

|                |                                                                                                               |                                           |
|----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|
| R&D Department | <br>شرکت مهندسی پتروپالامحور | جزوه آموزشی<br>درس انتقال حرارت (۱) و (۲) |
|----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|

جزوه آموزشی درس

# انتقال حرارت (۱) و (۲)

( رشته مهندسی مکانیک با گرایش حرارت و سیالات )



گردآوری و تنظیم :

فرشاد سـرایـی

با تقدیم والاترین درودها و احترامات به استاد ارجمندم جناب آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 که مطالب مندرج در این جزوه بر گرفته از آموزش های ایشان میباشد.

|                           |                                                                                                               |                                           |
|---------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|
| <b>R&amp;D Department</b> | <br>شرکت مهندسی پتروپالامحور | جزوه آموزشی<br>درس انتقال حرارت (۱) و (۲) |
|---------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|

## مقدمه :

جزوه حاضر که فرا روی شما خواننده گرامی قرار دارد مشتمل بر دو بخش میباشد که سر فصل های دانشگاهی دروس انتقال حرارت (۱) و انتقال حرارت (۲) را برای رشته مهندسی مکانیک با گرایش حرارت و سیالات شامل میگردد. از آنجا که علم انتقال حرارت پایه و اساس بسیاری از محاسبات فنی و مهندسی در زمینه طراحی تاسیسات و تجهیزات مکانیکی می باشد ، شناخت و آشنائی کافی مهندسین مکانیک با این مقوله به ارائه طرح مناسب توسط ایشان در پروژه های مختلف کمک به سزایی خواهد نمود. همچنین مطالب این جزوه برای دانشجویان رشته مهندسی مکانیک با گرایش حرارت و سیالات قابل استفاده میباشد.

در تهیه این جزوه سعی شده با استفاده از جمله بندی های مختصر و مفید و ارائه مثال های متعدد عملی ، اصول انتقال حرارت در سه بخش هدایت ، همرفت و تشعشع برای خوانندگان محترم تبیین گردد.

کتاب مرجع دانشگاهی که میبایست به عنوان مکمل در کنار این جزوه مطالعه شده و مورد استناد و ارجاع قرار گیرند عبارت است از :

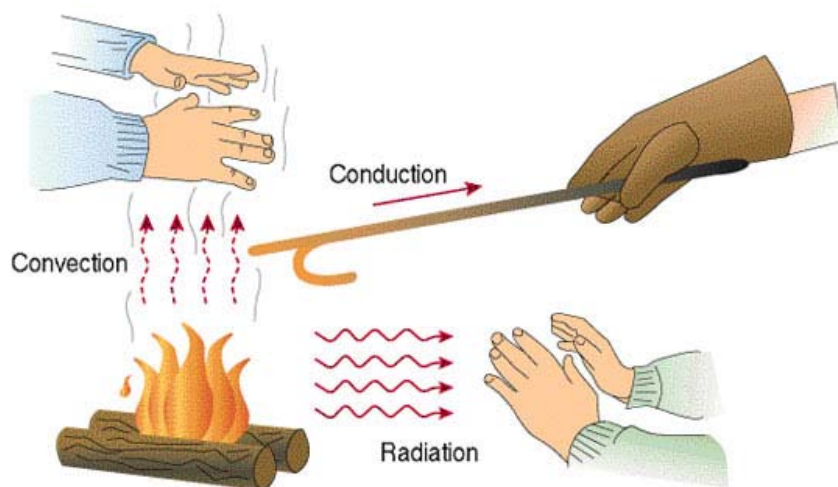
- ۱- کتاب انتقال حرارت هولمن ، تالیف جی. پی. هولمن، ترجمه مهندس حسن حقیقی تاجور
- ۲- کتاب مقدمه ای بر انتقال گرما ، تالیف فرانک پ. این کروپرا و دیوید پ. دویت ، ترجمه دکتر علی اصغر رستمی و مهندس شهرام حمایت

مطالب مندرج در این جزوه برگرفته از کلاس های آموزشی ارائه شده توسط جناب آقای **دکتر کورش امیر اصلانی** در **دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب تهران** میباشد که به همان صورت دست نویس (برداشت شده توسط اینجانب) عرضه گشته تا ضمن حفظ سادگی و بی پیرایه بودن ، حس ارتباطی خوبی را در خوانندگان گرامی ایجاد کرده و آنان را به پیگیری مطالب نوشته شده تشویق و ترغیب نماید.

بر خود لازم میدانم از زحمات سرکار خانم رضایی در تنظیم و ارائه مندرجات این جزوه در قالب فایل الکترونیکی کمال سپاسگزاری و تشکر را بعمل آورم. همچنین از خوانندگان محترم درخواست می نمایم هرگونه نظرات اصلاحی ، انتقادات و پیشنهادات خود را از طریق آدرس ایمیل : [f.saraei@petropalamehvar.com](mailto:f.saraei@petropalamehvar.com) با اینجانب در میان گذارند.

فرشاد سرایی  
 اردیبهشت ۱۳۹۰





سه روش انتقال حرارت (هدایت ، همرفت ، تشعشع)



سر درب ورودی دانشکده فنی دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب تهران

# انتقال حرارت (۱)

What is H.T ?

\* انتقال حرارت یک جریان انرژی است که ناشی از اختلاف دمای دو محیط می باشد.

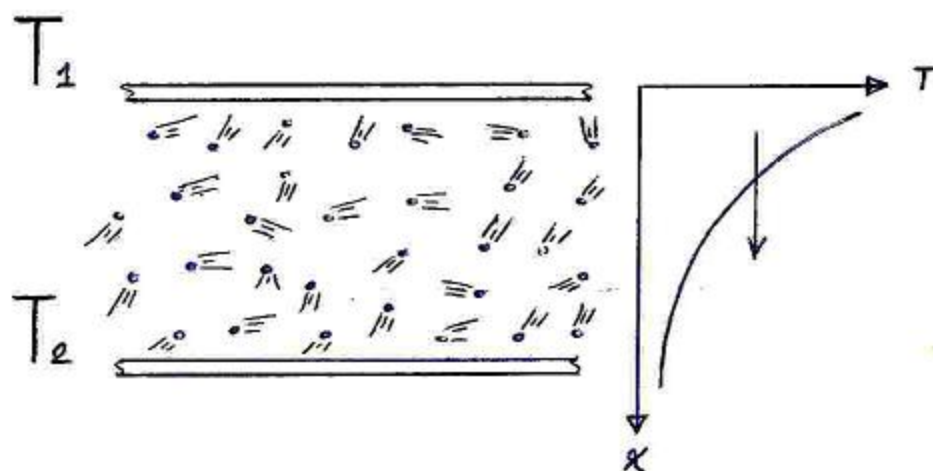
How is it Transferred ?

\* انتقال حرارت به سه حالت صورت می پذیرد که عبارتند از :

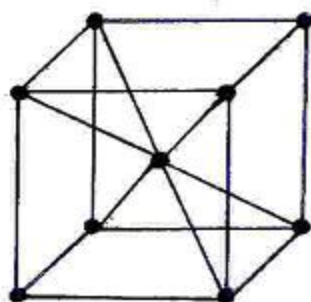
|                       |   |            |          |
|-----------------------|---|------------|----------|
| Three Modes<br>of H.T | { | Conduction | ۱- هدایت |
|                       |   | Convection | ۲- هرفت  |
|                       |   | Radiation  | ۳- تشعشع |

## Conduction

\* هدایت در سه حالت ماده (جامد و مایع و گاز) انجام می شود. چون ذرات (particles) بر اثر اختلاف دما در سطوح مختلف انرژی قرار می گیرند از برخورد آنها حرارت منتقل می گردد.

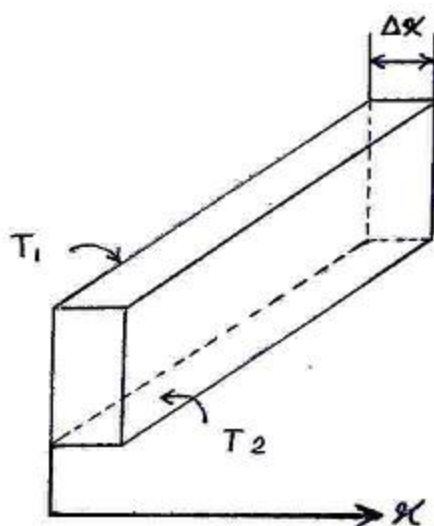


- \* در مایعات و گازها سیستم انتقال بصورت فوق است.
- \* در جامدات نوسان و ارتعاش کریستالها و در هادی ها علاوه بر آن توسط الکترونهای آزاد حرارت منتقل می شود.



### : Rate Equations

$$T_1 > T_2$$



**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و کانکسی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶ : نظام مهندسی  
 ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵ : پروانه مهندسی  
 ۱۵۴-۰۱۲۲۲ : شماره شهرسازی

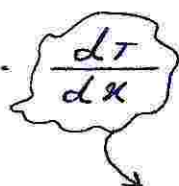
جزوه درس انتقال حرارت **آقای دکتر کورش امیراصلانی**  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$* \quad \dot{Q}_x \propto A_x \left( - \frac{dT}{dx} \right) \quad \text{یا} \quad \dot{Q}_x \propto A_x \left( \frac{\Delta T}{\Delta x} \right)$$

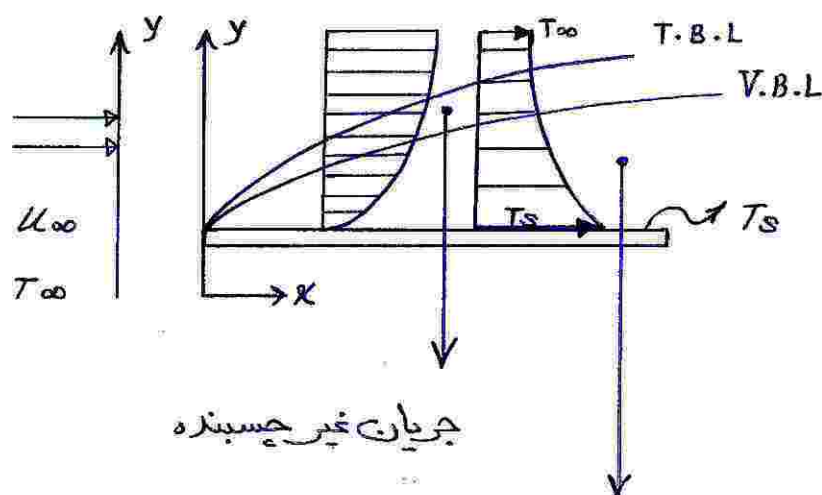
\* (Biot) و (Joseph Fourier) معادله بالا را یافتند و نوریس آن را کامل تر نمود :

$$* \quad \dot{Q}_x = K \cdot A_x \cdot \left( \frac{\Delta T}{\Delta x} \right)$$

$$* \quad \dot{Q}_x = -K \cdot A_x \cdot \frac{dT}{dx}$$



Gradient of Temperature



جریان غیر چسبنده

جریان چسبنده



- (فرآیند Convection) {
- ۱- حر  $y = 0$  هدایت دایره .
  - ۲- حر  $y \neq 0$  حرکت توده ای سیال دایره .

: Rate Equation \*\*

\*  $Q \propto A_s (T_s - T_\infty)$

\*  $Q = h \cdot A_s (T_s - T_\infty)$

↳ Convection Coefficient

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و مکانیک  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶ : نظام مهندسی  
 ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵ : پروانه مهندسی  
 ۱۵۴۰۰-۰۱۲۲۲ : شماره شهرسازی

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

\* (h) به عوامل زیر بسته است :

- ۱- خاصیت سیال
- ۲- شکل هندسی
- ۳- محل و موقعیت سطح
- ۴- رژیم جریان (بسته به Re. Number)

Radiation

\* انتقال حرارت بصورت (Wave) الکترومغناطیس است که بین هر دو جسمی که تفاوت دما دارند برقرار است.

Thermal Radiation of black bodies :

$$Q = \sigma \cdot A \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$



Stefan - Boltzman

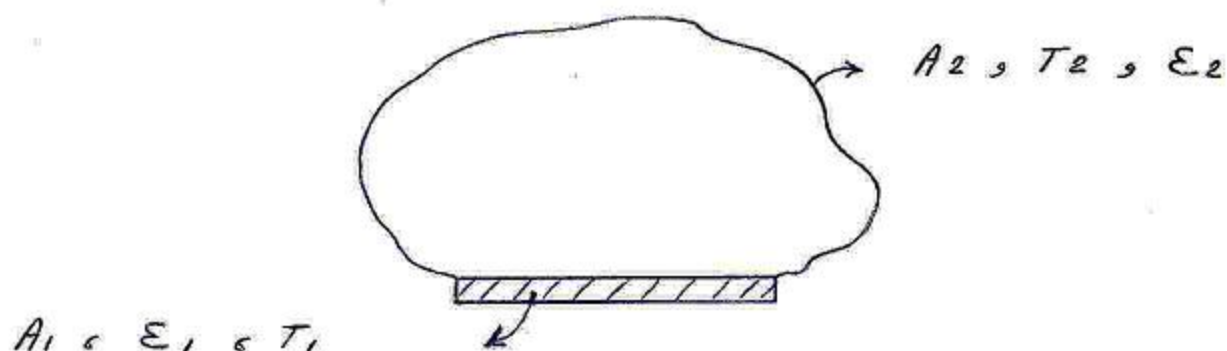
$$\sigma = 5.669 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$$

\* برای اجسام غیر سیاه : « ضریب نشر »  $F_\epsilon$  : emissivity

\* چون صفحات همیشه مقابل هم نیستند و زاویه دارند (Shape Factor) یا (View Factor) یا ضریب دید مطرح می شود :  $F_G$

$$\rightarrow Q = F_\epsilon \cdot F_G \cdot \sigma \cdot A \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

مثال - یک موزائیک گرم شده با محیط اتاق تشعشع می کند.



$A_1, \epsilon_1, T_1$

$A_2, T_2, \epsilon_2$

$$\begin{cases} q_1 = A_1 \epsilon_1 \sigma T_1^4 & \text{سطح جسم (مثلاً موزائیگ) خشمی دهد} \\ q_2 = A_2 \epsilon_2 \sigma T_2^4 & \text{محیط این انرژی را خشمی دهد} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q = q_1 - q_{abs} \\ q_{abs} = A_1 \cdot \alpha_1 \cdot \sigma \cdot T_2^4 \end{cases} \quad \begin{aligned} &\alpha : \text{ضریب جذب است برای} \\ &\epsilon_1 \approx \alpha_1 \text{ Gray body} \end{aligned}$$

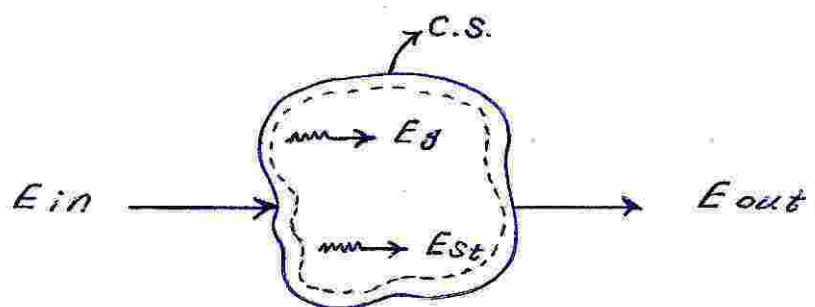
$$Q_{net} = A_1 \epsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و کانالیک  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 نظام مهندسی: ۱۵۰۴۰۰-۱۷۲۷۶  
 پروانه مهندسی: ۱۵۰۴۰۰-۰۲۸۱۵  
 شماره شهرسازی: ۱۵۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

# Conservation Of Energy

(For a C.V)



$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} + \dot{E}_g = \dot{E}_{st}$$

- \* بر حسب دارتزا یا دارتگیر بودن پذیرده  $(\dot{E}_g)$  علامت (+) یا (-) می گیرد.
- \*  $\dot{E}_{st}$  تغییرات خالص انرژی در حجم کنترل نسبت به زمان است که در حالت steady صفر است.

