

عنوان آزمایش :

ژیروسکوپ

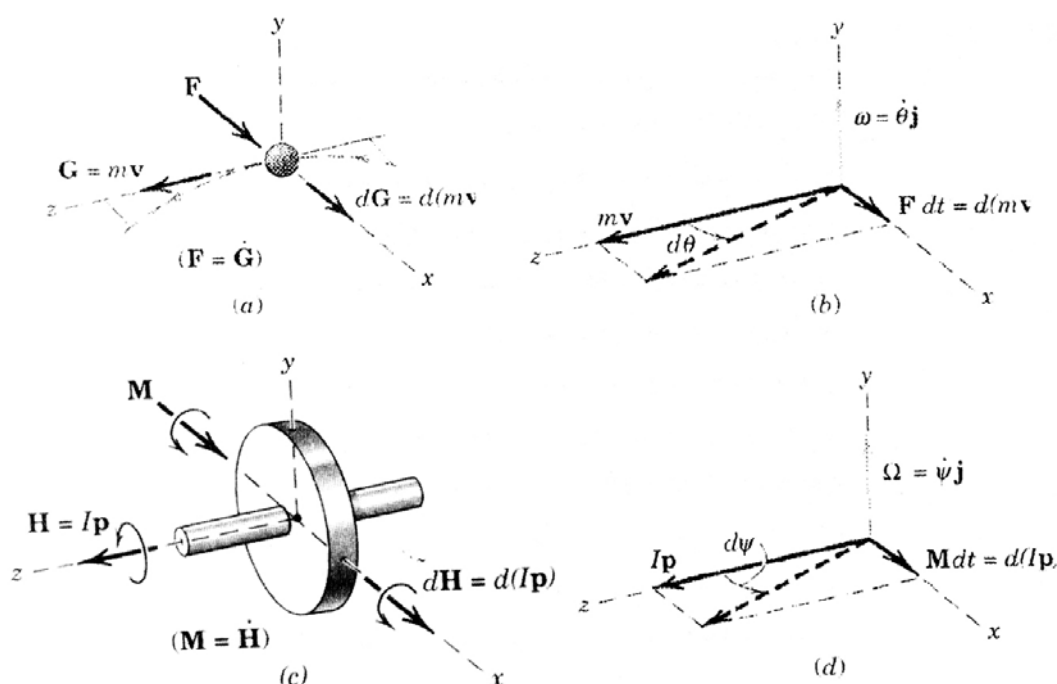
هدف آزمایش :

بررسی و مطالعه عمل ژیروسکوپ و تحقیق صحت رابطه $T = I \omega_p \times \omega_s$ که در آن I ممان اینرسی جسم دوار، ω_s سرعت دیسک دوار حول محور دوران، ω_p سرعت زاویه ای محور دوران (محور تقدیم) و T گشتاور ایجاد شده می باشد.

تئوری و تجزیه و تحلیل آزمایش :

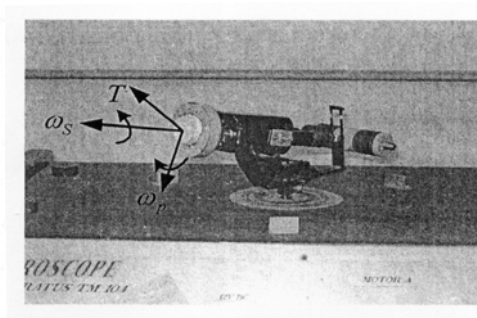
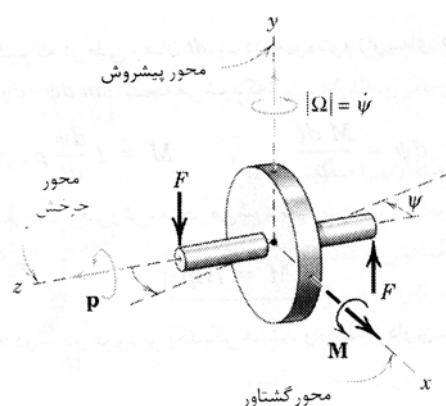
قطعه ای که حول یک محور متقارن دوار می کند، در مقابل تغییر در راستای این محور مقاومتی از خود نشان می دهد که موسوم به اثر ژیروسکوپی می باشد. کاربرد های مهم اثر ژیروسکوپی در هواپیماها، کشتی ها ، سیستم های کنترل موشک ها و مسافرت های فضایی بوده که در آنجا از ژیروسکوپ برای احساس حرکت دورانی یک جسم استفاده می گردد.

