تعبير فوق براي بيان تنش ها استفاده كنيم. در يک سيال جاري تنش هاي مماسي هم وجود دارند . در اين حالت تانسور تنش‌ها يک تانسور آيزوتروپيک نمي‌باشد بنابراين مي‌توان آن را به يک تانسور كروي[۳] و يک تانسور انحرافي[٤] تفكيک نمود .

$$\tau_{ij} = \mathbf{P}\delta_{ij} + d_{ij} \qquad \text{رابطه۵)}$$

d_{ij} قسمت انحرافي تانسور تنش ها و تابعي از شرايط جريان است و $\mathbf{P}$ قسمت كروي آن و در واقع **فشار مكانيكي** سيال است كه در حالت تعادل ترموديناميكي، اين مقدار تابعي از شرايط ترموديناميكي سيال و با فشار ترموديناميكي سيال برابر مي‌باشد . اما براي سيال در حال حركت قسمت كروي تانسور تنش ها علاوه بر شرايط ترموديناميكي , تابع شرايط جريان هم مي‌باشد . بنابراين يافتن رابطه اي مانند معادله حالت كه براي سيال ساكن بيان شد , امكان پذير نمي‌باشد.

تانسور فشار مكانيكي سيال را مي‌توان به دو بخش تانسور تنش ناشي از فشار ترموديناميكي و تانسور تنش ناشي از شرايط جريان تفكيک كنيم كه اين دو تانسور هم كروي مي‌باشند .

$$\mathbf{P}\delta_{ij} = p(\rho,S)\delta_{ij} + p'\delta_{ij} \qquad \text{رابطه۶)}$$

كه در آن $p(\rho,S)\delta_{ij}$ تانسور تنش ناشي از فشار ترموديناميكي و $p'\delta_{ij}$ تنش ناشي از بخش غير ترموديناميكي فشار مكانيكي است . $\mathbf{P}\delta_{ij}$ يک تانسور كروي وابسته به شرايط جريان است كه با توجه به شباهت ظاهري آن به فشار ترموديناميكي و بخصوص دارا بودن آن دو ويژگي فشار ترموديناميكي، يعني از جنس نيرو بر واحد سطح بودن و بي تغييري نسبت به چرخش يا همان آيزوتروپيک بودن، فشار مكانيكي ناميده مي شود.

بنابراين مي‌توانيم بخش كروي تانسور تنش ها (فشار مكانيكي) را به دو بخش تانسور تنش ناشي از فشار ترموديناميكي , و تانسور تنش ناشي از جريان سيال(انحراف از شرايط تعادل ترموديناميكي), تقسيم بندي كنيم و اينگونه تفاوت ميان فشار ترموديناميكي (فشار واقعيي كه مفهوم فيزيكي دارد) و فشار مكانيكي (آنچه كه فشار مي ناميمش) خود را واضحتر نشان مي دهد.

۲- يک تانسور آيزوتروپيک, تانسوري است كه با گردش محورهاي مختصات ثابت بماند. مثلا اگر اين تانسور نشان دهنده يک خاصيت ماده باشد, اين خاصيت در راستاي محورهاي مختلف يكسان خواهد بود.

۳- تانسور كروي با جابجايي دستگاه مختصات تغييري نمي‌كند. اين تانسور يک تانسور قطري است كه آرايه‌هاي آن با هم برابرند.

۴- هر تانسور را مي توان به صورت مجموع يک تانسور كروي و يک تانسور انحرافي تفكيک كرد.