∴

اصل بقای انرژی برای سطح

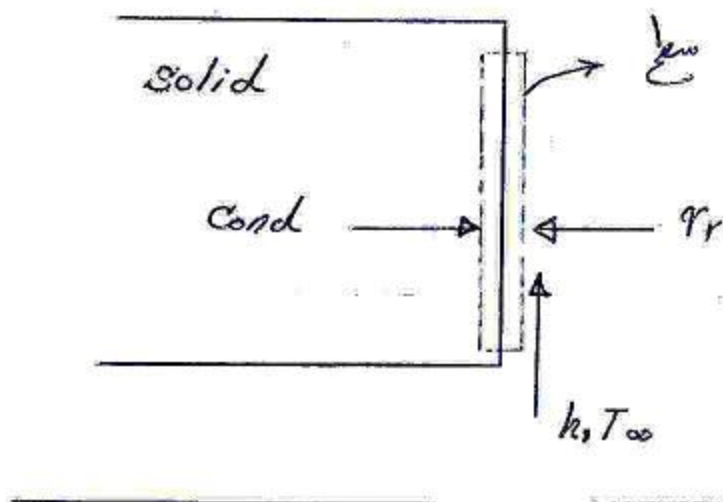
« چون جمع تولید »

$$\begin{cases} \dot{E}_g = 0 \\ \dot{E}_{st} = 0 \end{cases}$$

$$\dot{E}_{in} = \dot{E}_{out}$$



$$\dot{q}_{cond} = \dot{q}_{conv} + \dot{q}_{rad}$$



راه حل مسائل انتقال حرارت

- ۱- شناخت معلومات
- ۲- شناخت مجهولات
- ۳- شکل شماتیک و مدل یابی
- ۴- فرضیات و ساده کردن
- ۵- خواص ماده و سیال
- ۶- تحلیل مسئله
- ۷- پیشنه‌ها و ادات

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و مکانیک  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶ نظام مهندسی  
 ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵ پروانه مهندسی  
 ۱۵۴-۰۱۲۲۲ شماره شهرسازی

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

ابعاد و واحدها

\* دستگاه‌های اندازه‌گیری بر دو قسم است :

$$F = m \cdot a \quad (\text{Consistent})$$

۱- دستگاه‌های سازگار :

$$F = m \cdot a / g_c \quad (\text{Non Consistent})$$

۲- دستگاه‌های ناسازگار :

| No. | SYS.    | F    | M    | L  | T  | t | $g_c$                                                                  |
|-----|---------|------|------|----|----|---|------------------------------------------------------------------------|
| 1   | SI      | N    | Kg   | m  | °C | S | 1 $\frac{\text{Kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$                        |
| 2   | CGS     | Dyne | gr   | Cm | °C | S | 1 $\frac{\text{gr} \cdot \text{cm}}{\text{dyne} \cdot \text{s}^2}$     |
| 3   | English | lbf  | slug | ft | °F | S | 1 $\frac{\text{slug} \cdot \text{ft}}{\text{lbf} \cdot \text{s}^2}$    |
| 4   | MKS     | Kgf  | Kg   | m  | °C | S | 9.806 $\frac{\text{Kg} \cdot \text{m}}{\text{Kgf} \cdot \text{s}^2}$   |
| 5   | English | lbf  | lbm  | ft | °F | S | 32.16 $\frac{\text{lbm} \cdot \text{ft}}{\text{lbf} \cdot \text{s}^2}$ |

\* دستگاه‌های (1 و 2 و 3) « Consistent » و دستگاه‌های (4 و 5) « Non Consistent » می‌باشند.

\* بعنوان مثال در عمل از لحاظ عددی Kg با Kgf برابر است چون که -  
سیستم سازگار است و  $g_c = 1$  است.

## 8 Units For Work And Energy

α. بر مبنای مکانیکی :

| دستگاه           | SI                   | CGS                    | English | MKS   | English |
|------------------|----------------------|------------------------|---------|-------|---------|
| واحد کار و انرژی | N.m<br>(یا)<br>Joule | dyne.cm<br>(یا)<br>erg | lbf.ft  | Kgf.m | lbf.ft  |

β. بر مبنای حرارتی :

1. BTU
2. CALORIE



$$\left\{ \begin{array}{l} F^{\circ} = \frac{9}{5} C^{\circ} + 32 \\ R^{\circ} = F^{\circ} + 459.69 \\ K^{\circ} = C^{\circ} + 273.16 \\ R^{\circ} = \frac{9}{5} K^{\circ} \end{array} \right.$$

**فرشاد نسرایسی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
طراحی - نظارت - اجرا  
نظام مهندسی: ۱۵۰۴۰۰-۱۷۲۷۶  
پروانه مهندسی: ۱۵۰۴۰۰-۰۲۸۱۵  
شماره شهرسازی: ۱۵۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)



کتاب حواله : فصل 1 - 10 ، 13 ، 14 ، 23 ، 24 ، 27 ، 29

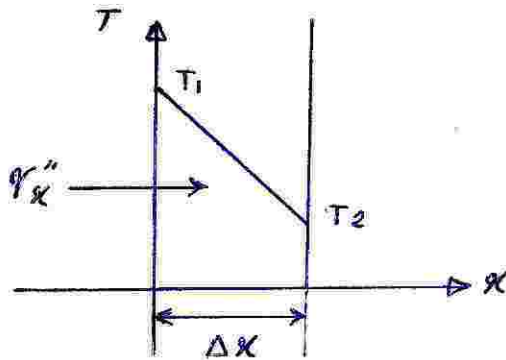
# Introduction To Conduction

$$q_x = -K \cdot A_x \cdot \frac{dT}{dx}$$

« معادلة فوريير »

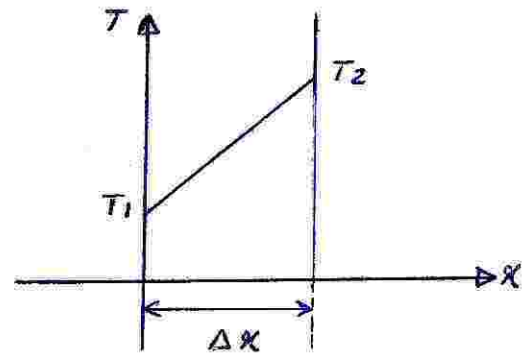
$$q''_x = -K \frac{dT}{dx}$$

« Heat flux »



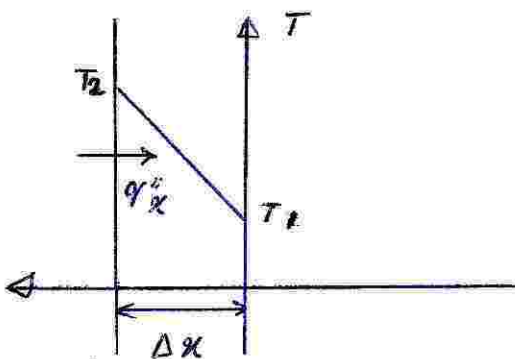
$$\frac{dT}{dx} < 0$$

$$q''_x > 0$$



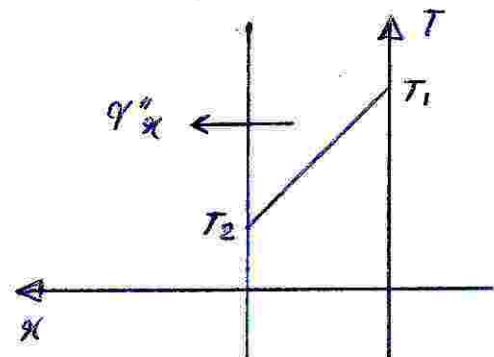
$$\frac{dT}{dx} > 0$$

$$q''_x < 0$$



$$\frac{dT}{dx} > 0$$

$$q''_x < 0$$



$$\frac{dT}{dx} < 0$$

$$q''_x > 0$$

\* Heat flux is a vector quantity :

$$\vec{q}'' = -k \vec{\nabla} T$$

$$\vec{q}'' = q''_x \vec{i} + q''_y \vec{j} + q''_z \vec{k}$$

$$\vec{\nabla} T = \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{k}$$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی

طراحی - نظارت - اجرا

۱۰۴-۰-۱۷۲۷۶

نظام مهندسی:

۱۰۴۰۰-۰۲۸۱۵

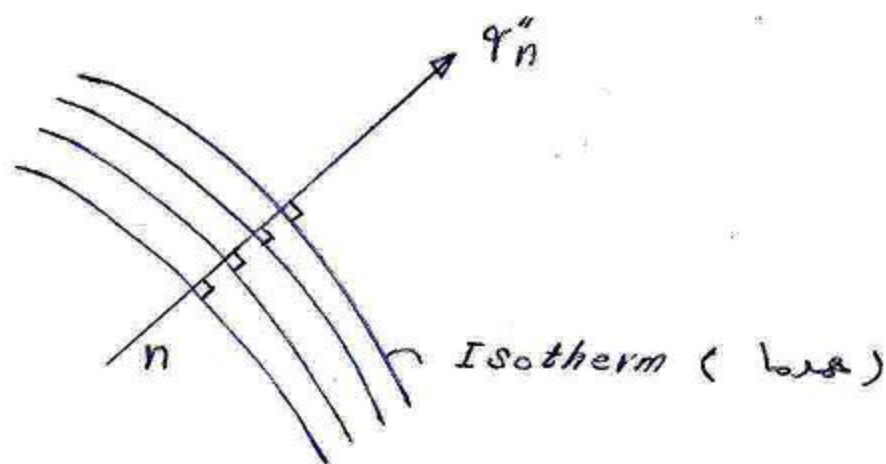
پروانه مهندسی:

۱۰۴-۰۱۲۲۲

شماره شهرسازی:

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی

دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)



$$\vec{q}'' = \underbrace{q''_x \vec{i}}_{-k \frac{\partial T}{\partial x}} + \underbrace{q''_y \vec{j}}_{-k \frac{\partial T}{\partial y}} + \underbrace{q''_z \vec{k}}_{-k \frac{\partial T}{\partial z}}$$

\* در مورد معادله معادله فوریر که اساس انتقال حرارت هدایت است موارد زیر حائز اهمیت است :



- ۱- قانون فوریه (observation Law) است.
- ۲-  $(k)$  را معرفی می کند.
- ۳-  $(q'')$  را بصورت بردار معرفی می کند که عمود است بر سطح هرما.
- ۴- قانون فوریه بر تمام حالات ماده حاکم است.

## Thermophysical Properties

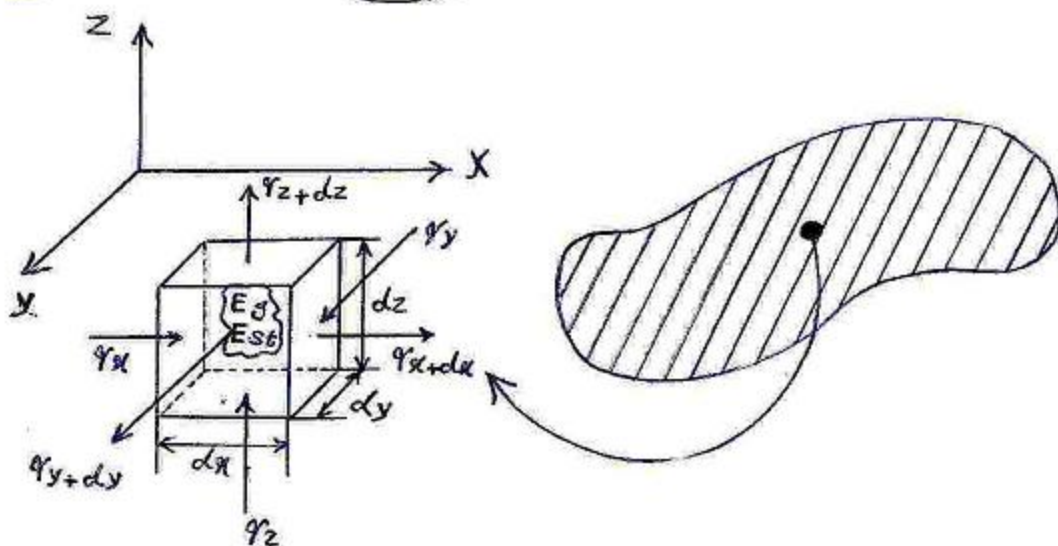
:

1. Transport properties  $\begin{cases} k \\ \mu \end{cases}$

2. Thermodynamic properties ( $P, T, S, V$  و  $S, u, \dots$ )

## The Heat Diffusion Equation

:



فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی

طراحی - نظارت - اجرا

۱۵۴-۰۱۲۲۲

نظام مهندسی:

۱۵۴-۰۱۲۲۲

پروانه مهندسی:

۱۵۴-۰۱۲۲۲

شماره شهرسازی:

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی

دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$E_{in} - E_{out} + E_g = E_{st}$$

$$\dot{q}_x + \dot{q}_y + \dot{q}_z - \dot{q}_{x+dx} - \dot{q}_{y+dy} - \dot{q}_{z+dz} + \dot{q} dx dy dz =$$

$$\rho dx dy dz \cdot c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\dot{q}_{x+dx} = \dot{q}_x + \frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} dx$$

$$\dot{q}_x = -k dy dz \frac{\partial T}{\partial x}$$



$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

یعنی: نرخ انتقال حرارت خالص در یک نقطه برابر هدایت به اضافه انرژی تولید شده برابر است با انرژی ذخیره شده در همان نقطه (المان).

$$(k = cte) \rightarrow$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{\rho c_p}{k} \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\frac{1}{\alpha}$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$$

Thermal Diffusivity

نفوذ حرارتی

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0$$

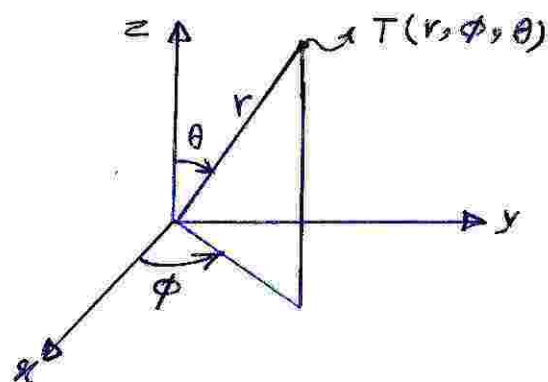
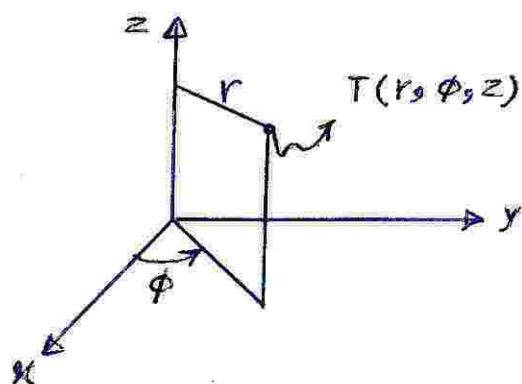
\* در حالت ماندگار :

\* هر قدر  $(\alpha)$  بیشتر باشد یعنی قدرت هدایت ماده بیشتر است.

(Heat Equation) در مختصات استوانه‌ای :

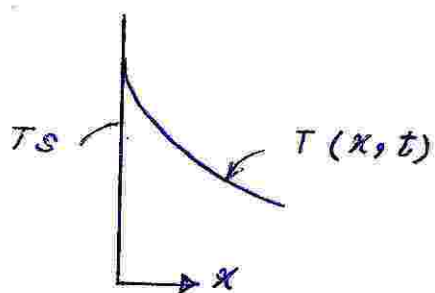
$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( k r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( k \sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{Spherical})$$



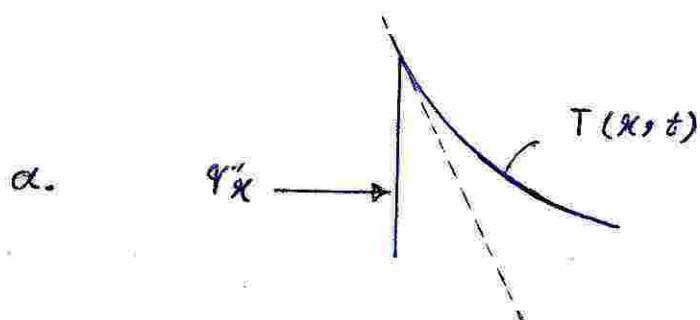
# Boundary & Initial Conditions

1. Const. Surface Temp. :



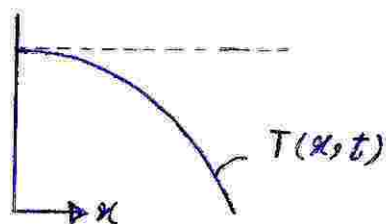
$$T(0, t) = T_s$$

2. Const. surface Heat flux :



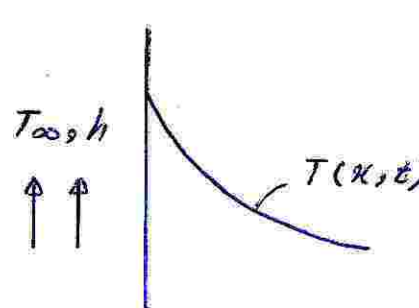
$$-k \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = q''_s$$

b. Insulation :



$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0$$

### 3. Convection Condition :



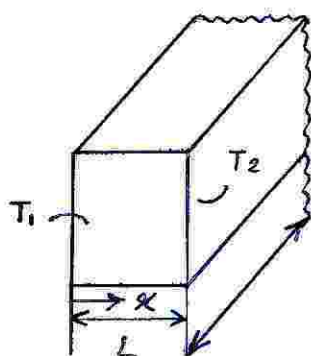
$$-k \frac{\partial T}{\partial x} \bigg|_{x=0} = h (T_\infty - T_{\text{wall}})$$

(one dimensional steady state Conduction)

$$\left\{ \begin{array}{l} 1. \quad \dot{E}_g = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} 1. \text{ plane wall} \\ 2. \text{ Radial sys.} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{cylindrical} \\ \text{spherical} \end{array} \right. \end{array} \right. \\ \\ 2. \quad \dot{E}_g \neq 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} 1. \quad " \\ 2. \quad " \end{array} \right. \end{array} \right.$$



plane wall





فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی

طراحی - نظارت - اجرا

۱۵۴۰۵۰۱۷۲۷۶

نظام مهندسی

۱۵۴۰۵۰۰۲۸۱۵

پروانه مهندسی

۱۵۴۰۵۰۱۲۲۲

شماره شهرسازی

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی

دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

1. one Dim.
2. steady
3. Const. prop.
4.  $\dot{E}_g = 0$

a. Temp. Dist.