نیروی ناشی از اثر ژیروسکوپی گاهی می بایست در طراحی ماشین ها در نظر گرفته شود. این نیروها در هنگام پیچ زدن اتومبیل ها در یاتاقان های موتور اتومبیل، در توربین های زیر دریایی ها به هنگام غوطه ور شدن در یک دریای سنگین و در شفت موتور یک هواپیمای جت موقعی که تغییر جهت می دهد بروز می کند.



اگر یک دستگاه مختصات سه بعدی را در نظر بگیریم بطوریکه یک دیسک حول محور x آن (محور دیسک و محور x برهم منطبق باشند) با سرعت زاویه ای مشخص ω_s دوران داشته باشد و در جهت y کوپلی به نام T به دیسک وارد آید که این کوپل ممکن است ناشی از وزن دیسک باشد یا اینکه از خارج بر دیسک وارد آید. در این حالت دیسک حول محور z شروع به چرخش می کند که اصطلاحاً به این گردش، گردش تقدیمی ω_p می گویند. با استفاده از تئوریهای مربوط به سینیتیک و دوران جسم صلب حول یک نقطه ثابت و همچنین پدیده ژيروسکوپی، رابطه برداری زیر میان گشتاور و سرعت های زاویه ای تقدیمی ω_p و فرفره ای ω_s وجود دارد:

$$T = I \vec{\omega}_p \times \vec{\omega}_s$$



شرح دستگاه و وسایل اندازه گیری :

دستگاه ژيروسکوپ PM19 به عنوان یک ابزار آموزشی جهت بررسی، اثبات و تبیین پدیده و اثرات ژيروسکوپی طراحی شده است و به کمک آن می توان روابط تئوریک را به صورت تجربی تحقیق و اثبات نمود. این دستگاه شامل قسمت های زیر می باشد:

- ۱- دستگاه ژيروسکوپ PM19 نصب شده بروی پایه مجهز به درپوش و میکروسوئیچ می باشد.
- ۲- وزنه های مختلف جهت تعیین و انتخاب و اعمال کوپل به محور چرخش دستگاه.
- ۳- روتور جداگانه ای که از طریق دو نخ از بغل دستگاه آویزان شده و برای محاسبه ممان اینرسی روتور از آن استفاده گردد.
- ۴- سرعت سنج الکترونی با دامنه سنجش سرعت 6500 RPM
- ۵- واحدهای مستقل کنترل سرعت چرخشی محورهای چرخش و تقدیم.
- ۶- اتصالات مختلف دیگر برای ارتباط اجزاء دستگاه آزمایش (مانند محوری که وزنه ها روی آن سوار می شوند).

وسایلی که در این آزمایش استفاده شده عبارتند از:

متر: جهت اندازه گیری بازوی گشتاور a ، طول نخ ها و قسمت های مورد نیاز دیگر

کرونومتر: جهت تعیین و ثبت زمان چرخش و گردش بر اساس تعداد دوران مشخص

روش انجام آزمایش :

این آزمایش از دو مرحله تشکیل شده است. در مرحله اول ممان اینرسی روتور تعیین می شود و مرحله دوم گشتاور ایجاد شده در اثر اعمال و وجود دو سرعت زاویه ای تعیین می شود.

مرحله اول) تعیین ممان اینرسی روتور بر اساس زمان تناوب آونگ (تعادل بیفیلار):

روتور اضافی را که از طریق دو نخ به پایه ای بسته شده است را در کنار میز دستگاه آویزان کنید، اگر جرم روتور m ، طول سیم ها l و فاصله سیم ها از یکدیگر d باشد و روتور به اندازه زاویه کوچک θ حول محور خود بچرخد و جابجایی زاویه ای سیم را φ بنامیم، مقدار I را از رابطه زیر بدست می آید:

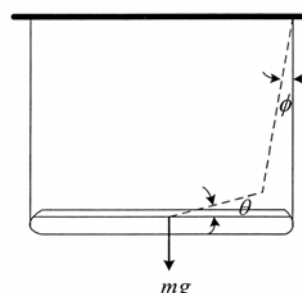
$$I = \frac{mgd^2\tau^2}{16\pi^2l}$$

که در آن T زمان تناوب آونگ خواهد بود. معادله حرکت این آونگ مطابق تعادل بیفیلار عبارت است از:

$$\ddot{\theta} + \frac{mgd^2}{4IL}\theta = 0$$

که یک حرکت متناوب ساده با زمان تناوب زیر می باشد:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{4IL}{mgd^2}}$$