« توزیع »

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0$$

→

$$T(x) = C_1 x + C_2$$

B.C  $\left\{ \begin{array}{l} T(x=0) = T_1 \\ T(x=L) = T_2 \end{array} \right.$

→

$$T(x) = \frac{T_2 - T_1}{L} x + T_1$$

b. Heat Transfer Rate :

$$q = -kA \frac{dT}{dx}$$

$$q = k \cdot A \frac{T_1 - T_2}{L}$$

8

مقاومت حرارتی

$$\left. \begin{aligned} (R &= \frac{V}{I}) \\ (\Delta T &\equiv \Delta V) \\ (q &\equiv I) \end{aligned} \right\} \longrightarrow$$

$$R_{th} = \frac{\Delta T}{q}$$

$$q = \frac{\Delta T}{\sum R}$$

$$q = U \cdot A \cdot \Delta T$$

overall heat transfer  
coefficient

\* در محل برای محاسبه  $(q)$  بسته به جداول مرجع از یکی از روابط فوق استفاده می‌کنیم.

$$U = \frac{1}{A \sum R} \quad \text{ضریب هدایت حرارتی کل}$$

$$\begin{cases} q = \frac{KA}{L} (T_1 - T_2) \\ q = \frac{\Delta T}{R} \end{cases} \longrightarrow$$

$$R = \frac{L}{KA}$$

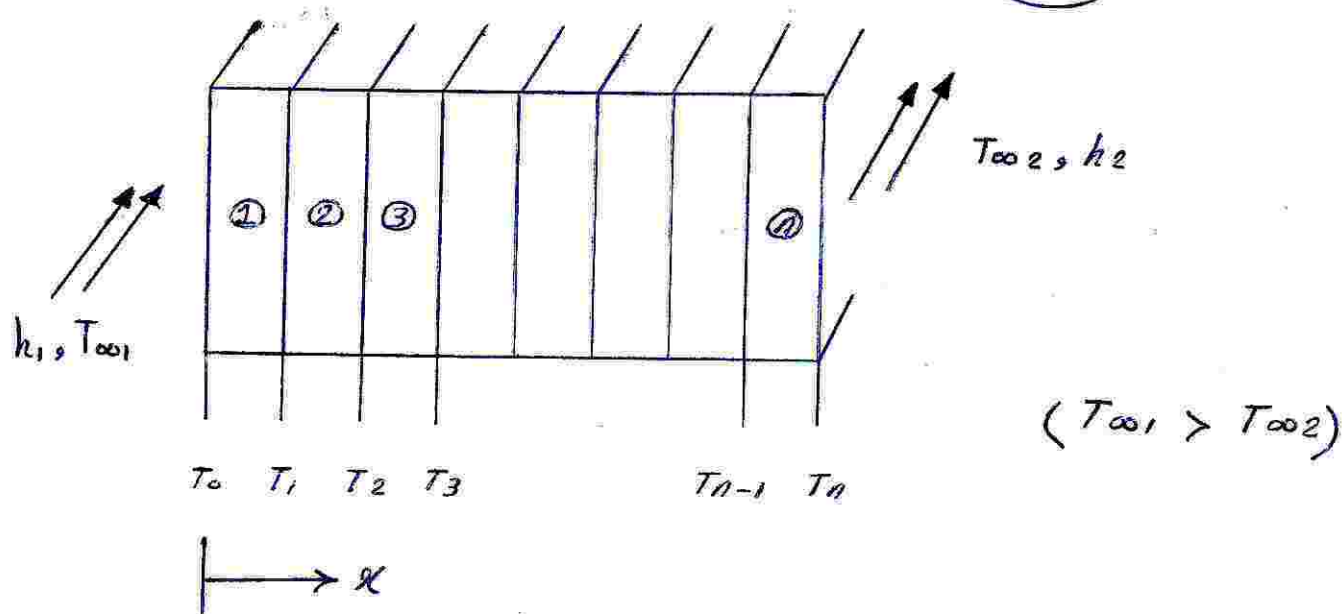
$$U = \frac{1}{AR} \longrightarrow$$

$$U = \frac{K}{L}$$

Convection

$$\begin{cases} \dot{Q} = h A \Delta T \\ \dot{Q} = \frac{\Delta T}{R} \end{cases} \rightarrow R = \frac{1}{h \cdot A}$$

Composite Wall



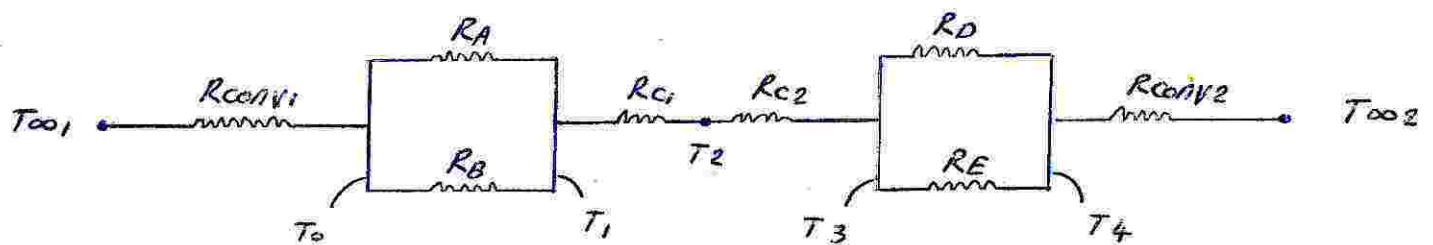
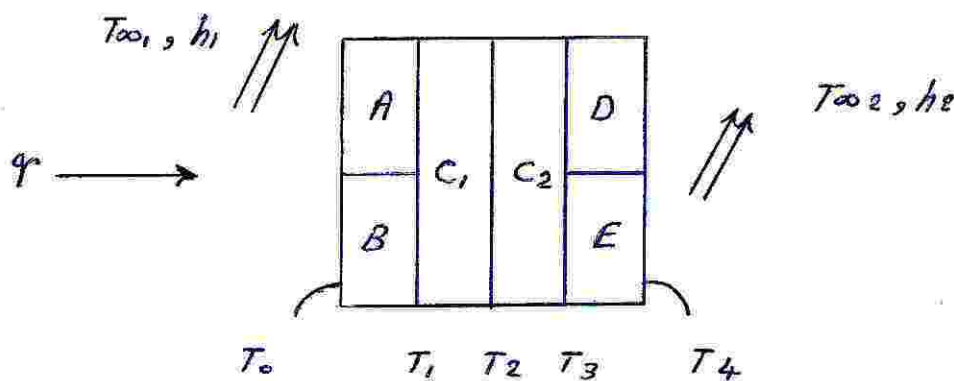
$$\bar{R} = R_{conv1} + R_1 + R_2 + \dots + R_n + R_{conv2}$$

$$\bar{R} = \frac{1}{h_1 A} + \frac{L_1}{K_1 A} + \frac{L_2}{K_2 A} + \dots + \frac{L_n}{K_n A} + \frac{1}{h_2 A}$$

$$q = \frac{\Delta T_{\text{overall}}}{\bar{R}} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{\bar{R}}$$

$$(b) : \begin{cases} q = U \cdot A \cdot \Delta T \\ U = 1 / \left[ \frac{1}{h_1} + \frac{L_1}{K_1} + \frac{L_2}{K_2} + \dots + \frac{L_n}{K_n} + \frac{1}{h_2} \right] \end{cases}$$

حالت موازی :



$$\begin{cases} R_1 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B} \\ R_2 = \frac{R_D R_E}{R_D + R_E} \end{cases}$$

\* هم مقاومت‌های موازی را سری می‌کنیم :

$$T_{\infty 1} \xrightarrow{\bar{R}} T_{\infty 2}$$

$$\bar{R} = R_{conv1} + \frac{R_A R_B}{R_A + R_B} + \dots$$

$$q = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{\bar{R}}$$

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 ۱۵۴۰۵-۱۷۲۷۶ : نظام مهندسی  
 ۱۵۴۰۵-۰۲۸۱۵ : پروانه مهندسی  
 ۱۵۴۰۵-۱۲۲۲ : شماره شهرسازی

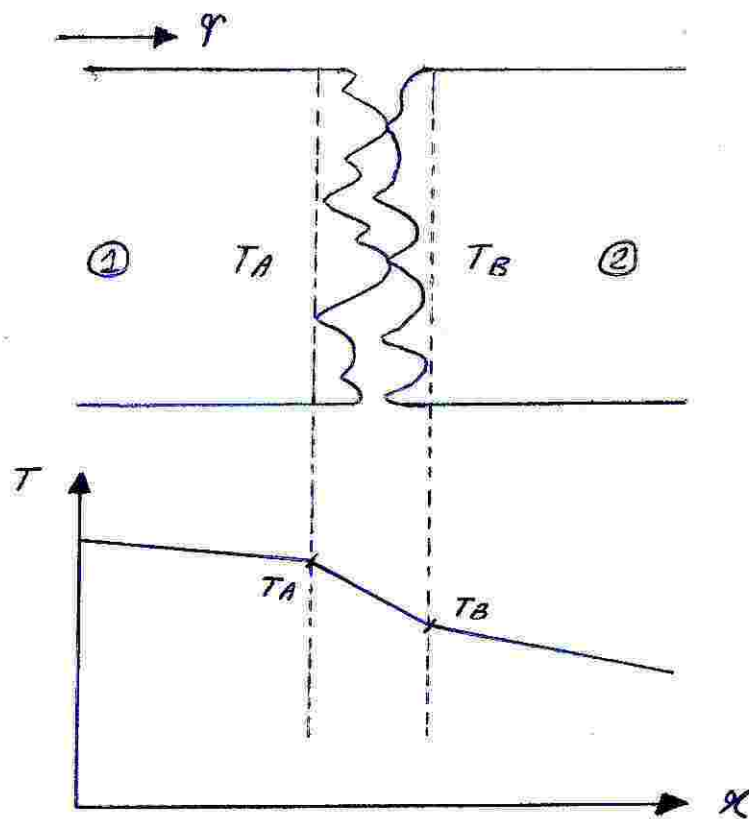
جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

\* مدار معادل تنها موقعی صحت می‌کند که (۱) در سرتاسر مدار ثابت باشد یعنی ( $Eg = 0$  و  $steady$ ) باشد. مثل قانون اهم در هر قسمت مدار :

$$q = \frac{T_1 - T_3}{R_{c1} + R_{c2}} \quad \text{مثلاً :}$$

مقاومت تماس Contact Resistance

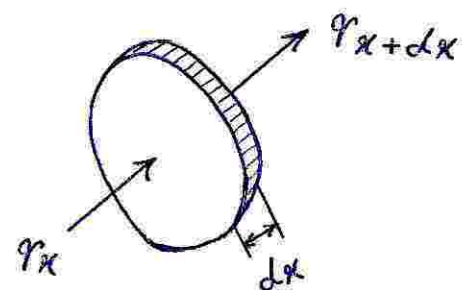
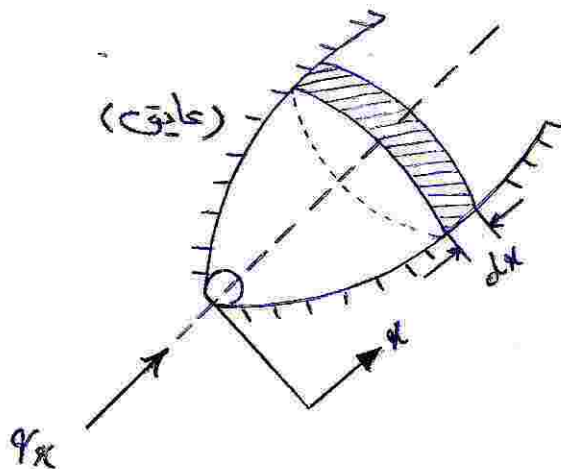




$$R_{t,c} = \frac{T_A - T_B}{q}$$



« Alternative Method »



1. one dim.
2. steady
3.  $\dot{E}_g = 0$

$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} + \dot{E}_g = \dot{E}_{st}$$

$$\dot{E}_{in} = \dot{E}_{out}$$

$$q_x = q_{x+dx} = C$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q_x = -K(T) A(x) \frac{dT}{dx} \\ \int_{x_c}^x \frac{q_x \cdot dx}{A(x)} = \int_{T_0}^T -K(T) dT \end{array} \right.$$

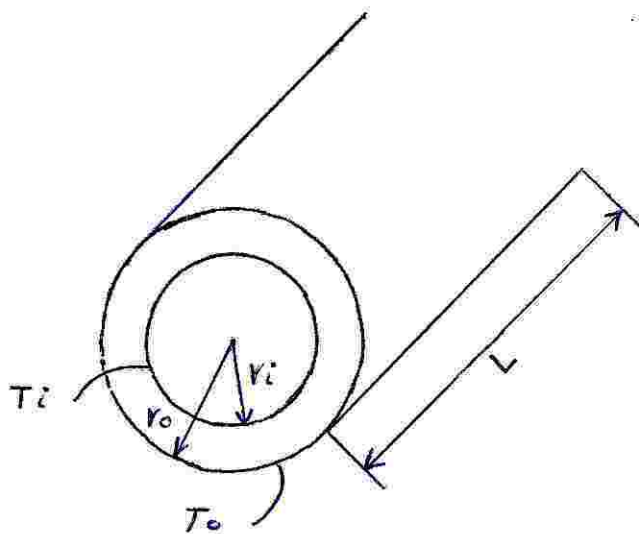
\* یعنی پس از اثبات ثابت بودن  $(q_x)$  می توان مستقیماً از معادله فوریبر انتگرال گرفت و  $q_x$  را یافت.



**فرشاد سیرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 نظام مهندسی: ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶  
 پروانه مهندسی: ۱۵۴۰۰-۵۲۸۱۵  
 شماره شهرسازی: ۱۵۴-۵۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

Radial Systems



\* a. Temp dist.

\* روش استاندارد :

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( k r \frac{dT}{dr} \right) = 0$$

$$r \cdot \frac{dT}{dr} = C_1 \quad \rightarrow \quad T(r) = C_1 \ln r + C_2$$

$$B.C \quad \left| \begin{array}{l} T(r=r_i) = T_i \\ T(r=r_o) = T_o \end{array} \right. \quad \rightarrow$$

$$T(r) = \frac{T_i - T_o}{\ln r_i / r_o} \ln (r / r_o) + T_o$$

$$* \quad \dot{Q}(r) = -K A(r) \cdot \frac{dT}{dr} \quad (A(r) = 2\pi r L)$$

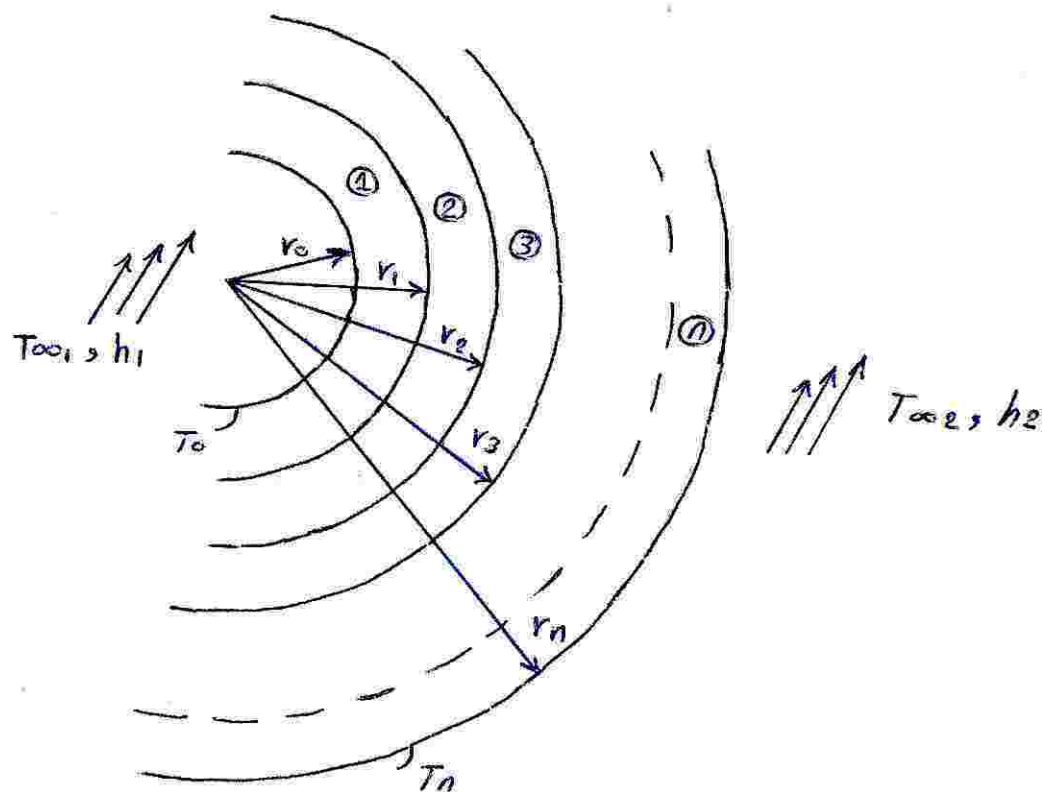
$$\dot{Q}(r) = \frac{2\pi L K (T_i - T_o)}{\ln (r_o / r_i)}$$

نرخ انتقال حرارت  
به  $r$  بستگی ندارد و  
مقدار ثابت است.

$$R_{th} = \frac{\ln r_o/r_i}{2\pi L K}$$

مقاومت حرارتی استوانه

## : Composite Systems



$$\begin{cases} q = -K A(r) \frac{dT}{dr} \end{cases}$$

$$\bar{R} = \frac{1}{2\pi r_o L h_1} + \frac{\ln r_1/r_o}{2\pi L K_1} + \frac{\ln r_2/r_1}{2\pi L K_2} + \dots + \frac{\ln r_n/r_{n-1}}{2\pi L K_n} + \frac{1}{2\pi r_n L h_2}$$

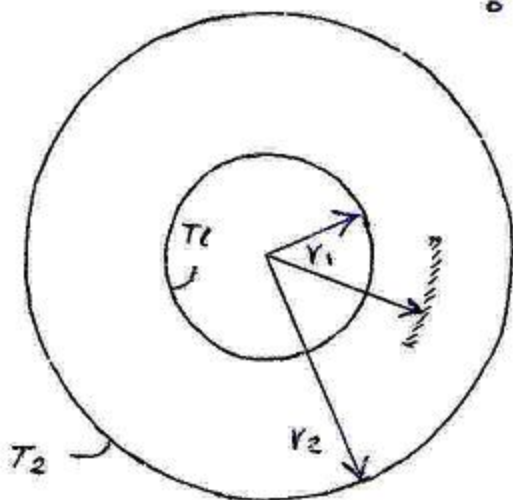
$$\left\{ \begin{aligned} U &= \frac{1}{A \bar{R}} \\ A_1 &= 2\pi r_0 L \rightarrow U_1 = \frac{1}{(2\pi r_0 L) \bar{R}} \\ A_n &= 2\pi r_n L \rightarrow U_n = \frac{1}{(2\pi r_n L) \bar{R}} \end{aligned} \right.$$

$$U_1 = 1 / \left[ \frac{1}{h_1} + \frac{r_0}{k_1} \ln r_1/r_0 + \frac{r_0}{k_2} \ln r_2/r_1 + \dots + \frac{r_0}{r_n} \frac{1}{h_2} \right]$$

$$U_1 A_1 = U_2 A_2 = \dots = U_n A_n = \frac{1}{\bar{R}_{tot}}$$

مثلاً :  $Q = U_1 A_1 \Delta T = U_n A_n \Delta T$

کره (Sphere) :





$$* \quad q_r = q_{r+dr} = C$$

\* روش التفاضل :

$$q_r = -K A(r) \frac{dT}{dr}$$

$$A(r) = 4\pi r^2$$

$$q_r = -K (4\pi r^2) \frac{dT}{dr}$$

$$* \quad \frac{q_r}{4\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = - \int_{T_1}^{T_2} K(T) dT$$

$$q_r = \frac{4\pi K (T_1 - T_2)}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}$$

$$R_t = \frac{r_2 - r_1}{4\pi r_1 r_2 K}$$

Composite : (شکل حالت استوانه‌ای) 26

$$T_o \quad \times \quad \underbrace{\quad R_1 \quad}_{\text{mm}} \quad \underbrace{\quad R_2 \quad}_{\text{mm}} \quad \underbrace{\quad R_3 \quad}_{\text{mm}} \quad \dots \quad \underbrace{\quad R_n \quad}_{\text{mm}} \quad \times \quad T_n$$

(بدون هفت)

$$\sum R = \frac{r_1 - r_0}{4\pi r_1 r_0 K} + \frac{r_2 - r_1}{4\pi r_1 r_2 K} + \dots$$

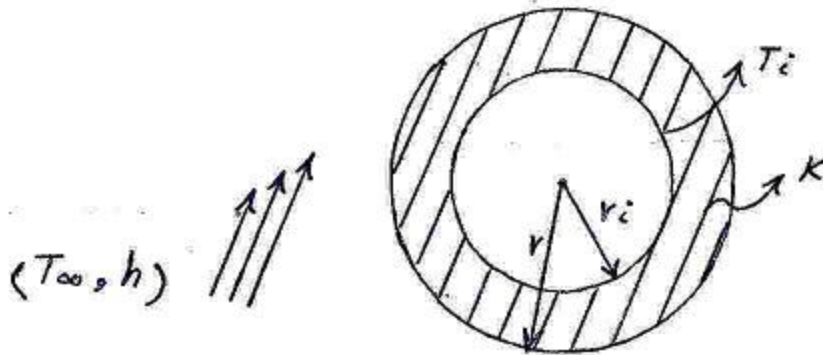
$$R_t = \frac{r_2 - r_1}{4\pi r_1 r_2 K}$$

$$\varphi = \frac{T_0 - T_n}{\sum R}$$



ضخامت لایه بحرانی :

(Critical Thickness of Insulation)



$$* \varphi = \frac{\Delta T}{\sum R}$$

\* If (R) is Maximum Then (φ) is Min.

$$* \sum R'_{tot} = \frac{\ln r/r_i}{2\pi K} + \frac{1}{2\pi r h}$$

\* اگر ضخامت عایق زیاد شود مقاومت Conduction بالا رفته و مقاومت Convection کاهش می یابد.

$$* \frac{dR'}{dr} = 0 \rightarrow r = \frac{K}{h}$$

$$* \frac{d^2R'}{dr^2} = \frac{1}{\frac{2RK^3}{h^2}} > 0 \rightarrow$$

\* مقدار  $R'$  به ازای  $r = \frac{K}{h}$  میبایست می شود و  $r$  لذا  $max$  می شود یعنی Heat losses افزایش می یابد و این بدترین و بحرانی ترین حالت است.

\* اگر ضخامت عایق کمتر از ضخامت بحرانی باشد به (Heat losses) کمک می کند و هنگامی که از ضخامت بحرانی بیشتر شد ( $r$ ) کاهش می یابد. پس حتماً دقت شود که حتماً ضخامت عایق از  $r = \frac{K}{h}$  بیشتر باشد.

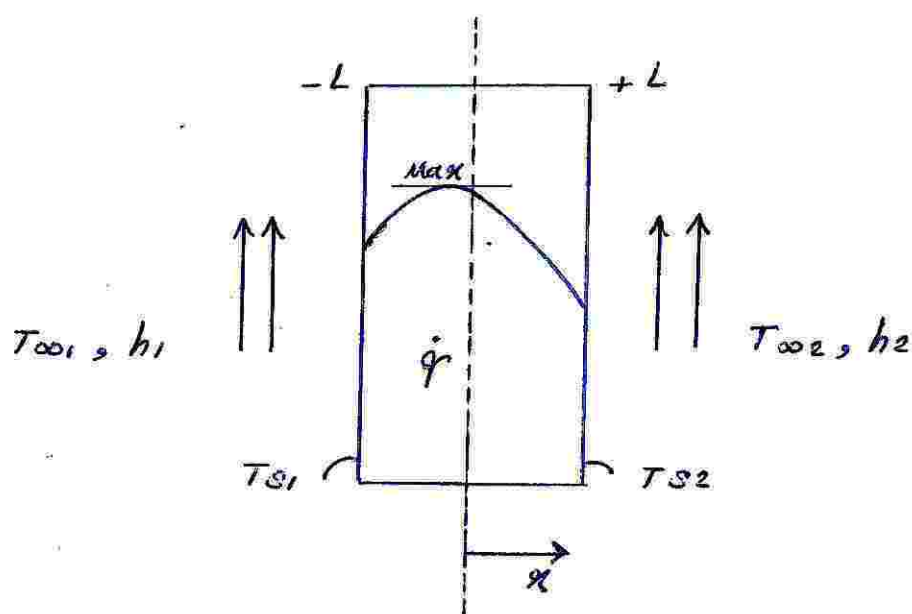
| Insulation Thickness | Insul. Rad.    | Thermal Resistance |             |             | $q' r$ Heat loss |
|----------------------|----------------|--------------------|-------------|-------------|------------------|
|                      |                | $R'_{cond}$        | $R'_{conv}$ | $R'_{tot}$  |                  |
| 0                    | $r_i$          | 0                  | حداکثر      | $R'_{conv}$ | وجود دارد        |
| $e_1$                | $r_i + e_1$    | وجود دارد          | کمتر        | کمتر        | زیادتر           |
| $e_2$                | $r_i + e_2$    | زیادتر             | کمتر        | کمتر        | زیادتر           |
| $\rightarrow e_{cr}$ | $r_i + e_{cr}$ | زیادتر             | کمتر        | حداقل       | حداکثر           |
| $e_{c1}$             | $r_i + e_{c1}$ | زیادتر             | کمتر        | زیاد        | کمتر             |
|                      |                |                    |             |             |                  |

## 2.4. Diffusion With Thermal Energy :

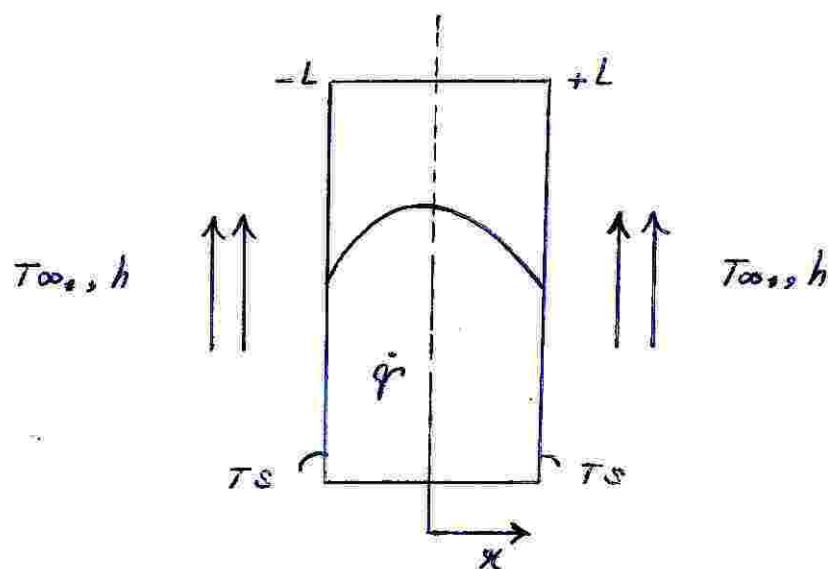
\* Eg وجود داره :

### 2.4.1 - Plane Wall :

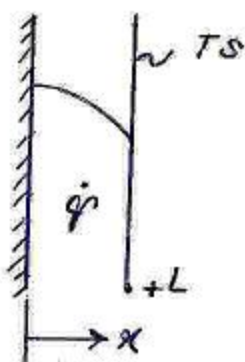
a)



b)



(c)



\* در بسیاری مسائل باید شکل (b) را بصورت (c) مدل نمود و برای حل مسئله از شرایط مرزی لایه عایق استفاده نمود. (مهم)

1. one Dime
2. Cons. prop.
3. Steady
4.  $\dot{q} = \text{cte} = \frac{\dot{E}_g}{V}$

روش استخواندار:

\* a. Temp. Dist. :

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = - \frac{\dot{q}}{K}$$

$$T(x) = - \frac{\dot{q}}{2K} x^2 + C_1 x + C_2$$

$$B.C \begin{cases} T(-L) = T_{s1} \\ T(L) = T_{s2} \end{cases}$$

**فرشاد نسرایس** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶ - نظام مهندسی  
 ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵ - پروانه مهندسی  
 ۱۵۴-۰۱۲۲۲ - شماره شهرسازی

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)



$$T(x) = \frac{\dot{q} L^2}{2K} \left( 1 - \frac{x^2}{L^2} \right) + \frac{T_{S2} - T_{S1}}{2} \frac{x}{L} + \frac{T_{S1} + T_{S2}}{2}$$

6 سوال :  $T_{S1} = T_{S2} = T_S$

$$T(x) = \frac{\dot{q} L^2}{2K} \left( 1 - \frac{x^2}{L^2} \right) + T_S$$

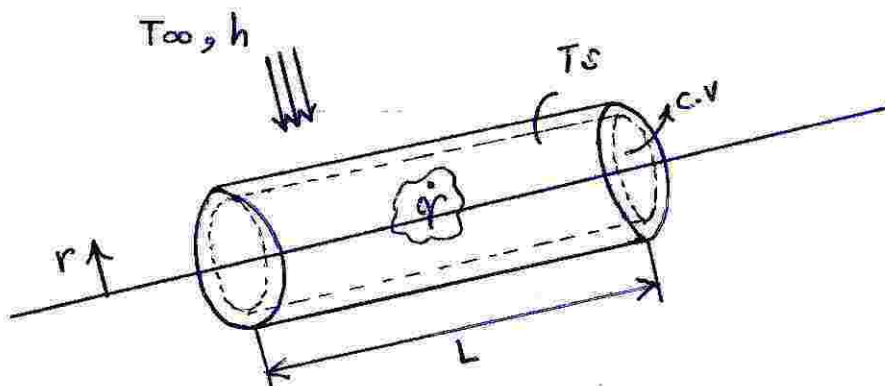
\*  $\frac{dT}{dx} = 0 \rightarrow$

(  $x = 0$  سو  $T(x=0)$  TS Max. )  $\rightarrow$  Adiabatic

\* یعنی می توان از مدل عایق استفاده کرد.

2.4.2 -

Radial systems :



فرشاد بسرایي - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶ : نظام مهندسی  
 ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵ : پروانه مهندسی  
 ۱۵۴۰۰-۰۱۲۲۲ : شماره شهرسازی

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

d. Temp Dist. 8

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) + \frac{\dot{q}}{k} = 0$$

$$T(r) = - \frac{\dot{q}}{4k} r^2 + C_1 \ln r + C_2$$

$$T(r=r_o) = T_s$$

$$\frac{dT}{dr} = 0$$

$$* \quad T(r) = \frac{\dot{q} r_o^2}{4k} \left( 1 - \frac{r^2}{r_o^2} \right) + T_s$$

$$T(r=0) = T_o$$

$$T_o = \frac{\dot{q} r_o^2}{4k} + T_s$$

$$\frac{T(r) - T_s}{T_o - T_s} = \left( 1 - \left( \frac{r}{r_o} \right)^2 \right)$$

$$* \quad \dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} + \dot{E}_g = \dot{E}_{st}$$

$$\dot{E}_{out} = \dot{E}_g$$

$$2\pi r_o l h (T_s - T_\infty) = \pi r_o^2 \cdot l \cdot \dot{q}$$

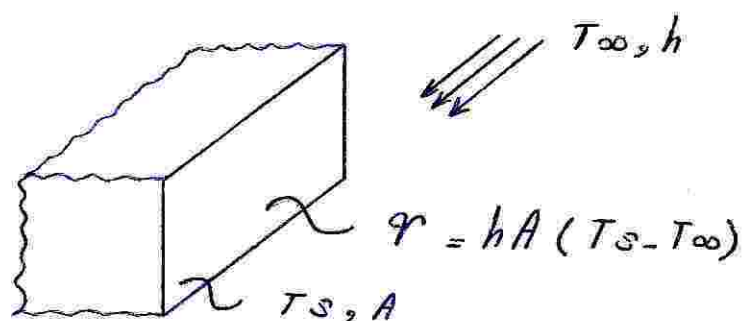
$$T_s = T_\infty + \frac{\dot{q} r_o}{2h}$$

\* با در نظر گرفتن سیلندر بصورت حجم کنترل بین  $T_s$  و  $T_\infty$  رابطه یافتیم.

نکته : در سیستمهای مختلفا وقتی  $\dot{q} = \frac{\dot{E}_q}{A}$  وجود دارد نرخ انتقال حرارت مقدار ثابتی نیست و نمی توان از مفهوم مقاومت حرارتی استفاده نمود.