برای سنجش روتور را حول محور خود به اندازه زاویه کوچک θ دوران داده و رها می کنیم. زمان ۱۰ نوسان آن را اندازه گیری کرده و بدین ترتیب زمان تناوب روتور مشخص می شود. سپس ممان اینرسی روتور را طبق تعادل بیفیلار از رابطه های قبل بدست می آوریم.

$$T = \frac{7.5}{10} = 0.75$$

$$I = \frac{m \cdot g \cdot d^2 \cdot T^2}{16\pi^2 l} = \frac{751.55 \cdot 10^{-3} \cdot 9.81 \cdot (72 \cdot 10^{-3})^2 \cdot (0.75)^2}{16\pi^2 \cdot 52 \cdot 10^{-2}} = 2.6181 \cdot 10^{-4}$$

مرحله دوم) با داشتن مقدار ممان اینرسی، حال می توان درستی رابطه $T = I \omega_p \times \omega_s$ را تحقیق نماییم. مراحل

۱- بازوی گشتاور را اندازه گیری کنید (که برابر ۱۵ سانتیمتر می باشد).

۲- وزنه های مناسب را بر روی بازوی ژيروسکوپ نصب کنید.

۳- ژيروسکوپ را روشن کرده و روتور را به دور مشخص می رسانیم ω_s . سپس موتور دوم را هم روشن کنید و آنقدر سرعت آن را تغییر دهید تا محور ژيروسکوپ و محور وزنه ها به حالت تعادل رسیدند (مجموعه دیسک الکتروموتور و بازو بایستی در حالت افقی قرار گیرد). در این هنگام زمان دو دور کامل ژيروسکوپ را به دور محور قائم (گردش تقدیمی) ω_p یادداشت می کنیم. به این ترتیب می توان مقدار این سرعت را بر حسب دور بر دقیقه بدست می آید.

۴- آزمایش فوق را در سرعت های مختلف محور و با اعمال وزنه های متفاوت بر روی بازو انجام می دهیم.

۵- با استفاده از نتایج بدست آمده جداول مربوطه را کامل کنید.

جدول آزمایش :

جرم وزنه M (Kg)	ω_s (rad/sec)	زمان n دور T_p (sec)	ω_p (rad/sec)	$T = a \times mg$ کوپل عملی	$T = I \omega_p \times \omega_s$ کوپل تئوری	درصد خطا
0.2 (2×100 gr)	5000 (523.59)	9.28	0.677	0.147	0.0928	36.87 %
	8000 (837.75)	9.90	0.634	0.147	0.1390	5.44 %
0.4 (2×200 gr)	5000 (523.59)	4.32	1.454	0.294	0.1993	32.21 %
	8000 (837.75)	4.75	1.322	0.294	0.2899	1.39 %
0.6 (2×300 gr)	5000 (523.59)	3.00	2.094	0.441	0.2870	34.92 %
	8000 (837.75)	3.84	1.636	0.441	0.3588	18.63 %

خواسته های آزمایش :

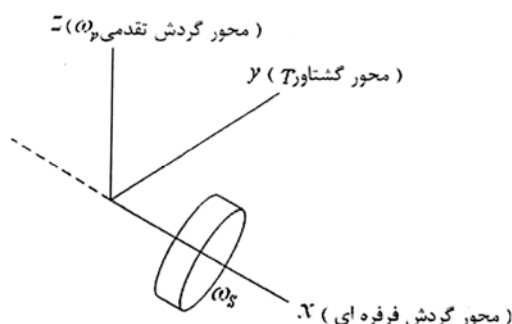
۱- منحنی T بر حسب ω_p را برای هر دور دیسک ترسیم نمایید. طبیعی است که بایستی برای هر دور ثابت منحنی حاصله یک خط می باشد.

۲- رابطه I را با توضیح کامل بدست آورید.