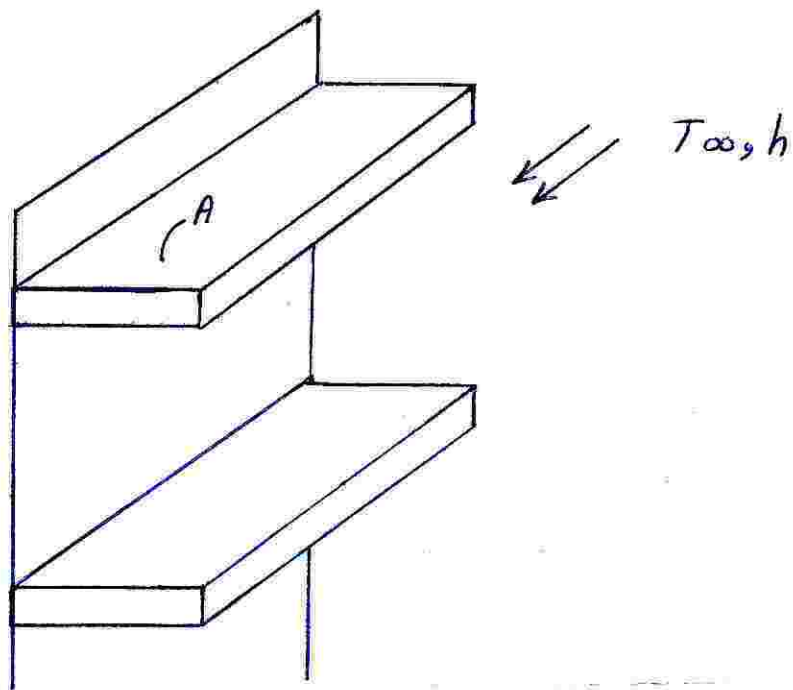


Heat Transfer from extended surface  
انتقال حرارت در سطوح گسترده

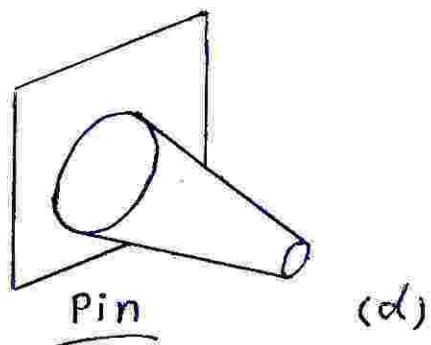
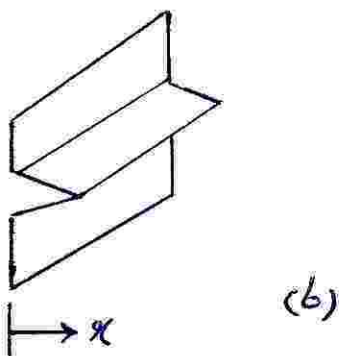
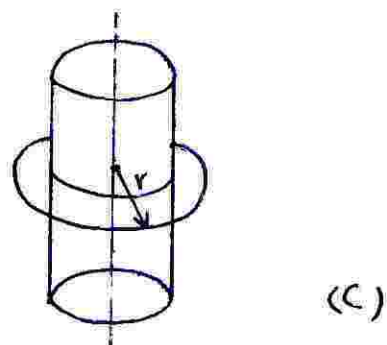
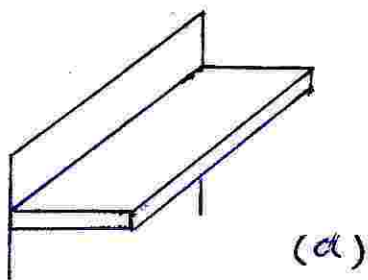


a) Bare surface

Bare : برهنه

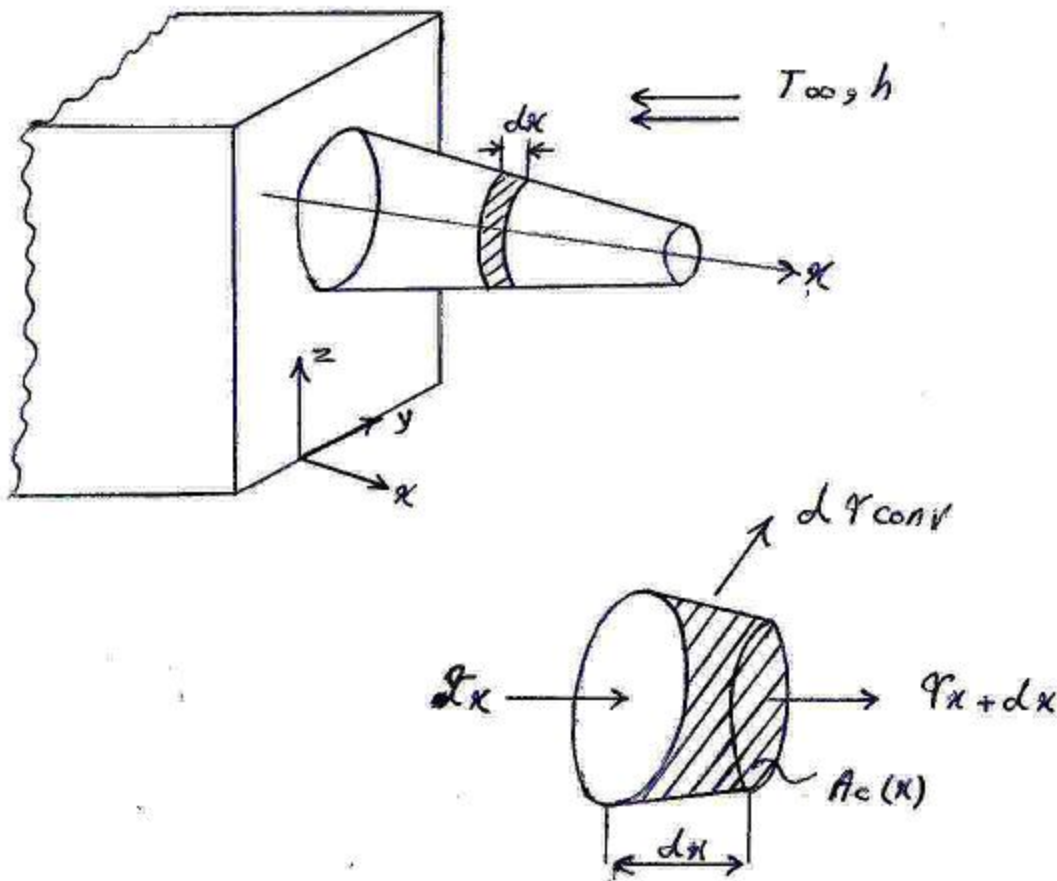


(Finned surface)



## A general Conduction Analysis

8



1. one Dim.
2. steady
3. Cons. Prop.
4.  $q_r = 0$
5.  $\dot{q} = 0$
6.  $h$  is cte.

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶ نظام مهندسی،  
 ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵ پروانه مهندسی،  
 ۱۵۴۰۰-۱۲۲۲ شماره شهرسازی؛

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} + \dot{E}_{\text{gen}} = \dot{E}_{\text{dest}}$$



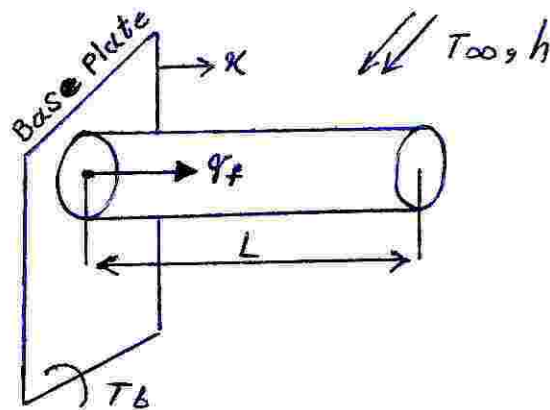
$$q_x = q_{x+dx} + d q_{conv} \quad (7)$$

$$q_x = -K A_c(x) \frac{dT}{dx} \quad (8)$$

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \quad (9)$$

$$d q_{conv} = h \cdot A_s (T(x) - T_\infty) \quad (10)$$

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \left( \frac{1}{A_c(x)} \frac{dA_c(x)}{dx} \right) \frac{dT}{dx} - \left( \frac{1}{A_c(x)} \frac{h}{K} \frac{dA_s}{dx} \right) (T(x) - T_\infty) = 0$$



(Fins of uniform cross section Area)

$$* \quad A_c = \text{cte}$$

$$A_s = P \cdot x$$

$$dA_c/dx = 0$$

$$dAS/dx = P$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{hP}{KA_c} (T - T_\infty) = 0$$

$$A_s - A_c = \text{مساحت سطح کل} - \text{مساحت سطح مقطع}$$

$$* \quad \theta(x) = T(x) - T_\infty \quad \textcircled{9}$$

\* حل :

$$* \quad \frac{d\theta(x)}{dx} = \frac{dT(x)}{dx} \quad \textcircled{10}$$

$$* \quad \frac{d^2 \theta}{dx^2} - \underbrace{\frac{h \cdot P}{K \cdot A_c}}_{m^2} \theta(x) = 0$$

$$* \quad \frac{d^2 \theta}{dx^2} - m^2 \theta(x) = 0 \quad \textcircled{11}$$

$$* \quad \theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}$$

$$B.C \quad \theta(x=0) = T_b - T_\infty = \theta_b$$

$$\theta_b = C_1 + C_2 \quad * \text{ برای همه حالات مشترک است.}$$

\* برای انتهای fin (4) حالت منفرجه در کتاب  
هولین ذکر شده.

$$q_f = q_b = -K.A_c \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = -K.A_c \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=0}$$

« حرارت که از Fin به Base plate می‌گردد »

\* مثالهای حل شده هاولج .

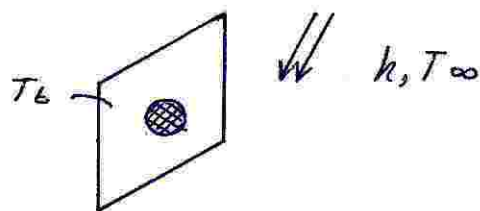
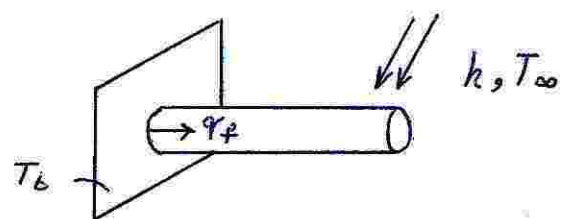
\* Incropera - 3 : 4 و 9 و 10 و 12 و 13 و 18 و 26 و 28 و 31 و 47 و 60

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 نظام مهندسی: ۱۷۲۷۶-۰۴-۱۵  
 پروانه مهندسی: ۰۲۸۱۵-۰۴-۱۵  
 شماره شهرسازی: ۰۱۲۲۲-۱۵۴

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

# Fin Performance

\* فین گاهی ممکن است بجای کمک کردن به کشش حرارت از سطح Base خود عایل مقاومت حرارتی شود.



$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = \frac{q_f}{h \cdot A_{c,b} \cdot \theta_b} \\ \varepsilon \geq 2 \text{ به صرفه است} \\ \theta_b = T_b - T_{\infty} \end{array} \right.$$

\* مثلاً در حالت D : (Very long Fin)

$$* \quad q_f = \sqrt{h \cdot P \cdot K \cdot A_c} \cdot \theta_b$$

$$* \quad \varepsilon_f = \left( \frac{KP}{h \cdot A_c} \right)^{1/2}$$

\* یعنی اگر  $K$  زیاد شود  $\varepsilon$  زیاد می شود و خوب است و اگر  $\frac{P}{A_c}$  زیاد شود یا به عبارت فیزیکی  $Fin$  نازک تر شود  $\varepsilon$  بالا می رود و اگر  $h$  کم شود  $\varepsilon$  زیاد می شود یعنی  $Fin$  در جاهایی که  $h$  کمتر است بهتر خود را نشان می دهد و به صرفه است.

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و مکانیک  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 ۱۵۳-۵-۱۷۲۷۶ : نظام مهندسی  
 ۱۵۳-۵-۲۸۱۵ : پروانه مهندسی  
 ۱۵۳-۵-۱۲۲۲ : شماره شهرسازی

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

Fin Efficiency :

$$\eta_f = \frac{q_f}{q_{max}} = \frac{q_f}{h \cdot A_f \cdot \theta_b}$$

$\theta_b$  - دمای Base

$A_f$  - کل سطح فین که در معرض وزش قرار دارد

→  $q_f = q_{max} \cdot \eta_f$

\* از جدول و مکنی ها  $q_{max}$

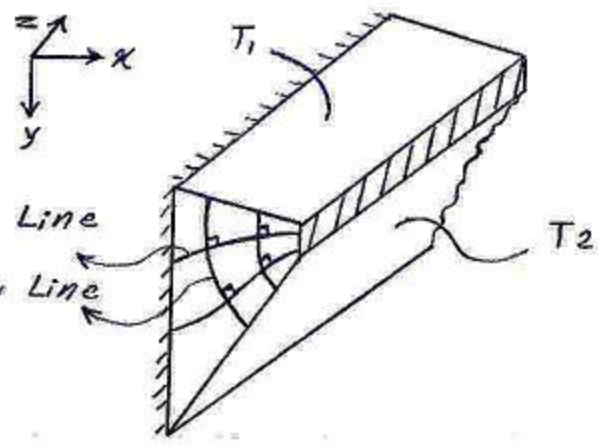
و  $q_f$  را خوانده و  $q_f$  را

می یابیم (شکل ۲.۱۱ -

کتاب هریس). این مکنی ها مقاطع غیر از حالات  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  و  $\delta$  است.

فصل (۳)

(Two Dimensional Steady State Conduction)



$$T_1 > T_2$$

$$\vec{q}'' = -K \vec{\nabla} T$$



**فرشاد سیرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و کالنجی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 نظام مهندسی: ۱۵۴۰۰۰۱۷۲۷۶  
 پروانه مهندسی: ۱۵۴۰۰۰۰۲۸۱۵  
 شماره شهرسازی: ۱۵۴۰۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

1. Steady
2. Two Dim.
3.  $\dot{q} = 0$
4. Cons. prop.

a. Temp. Dist. (توزیع دما) :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

\* برای حل معادله فوق روشهای زیر را بررسی می کنیم :

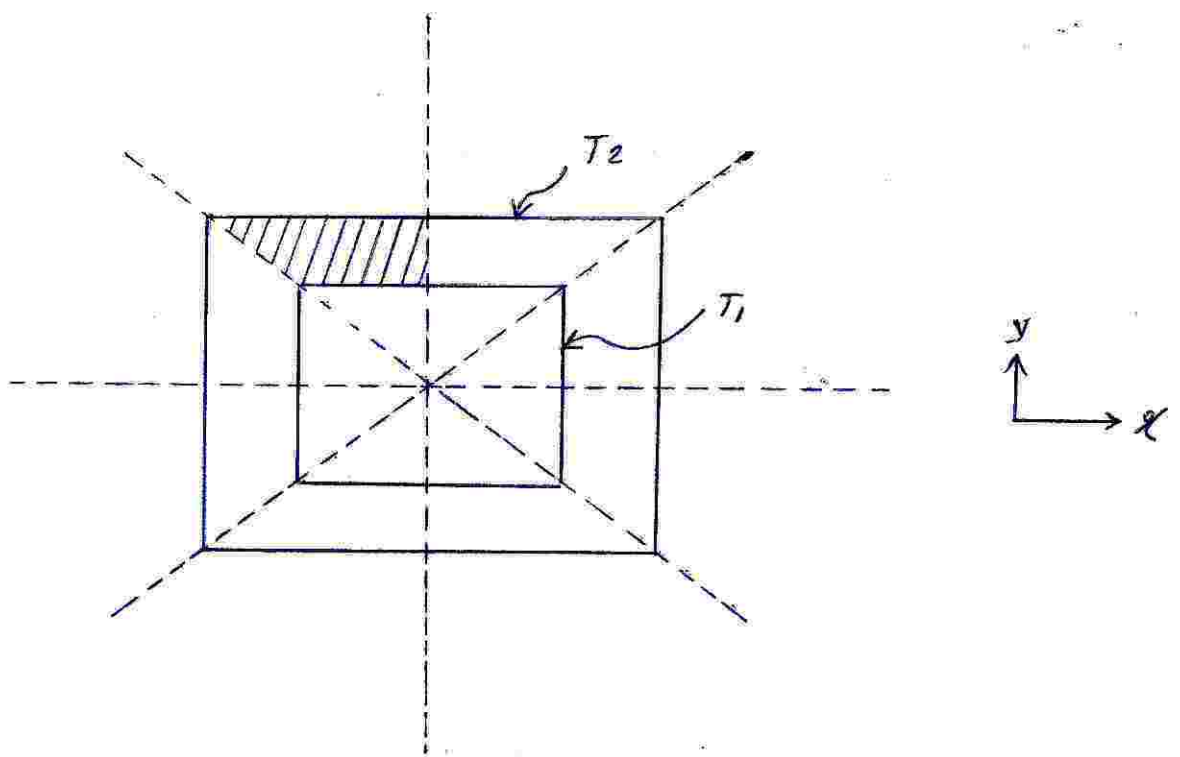
- 1- Analytical method
- 2- Graphical method
- 3- Electrical Analogy
- 4- Finite Difference Method

این روش حل دقیق است اما برای -  
 شرایط مرزی خیلی ساده و شکل هندسی -  
 ساده استفاده می شود. در کتاب هولمز  
 یک حل تحلیلی ارائه شده که مطالعه شود  
 (ابتدای فصل ۳)

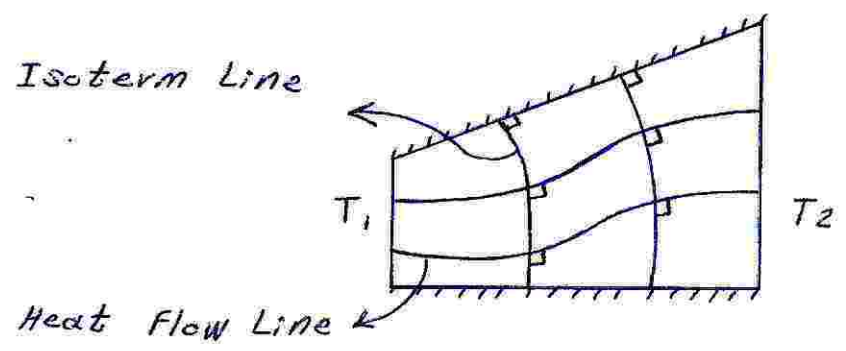
1. Analytical :

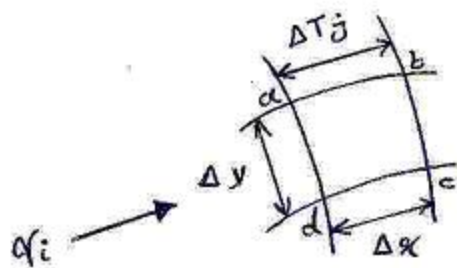
## 2. Graphical Method :

- \* شرایط مرزی باید دما ثابت ( *Isoterm* ) یا عایق باشد . این - روش حدود ۳۰ سال پیش معمول بوده .



- \* یکی از مقاطع را بیرون می کشیم . خطوط تقارن عایق ها هستند :





$$\Delta x = \frac{ab + cd}{2}$$

$$\Delta y = \frac{ad + bc}{2}$$

(باید) :  $\Delta x \approx \Delta y$

\*\* روش ترمیمی :

$$* \quad \dot{Q} = \sum_i \dot{Q}_i = M \cdot \dot{Q}_i$$

$$\dot{Q}_i = K (\Delta y \cdot l) \frac{\Delta T_j}{\Delta x}$$

$$* \quad \Delta T_{1-2} = \sum_j \Delta T_j = N \Delta T_j$$

$$* \quad \dot{Q} = M \cdot \dot{Q}_i = \frac{M \cdot l}{N} K \Delta T_{1-2}$$

$$\dot{Q} = \frac{M \cdot l}{N} \cdot K \cdot \Delta T_{1-2}$$

$M$  - تعداد Heat passage یا کانالهای جریان گرم است (در اینجا ۳ تا است)  
 $l$  - عمود بر صفحه کاغذ است. (ضخامت)  
 $N$  - تعداد اختلاف دما بین خطوط همدم. (در اینجا ۳ تا است)

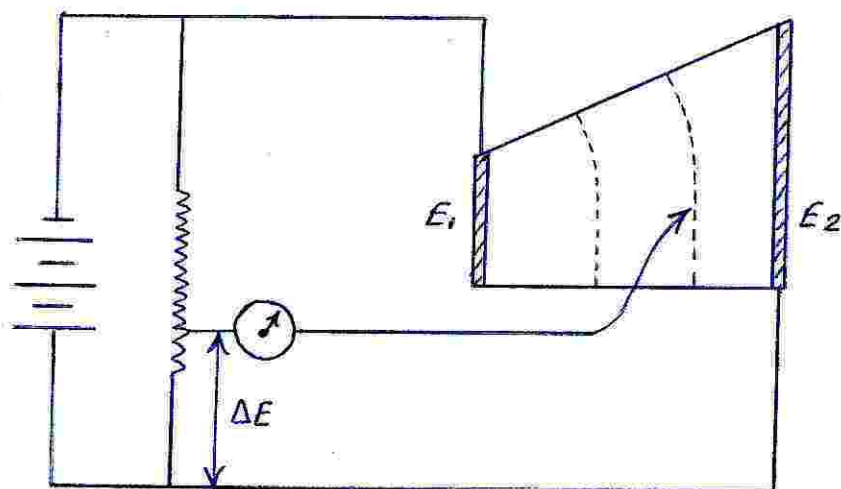
$$\dot{Q} = S \cdot K \cdot \Delta T_{1-2}$$

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 ۱۵۳-۵-۱۷۲۷۶ نظام مهندسی  
 ۱۵۳-۵-۵۲۸۱۵ پروانه مهندسی  
 ۱۵۳-۵-۱۲۲۲ شماره شهرسازی

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

\* در جدول 3.1 حولی  $S = \frac{M \cdot l}{N}$  (Shape Factor) داده شده.

3. *Electrical Analogy*

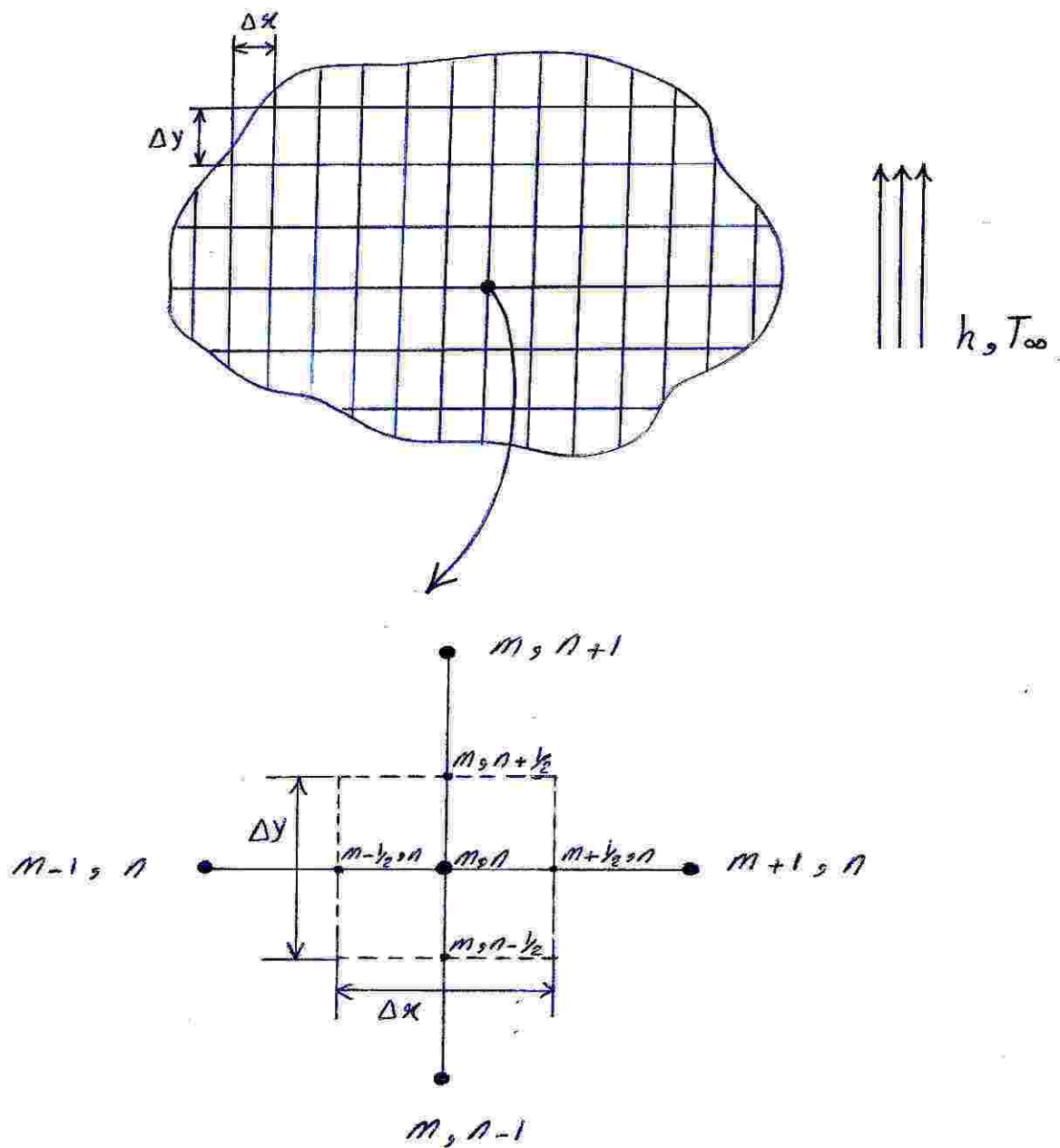


$$\left( \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} = 0 \right)$$

\* یعنی بجای  $T_1$  و  $T_2$  با  $\epsilon_1$  و  $\epsilon_2$  داریم و تشابهی است با الکتریسیته و می توان خطوط هم پتانسیل را که همان خطوط هم دما است در آنجا به شکل برداشت آورد و درستی روش ترمیمی را بررسی نمود.

4. *Finite Difference Method*  
روش اختلاف محدود





$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (9)$$

$$\left. \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right|_{m, n} = \frac{\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{m+1/2, n} - \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{m-1/2, n}}{\Delta x} \quad (10)$$



فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 نظام مهندسی: ۱۵۳۰۰-۱۷۲۷۶  
 پروانه مهندسی: ۱۵۳۰۰-۰۲۸۱۵  
 شماره شهرسازی: ۱۵۳۰۰-۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{m+\frac{1}{2}, n} = \frac{T_{m+1, n} - T_{m, n}}{\Delta x}$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{m-\frac{1}{2}, n} = \frac{T_{m, n} - T_{m-1, n}}{\Delta x}$$

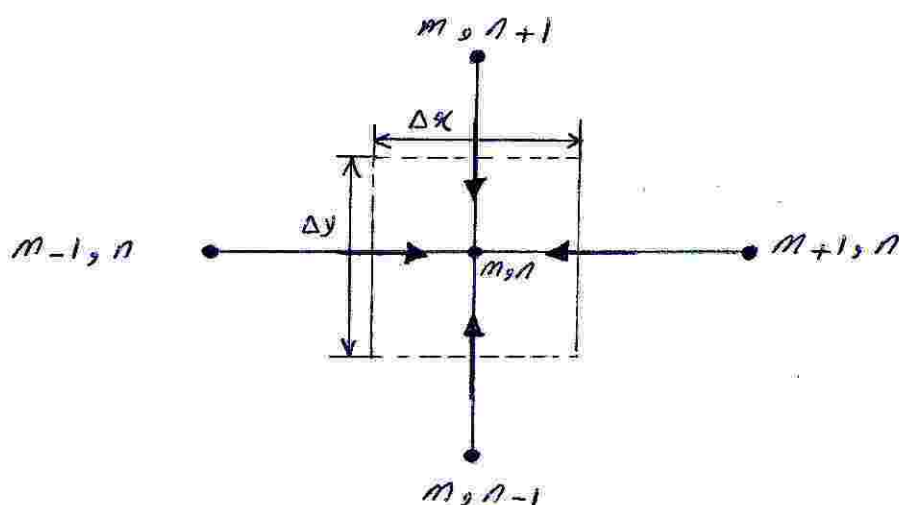
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{m+1, n} + T_{m-1, n} - 2T_{m, n}}{(\Delta x)^2}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{T_{m, n+1} + T_{m, n-1} - 2T_{m, n}}{(\Delta y)^2}$$

(۲)

$$T_{m, n+1} + T_{m, n-1} + T_{m+1, n} + T_{m-1, n} - 4T_{m, n} = 0 \quad (۱۵)$$

\* یعنی معادله دیفرانسیل (۳) را به معادله جبری (۱۵) تبدیل کردیم. این معادله می‌گیرید دمای هر نقطه برابر است با میانگین چهار نقطه اطراف آن. معادله (۱۵) تنها برای Conduction است و برای نقاط مرزی که تحت Convection هم است باید انرژی بالانس برای جمع کنترل نوشته شود.



\* هر نقطه  $(m, n)$  نماینده یک سطح خط چین است که فرض شده برای همه نقاط آن یکسان است و این خود عامل خطا در این روش است که امروزه با کامپیوترهای سرعت بالا و ریز کردن شبکه تا حد ممکن خطا را کاهش می دهند.

$$\sum_{i=1}^4 \varphi_{i \rightarrow (m, n)} = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_{m-1, n \rightarrow m, n} = K (\Delta y \times 1) \cdot \frac{T_{m-1, n} - T_{m, n}}{\Delta x} \\ \varphi_{m+1, n \rightarrow m, n} = K (\Delta y \times 1) \cdot \frac{T_{m+1, n} - T_{m, n}}{\Delta x} \\ \varphi_{m, n+1 \rightarrow m, n} = K (\Delta x \times 1) \cdot \frac{T_{m, n+1} - T_{m, n}}{\Delta y} \\ \varphi_{m, n-1 \rightarrow m, n} = K (\Delta x \times 1) \cdot \frac{T_{m, n-1} - T_{m, n}}{\Delta y} \end{array} \right. \longrightarrow$$

معادله (۱۵) را می دهد.

$$T_{m,n+1} + T_{m,n-1} + T_{m-1,n} + T_{m+1,n} + \frac{\dot{q}(\Delta x \Delta y \cdot 1)}{K} =$$

$$4T_{m,n} = 0$$

\* در جدول 3.2 هر یک حالات مرزی بیان شده که باید بتوان ۲ نهال با  
روشن انرژی بالایی بدست آورد.

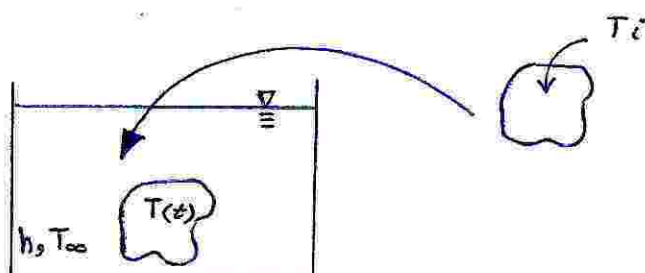
**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
طراحی - نظارت - اجرا  
نظام مهندسی: ۱۵-۴-۵-۱۷۲۷۶  
پروانه مهندسی: ۱۵-۴۰۵-۵۲۸۱۵  
شماره شهرسازی: ۱۵۴-۵۱۲۴۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

# Unsteady State Conduction :

1. General Solution : (در کتاب هوانج مطالعه شود)

2. Lumped Capacitance Method



$$(T_{\infty} < T_i)$$

\* قطعه‌ای را از کوره درآورده و در حوضچه روغن قرار می‌دهیم. اگر دمای سراسر قطعه همزمان بالا یا پایین رود می‌گوییم قطعه یکپارچه یا (lumped) است.

$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} + \dot{E}_g = \dot{E}_{st} \quad \rightarrow$$

$$- \dot{E}_{out} = \dot{E}_{st} \quad \rightarrow \quad -h \cdot A_s (T(t) - T_{\infty}) = \rho C V \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$T(t) - T_{\infty} = \theta(t)$$

$$-h A_s \theta(t) = \rho C V \frac{\partial \theta}{\partial t} \longrightarrow$$

$$\frac{\rho C V}{h A_s} \int_{\theta_i}^{\theta} \frac{d\theta}{\theta} = - \int_0^t dt \longrightarrow$$

$$t = \frac{\rho C V}{h A_s} \ln \frac{\theta_i}{\theta}$$

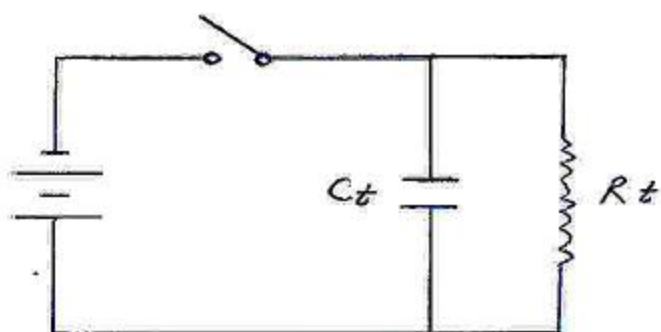
$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T(t) - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = \exp \left[ - \left( \frac{h A_s}{\rho C V} \right) t \right]$$

\* جست به این که  $\theta$  را خواهیم یا  $t$  را از روابط فوق برای سیستم *lumped* استفاده می کنیم.