۳- با انتخاب جهاتی برای سرعت زاویه ای محور ω_s و

سرعت زاویه ای تقدیمی ω_p جهت گشتاور T را بررسی

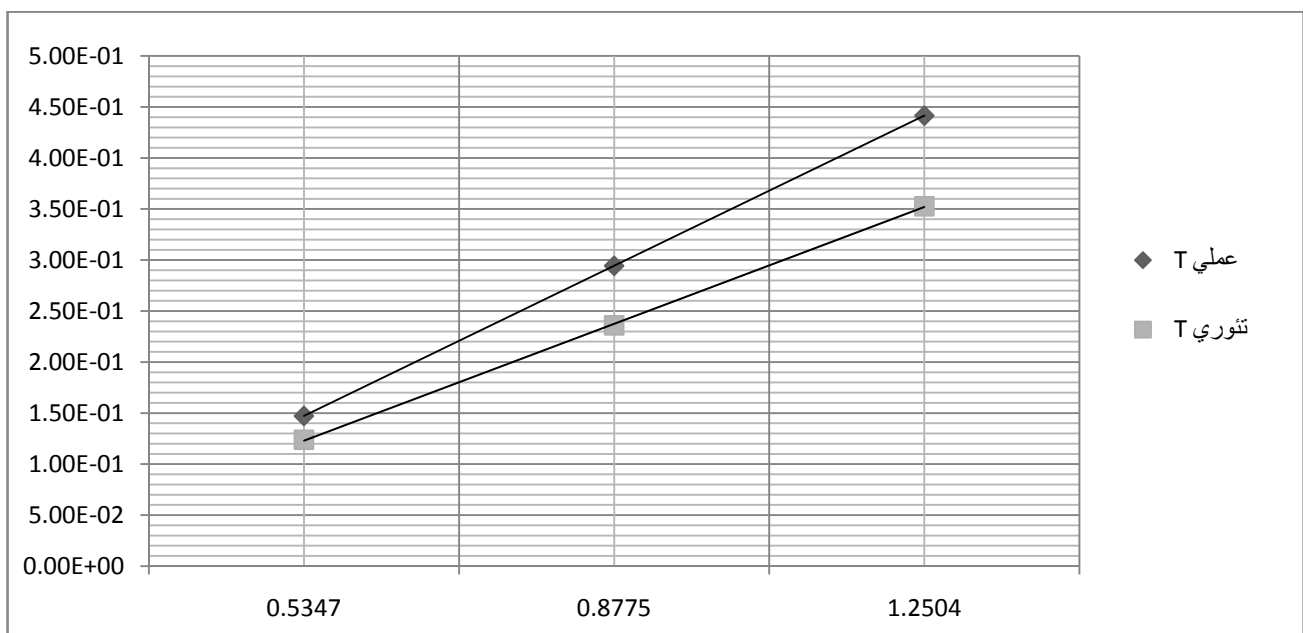
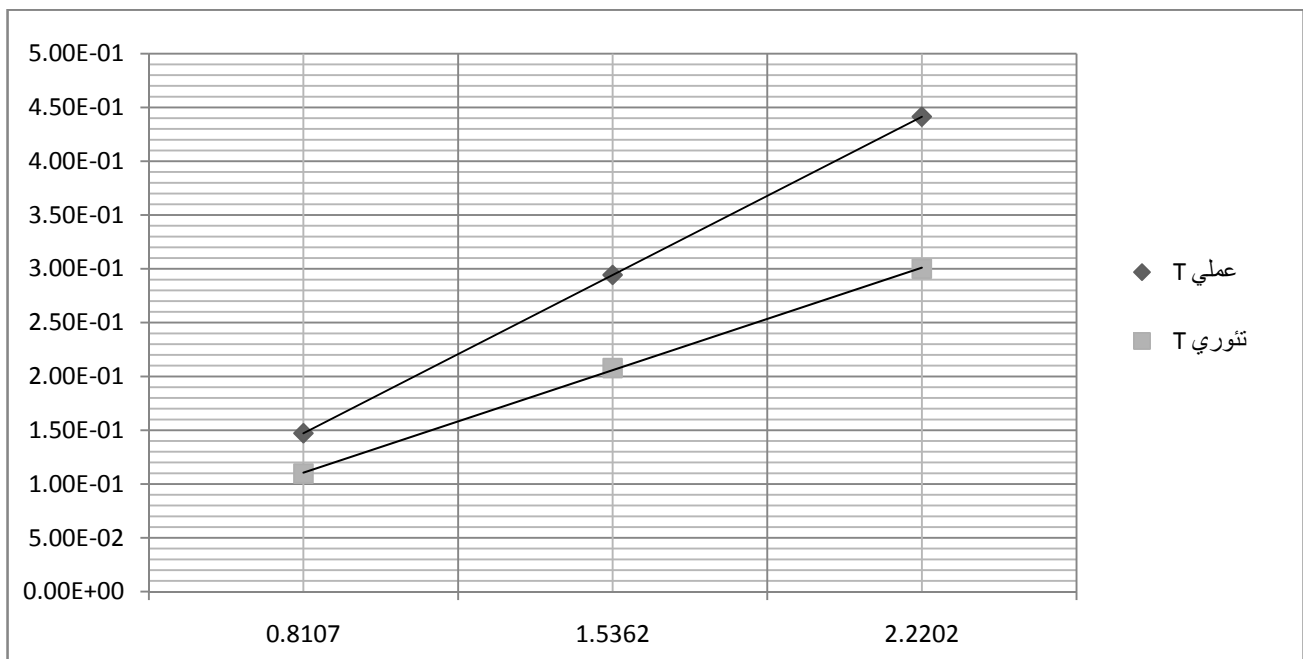
کنید و با جهت تئوری مقایسه نمایید.