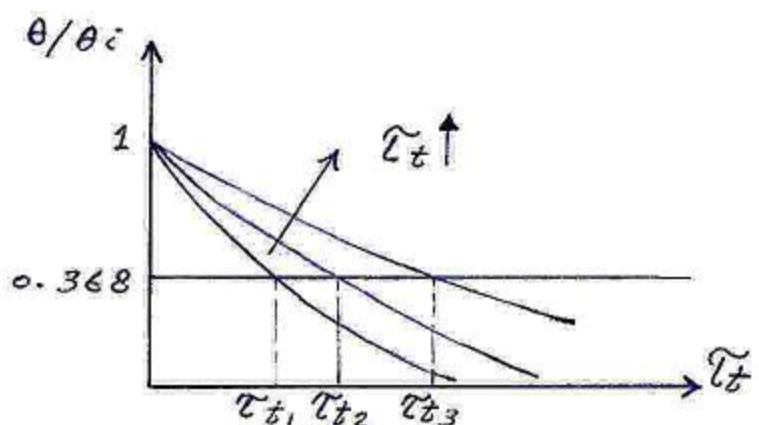
$$\left\{ \begin{array}{ll} R_{conv} = \frac{1}{h A_s} & : \text{Convection Resistance} \\ \rho C V = C_t & : \text{lumped thermal capacitance} \\ \tau_t = R_t \cdot C_t & : \text{Thermal time Constant} \end{array} \right.$$



مقایسه با خازن :

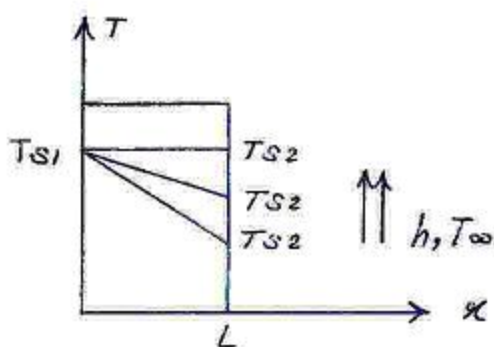


وقتی کلید بسته است خازن شار می شود (مثل حالتی که جسم در کوره گرم می گیرد). اگر کلید باز شود خازن در مقاومت تخلیه می شود.



$$* \quad q_x = -K A \frac{dT}{dx}$$

$$\frac{dT}{dx} \rightarrow 0 \quad \longrightarrow \quad K \rightarrow \infty$$



**فرشاد نسرایسی** - مهندس پایه یک تأسیسات و مکانیک  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶  
 پروانه مهندسی: ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵  
 شماره شهرسازی: ۱۵۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

معادله بالانس :  $\frac{KA}{L} (T_{S1} - T_{S2}) = hA (T_{S2} - T_{\infty})$   
برای سطح

$$\frac{T_{S1} - T_{S2}}{T_{S2} - T_{\infty}} = \frac{L/KA}{1/hA} = \frac{R_{cond}}{R_{conv}} = \frac{h \cdot L}{K} = Bi \text{ (بیوت)}$$

در مسائل (unsteady) :  $Bi = \frac{h \cdot L_c}{K}$  ، شکل می دهیم :

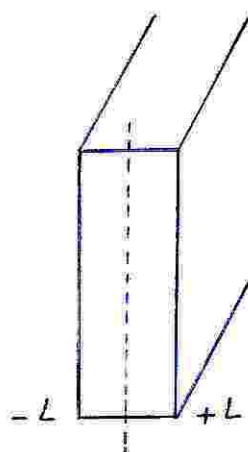
$$(Bi) \text{ Number} < 0.1 \rightarrow \text{سیستم lumped است}$$

$$\begin{cases} L_c = \frac{V}{A} & (\text{طول مشخصه}) \\ A: \text{سطحی که در معرض Conv. است} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V = \frac{4}{3} \pi r_o^3 \\ A_s = 4 \pi r_o^2 \end{cases}$$

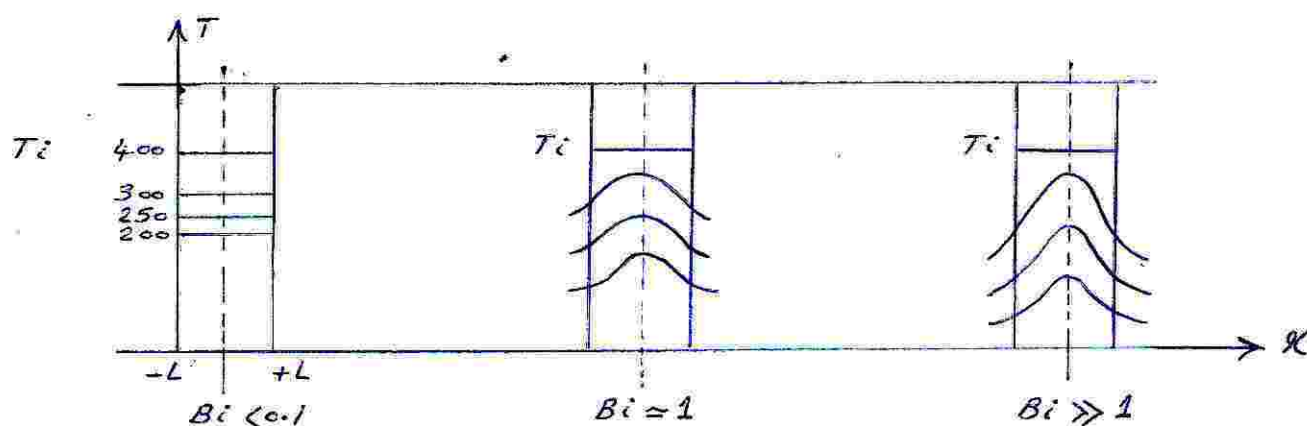
مثلاً برای کره :

$$L_c = \frac{r_o}{3}$$



$h, T_{\infty}$

\* اگر  $Bi > 0.1$  باشد همواره گرادیان دما خواهیم داشت.



$T_i = T(x, 0)$

$$\frac{h \cdot A_s \cdot t}{\rho V C} = \frac{h \cdot t}{\rho C L_c} = \frac{h \cdot L_c}{k} \cdot \frac{k}{\rho C} \cdot \frac{t}{L_c^2}$$

نکته -

$$\frac{h A_s t}{\rho V C} = \frac{h L_c}{k} \cdot \frac{\alpha t}{L_c^2} = Bi \cdot Fo$$

\* یعنی برای صرفه جویی در وقت و هزینه حاصل را بصورت ضرب دو عدد بی بعد - در آورده ایم.

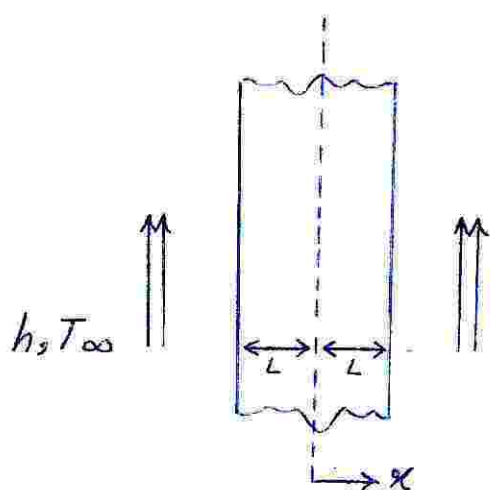
$Bi$  - بایوت  
 $Fo$  - فوریر

# One Dimensional System With Convective Surface Conditions :

\* یعنی حالتی که  $(Bi)$  کوچکتر از 0.1 نشود.

$$Fo = \frac{\alpha t}{L_c^2} > 0.2$$

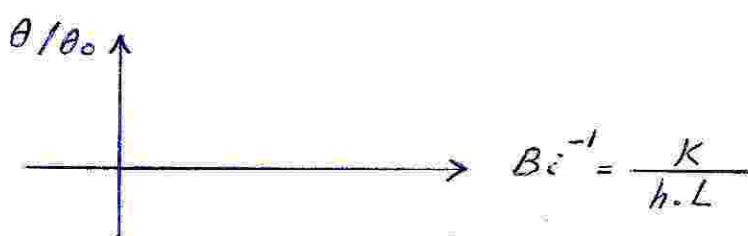
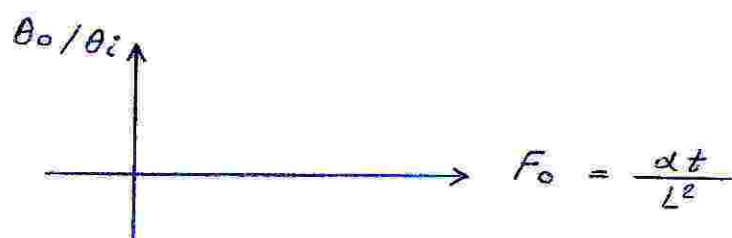
1. Plane wall :



$$\begin{cases} T(x, 0) = T_i \\ T_\infty \neq T_i \\ \theta_0 = T_0 - T_\infty \\ \theta_i = T_i - T_\infty \end{cases}$$

میان خط center  
T\_0 است.

\* صفحه 120 کتاب هارین شکل 4.9 :



**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و کالبدی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 نظام مهندسی: ۱۷۲۷۶-۰۴-۱۵  
 پروانه مهندسی: ۰۲۸۱۵-۰۴-۱۵  
 شماره شهرسازی: ۰۱۲۲۲-۰۴-۱۵

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)



\* اگر  $Bi^{-1}$  مثلاً ۱۰۰ شود  $Bi$  ۰.۰۱ می شود و ما بین ۰.۱ تا ۰.۰۱ می توانیم از سیستم *lumped* استفاده کنیم و می توان از خود - چارت هم استفاده کرد.

\* اگر دمای *Center line* را بدهند و  $\theta_0$  را بخواهند  $(F_0)$  را حساب می کنیم.

\* اگر دما را در جایی غیر از *Center line* بخواهیم از مبحث ۴.۱۲ - استفاده می کنیم.

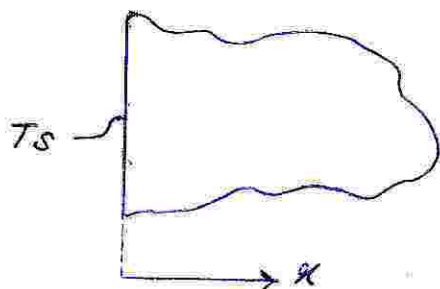
\* چارت ۴.۱۶  $\alpha$  (کل انرژی حرارتی خارج شده یا وارد شده به قطعه) را می دهد که در آن  $\alpha_0 = P h C (T_i - T_\infty)$ .

$$\frac{T_i + T_\infty}{2} = T$$

اجسام نیمه بینهایت (Semi infinite)



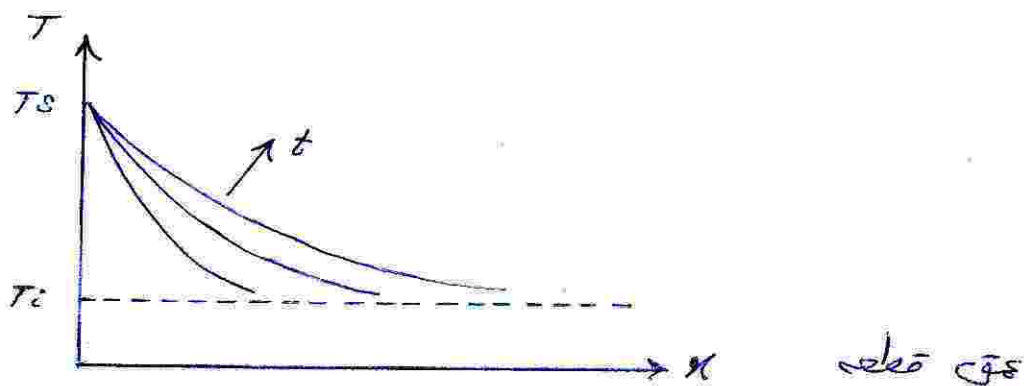
d. Const. Surface Temp. :



$$T(x, 0) = T_i$$

$$T(0, t) = T_s$$

\*  $T(x, 0)$  مساوی  $T_i$  است یعنی دما در امتدادی جسم نیمه متناهی (مثلاً زمین، اقیانوس، ستون بلند و...) همواره ثابت است و این فرض اساسی در حل تحلیلی است.



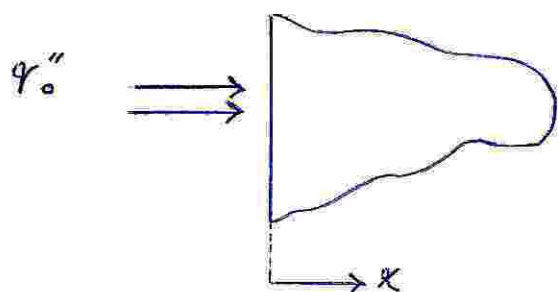
$$\frac{T(x, t) - T_s}{T_i - T_s} = \operatorname{erf} \left( \frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} \right)$$

$$q_s''(t) = -k \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{k(T_s - T_i)}{\sqrt{\pi \alpha t}}$$

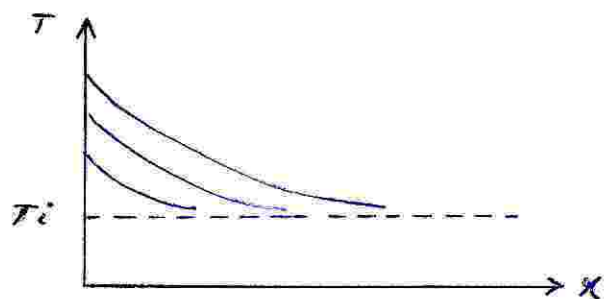
$\operatorname{erf}(w)$ : Gaussian Error Function

\* در شکل 4.4 اولین منحنی (erf) داده شده.

b. Constant heat Flux :



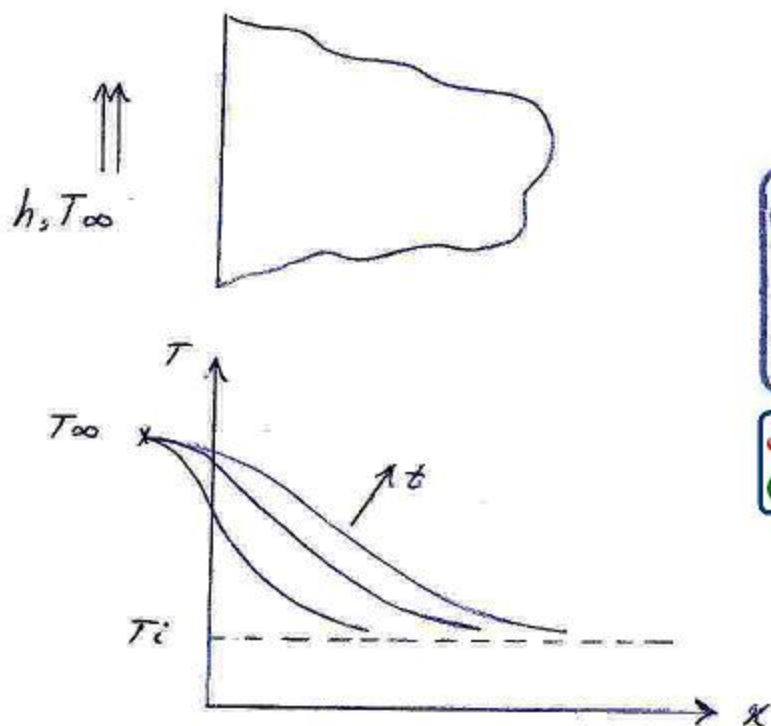
\* مثلاً حالتی که زمین یا سطح اقیانوس تحت فشار ثابتی مثل تابش خورشید قرار گرفته است. دمای اعلائی  $T_i$  می ماند.



$$* \quad T(x, t) - T_i = \frac{2 q''_0 \left( \frac{\alpha t}{k} \right)^{1/2}}{k} \cdot \exp \left( \frac{-x^2}{4\alpha t} \right) - \frac{q''_0 x}{k} \cdot \operatorname{erf} \left( \frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} \right)$$

\* خواص ترموفیزیکی را در دمای  $T_i$  درست می آوریم.

### C. Surface Convection :



**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 ۱۵۴۰۰۰۰۱۷۲۷۶ - نظام مهندسی  
 ۱۵۴۰۰۰۰۰۲۸۱۵ - پروانه مهندسی  
 ۱۵۴۰۰۰۰۱۲۲۲ - شماره شهرسازی

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$\frac{T(x,t) - T_i}{T_\infty - T_i} = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) - \left[ \exp\left(\frac{hx}{k} + \frac{h^2 \alpha t}{k^2}\right) \right] \times$$

$$\left[ \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} + \frac{h\sqrt{\alpha t}}{k}\right) \right]$$

\* مفعی 4.7 کتاب هولمن .

\* خواص لادر  $\frac{T_i + T_\infty}{2}$  حساب می کنند (چون Conv خارج)

**فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی**

طراحی - نظارت - اجرا

۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶

نظام مهندسی:

۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵

پروانه مهندسی:

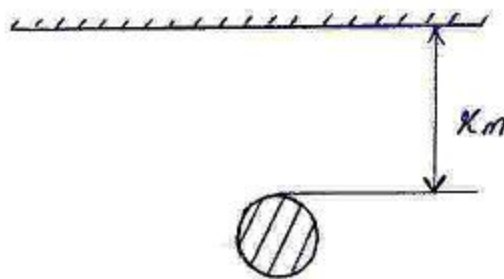
۱۵۴۰۰-۰۱۲۲۲

شماره شهرسازی:

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی

دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

مثال ۱ - باتوجه به شکل زیر حداقل عمق نصب لوله آب چقدر باشد تا آب یخ نزنند. درجه حرارت اولیه خاک بصورت یکنواخت  $10^{\circ}\text{C}$  بوده و به مدت ۶ روز درجه سطح خاک  $15^{\circ}\text{C}$  - می باشد.



$$* T(x_m, 60 \text{ days}) = 0^{\circ}\text{C}$$

- 1 - one dim.
- 2 - semi-infinite solid
- 3 - Const. prop.