۴- معادلات مربوط به محاسبه ممان اینرسی و محاسبه تئوری زمان تناوب را اثبات کنید.

$$I = \frac{mgd^2\tau^2}{16\pi^2l}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{mgd^2}{4IL}\theta = 0$$





$$\begin{cases} T = I\alpha = I \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}(I\omega_s) \rightarrow T = \frac{d}{dt}(H) = \frac{dH}{dt} \\ H = I\omega_s \end{cases}$$

$$\Delta H = H\Delta\theta = (I\omega_s)\Delta\theta$$

$$T = \frac{dH}{dt} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Delta H}{\Delta t} = \lim_{t \rightarrow 0} (I\omega_s) \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = I\omega_s \frac{d\theta}{dt} = I\omega_s \omega_p$$



مقابل محور دوران با محور X (ساعتگرد) و محور چرخش با محور Y (ساعتگرد) نمایش داده شده است. محور Z محور گشتاور خواهد بود زیرا امتداد گشتاور بر محور دوران عمود است و در صفحه X-Z قرار می‌گیرد. با توجه به شکل، T پادساعتگرد می‌باشد.

در ضمن گشتاور تئوری که مقدار آن برابر است با در مقایسه با گشتاور فوق، عکس همدیگر عمل می‌کنند و جهت آن مخالف جهت گشتاور عملی می‌باشد.



$$l\varphi = \frac{d}{2}\theta \Rightarrow \varphi = \frac{d\theta}{2l}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T \cos \varphi + T \cos \varphi - mg = 0 \Rightarrow T = \frac{mg}{2 \cos \varphi} \quad (*)$$

$$\sum M_o = I_o \ddot{\theta} \Rightarrow -T \sin \varphi \left(\frac{d}{2}\right) - T \sin \varphi \left(\frac{d}{2}\right) = I_o \ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow I_o \ddot{\theta} + dT \sin \varphi = 0 \xrightarrow{(*)} I_o \ddot{\theta} + \frac{mgd}{2 \cos \varphi} \sin \varphi = 0$$

$$\Rightarrow I_o \ddot{\theta} + \frac{mgd}{2} \tan \varphi = 0 \xrightarrow{\varphi = \sin \varphi = \tan \varphi} I_o \ddot{\theta} + \frac{mgd}{2} \varphi = 0$$

$$\varphi = \frac{d\theta}{2l} \quad \text{از طرفی داریم:}$$

$$I_o \ddot{\theta} + \frac{mgd}{2} \frac{d\theta}{2l} = 0 \Rightarrow I_o \ddot{\theta} + \frac{mgd^2}{4l} \theta = 0$$

در نتیجه:

$$\ddot{\theta} + \frac{mgd^2}{4I_o} \theta = 0 \Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{mgd^2}{4I_o}}$$

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega_n} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{mgd^2}{4I_o}}} = 2\pi \sqrt{\frac{4I_o}{mgd^2}} \Rightarrow \tau = 4\pi \sqrt{\frac{I_o}{mgd^2}} \Rightarrow I_o = \frac{mg\tau^2 d^2}{16\pi^2 l}$$

معادله فوق به این معناست که چنانچه مقدار پریود یا زمان تناوب را در اختیار داشته باشیم با اندازه گیری طولها و جرم جسم می توان ممان اینرسی جسم را حول محور عبور کننده از مرکز جسم را بدست آورد.

بحث و نتیجه گیری :

موارد استفاده ژیرسکوپ:

۱- هواپیماها

۲- کشتی ها

۳- سیستمهای کنترل موشکها

۴- مسافرتهاى فضايى (برای احساس حرکت دورانى یک جسم)

از مباحث گذشته می توان دریافت که مشخصه ژیرسکوپ آن است که برای ایجاد چرخش باید گشتاوری اعمال شود. در برخی موارد مانند هواپیما در فضا چرخش نامطلوب است و باید دقت شود که گشتاور ژیرسکوپی حاصل از چرخش، به حداقل کاهش یابد.

خطاهای بوجود آمده در این آزمایش ناشی از مقاومت هوا، خطای ابزاری و نداشتن مبنای درست جهت تعیین تعداد دور گردش تقدیمی () می باشد.