Properties of Soil : ( $293.15 \approx 300^{\circ}\text{K}$ )

$$\frac{T(x_m, t) - T_s}{T_i - T_s} = \text{erf} \left( -\frac{x_m}{2\sqrt{\alpha t}} \right)$$

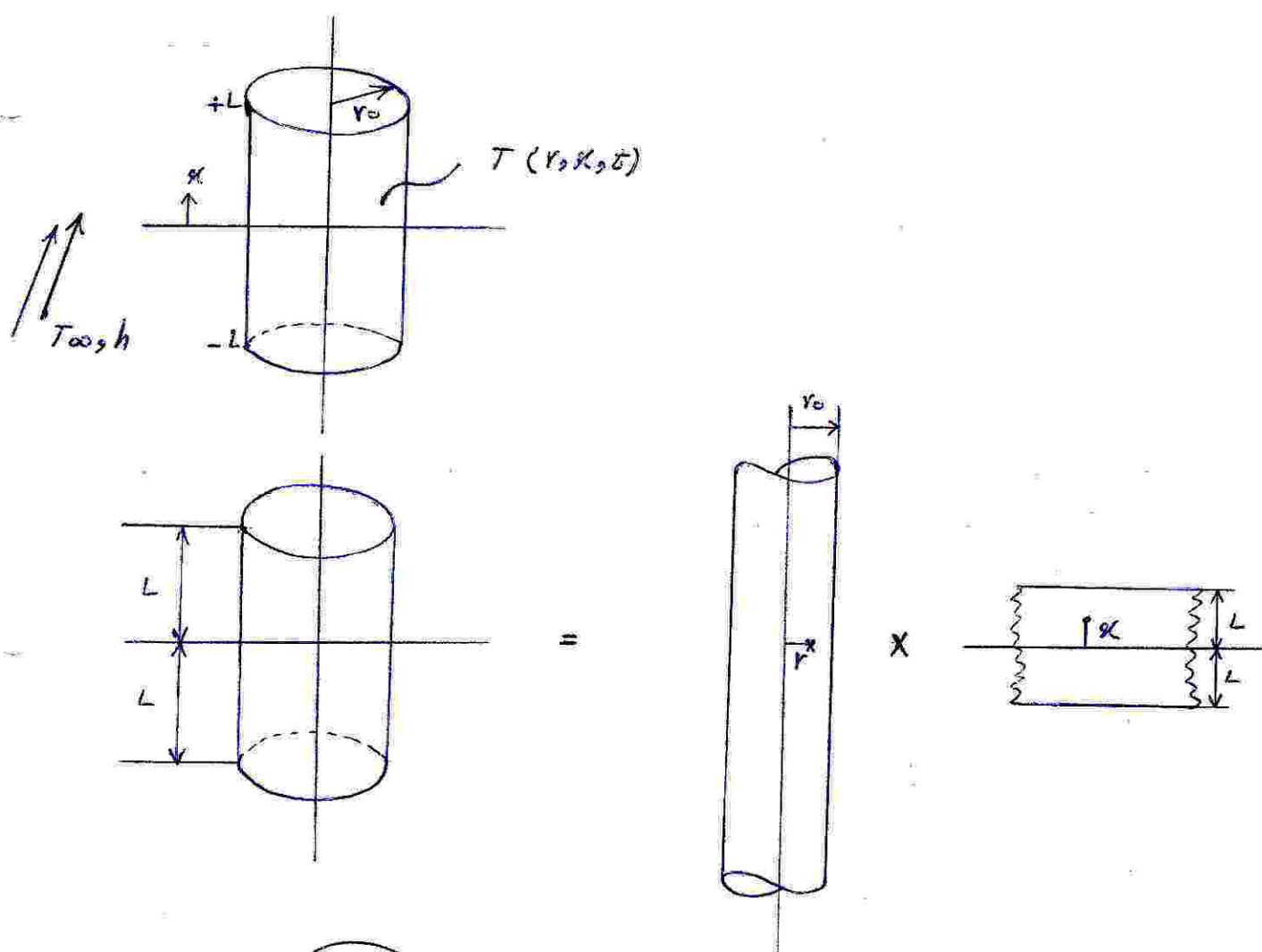
$$\frac{0 - (-15)}{T_i - T_s} = 0.429 = \text{erf} \left( -\frac{x_m}{2\sqrt{\alpha t}} \right)$$

$$\frac{x_m}{2\sqrt{\alpha t}} = 0.4$$



$$x_m = 0.58 \text{ m}$$

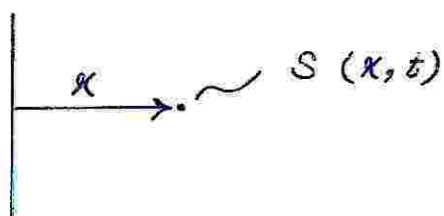
Multidimensional Systems :



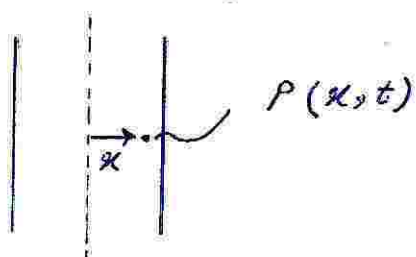
$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$



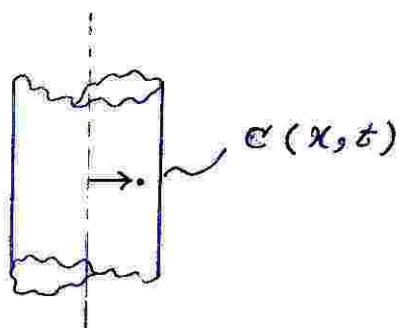
\* یعنی مسئله را یک استوانه با طول  $\infty$  و یک دیواره به ضخامت  $2L$  در نظر می گیریم که برخورد آنها استوانه بطول  $2L$  را می دهد و چون حل هر کدام را در معادله هینزلی خارج جوابها را یافته و در هم ضرب می کنیم.



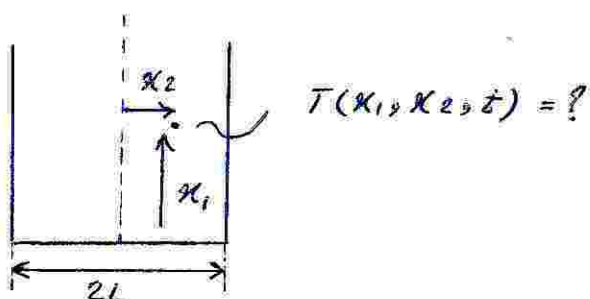
: Semiinfinite solid - a



: plane wall - b



: Infinite cylinder - c



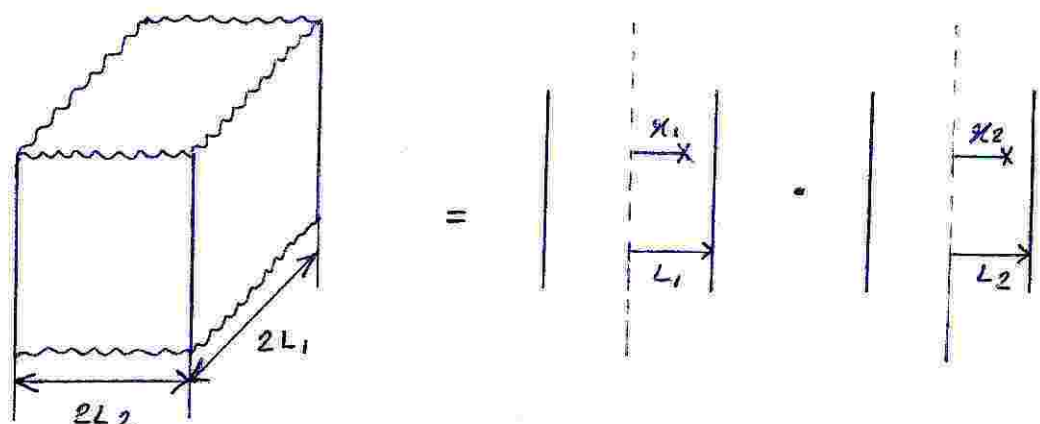
: Semiinfinite plate - d

$$\frac{T(x_1, x_2, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = S(x_1, t) \cdot P(x_2, t)$$

$$= \left( \frac{\theta(x_1, t)}{\theta_i} \right)_{\text{Semi.}} \cdot \left( \frac{\theta(x_2, t)}{\theta_i} \right)_{\text{Plane.}}$$

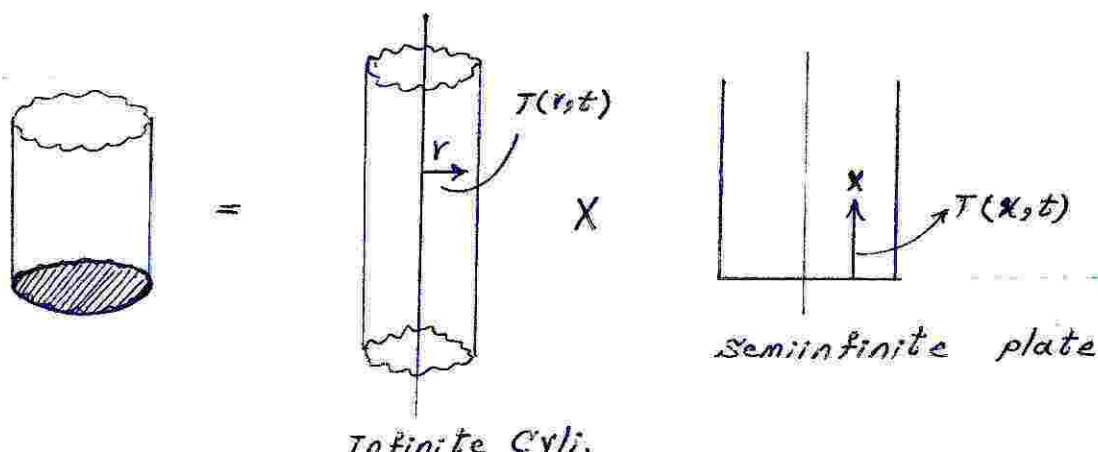
\* بدین ترتیب با ادغام اشکال فوق حالاتی را که در مسئله نیاز داریم ایجاد می کنیم. مثلاً :

(Infinite)



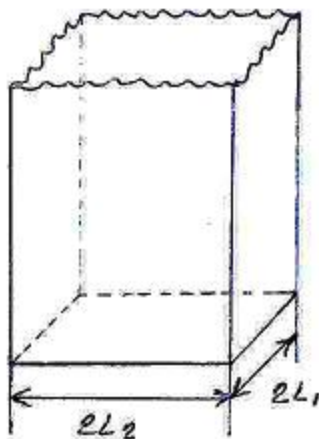
$$\frac{T(x_1, x_2, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = P(x_1, t) \cdot P(x_2, t)$$

\* مثلاً : Semiinfinite cylinder با قطع دادن  $\alpha$  و  $\alpha'$  حاصل می شود :



$$= C(x, t) \times S(x, t)$$

\* مثلاً :

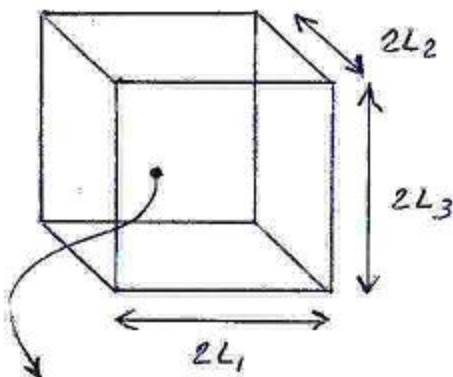


**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 ۱۵۴-۵-۱۷۲۷۶ : مقام مهندسی  
 ۱۵۴-۵-۵۲۸۱۵ : پروانه مهندسی  
 ۱۵۴-۵-۱۲۲۲ : شماره شهرسازی

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

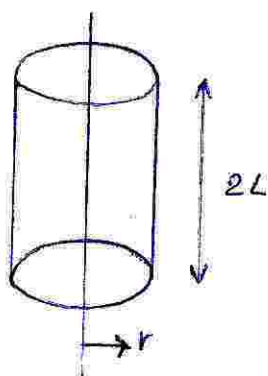
$$\frac{T(x_1, x_2, x_3, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \left( \frac{\theta}{\theta_i} \right)_{PL_1} \cdot \left( \frac{\theta}{\theta_i} \right)_{PL_2} \cdot \left( \frac{\theta}{\theta_i} \right)_{Semi.}$$

$$= P(x_1, t) \cdot P(x_2, t) \cdot S(x_3, t)$$



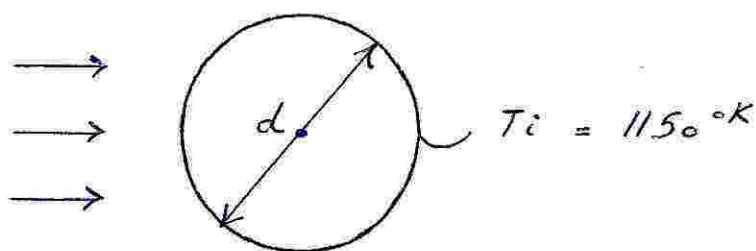
$$= P(x_1, t) \cdot P(x_2, t) \cdot P(x_3, t)$$

$$T(x_1, x_2, x_3, t)$$



$$= P(x, t) \cdot C(r, t)$$

مسئله - ۴ - ۵ - اینکریپرا -



$$\left\{ \begin{array}{l} T_{\infty} = 325^{\circ}\text{K} \\ h = 20 \text{ W/m}^2\text{K} \\ T = 400^{\circ}\text{K} \\ K_{st} = 40 \text{ W/mK} \\ \rho = 7800 \text{ Kg/m}^3 \\ C = 600 \text{ J/KgK} \\ t = ? \end{array} \right.$$

گلوله مسی را ابتدا داغ کرده و سپس در معرض Conv. قرار می دهیم تا ساختگی آن بالا رود.

\* چون زبان اخواسته پس مسئله unsteady است.

1- unsteady

4 - Radiation  $\approx 0$

2- Cons. prop.

3-  $\dot{q} = 0$

$$Bi = \frac{h \cdot l_c}{K}$$

$$Bi = \frac{20 \cdot \frac{r_o}{3}}{40} = 0.001 < 0.1 \quad \longrightarrow$$

System is Lumped

$$* \quad t = \tau_t \ln \frac{\theta_i}{\theta}$$

$$\tau_t = R_t \cdot C_t$$

$$\theta_i = T_i - T_\infty = 825^\circ K$$

$$\theta = T_1 - T_\infty = 75^\circ K$$

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تاسیسات و مکانیک  
طراحی - نظارت - اجرا  
نظام مهندسی: ۱۵۴۰۵-۱۷۲۷۶  
پروانه مهندسی: ۱۵۴۰۵-۰۲۸۱۵  
شماره شهرسازی: ۱۵۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$t = \frac{\rho C V}{h A_s} \ln \frac{825}{75} = 1122 s = 18.7 \text{ Minet}$$

\* اگر فرضی ناچیز بودن تسلسع را در نظر بگیریم به جواب فوق می رسیم.

مسئله - ضریب انتقال حرارت برای جریان هوائی یک کره مسی با توجه به تاریخچه زمان دمای این کره تعیین می شود. قبلاً (پیش از - Conv.) دمای آن  $66^\circ C$  بود. ۵۹٪ پس از اتمام Conv. ترموکوپل دمای  $55^\circ C$  را نشان می دهد. ابتدا فرضی کرده و سپس



توجه کنید که رفتار کرد نظیر یک جعبه Iso term است و  $h$  را بیابید.

$$\left\{ \begin{array}{l} L = 12.7 \text{ mm} \\ T_{\infty} = 27^{\circ}\text{C} \\ T_i = 66^{\circ}\text{C} \\ t = 69 \text{ s} \\ T_s = 55^{\circ}\text{C} \\ h = ? \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \rho = 89.33 \text{ kg/m}^3 \\ C_p = 380 \text{ J/kgK}^{\circ} \\ K = 398 \text{ W/m}^2\text{K}^{\circ} \end{array} \right.$$

فرضیات :

- 1- Lumped sys.
- 2- Radiation is ناچیز
- 3- Cons. prop.
- 4-  $\dot{q} = 0$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\theta_t}{\theta_i} = \exp\left(\frac{-t}{R_t C_t}\right) \\ R_t = \frac{1}{hA} \\ C_t = \rho V C_p \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$\frac{55-27}{66-27} = 0.718 = \exp\left(\frac{-69}{\tau_t}\right) \rightarrow$$

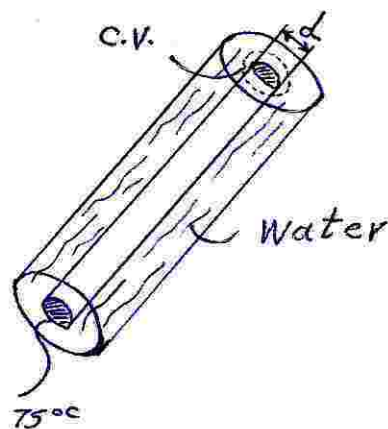
$$\tau_t = 298.3$$

$$h = 35.3 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$B = \frac{hL_c}{K} = 1.88 \times 10^{-4}$$

\* یعنی فرض Lumped درست بوده .

مسئله - در یک فرآیند صنعتی که به جریانهای الکتریکی مستقیم با شدت زیاد نیاز است میله‌های مسی رویوشن دار به قطر  $20\text{ mm}$  جریان را عبور می‌دهند و آب بطور پیوسته در اطراف میله جریان دارد و در  $1000\text{ A}$  دمای میله را در  $75^\circ\text{C}$  نگه می‌دارد. مقاومت میله  $0.15\ \Omega/\text{m}$  است. در این فرآیند مشکل هنگامی است که جریان آب متوقف شود. در این حالت انتقال حرارت از سطح به صفر میل کرده و میله خوب خواهد شد. زمان لازم برای شروع خوب چقدر است ؟



$$d = 20\text{ mm}$$

$$I = 1000\text{ A}$$

$$T_i = 75^\circ\text{C}$$

$$R = 0.15\ \Omega/\text{m}$$

$$T_{\text{melting}} = 1358^\circ\text{K}$$

$$T = \frac{348 + 1358}{2}$$

$$T = 853^\circ\text{K}$$

$$c_p = 488\ \text{J/kgK}$$

$$\rho = 8933\ \text{kg/m}^3$$

\* خواص را در دمای متوسط درست می‌آوریم.

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی

طراحی - نظارت - اجرا

۱۵۴۰۰۱۷۲۷۶

نظام مهندسی:

۱۵۴۰۰۰۲۸۱۵

پروانه مهندسی:

۱۵۴۰۰۱۲۲۲

شماره شهرسازی:

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی

دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

- ۱- جابجایی میله یکنواخت است
- ۲- Cons. prop.
- ۳- ناچیز  $q_R$  و  $q_{conv}$
- ۴-  $\dot{q} = E_g = E_{st}$

$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} + \dot{E}_g = \dot{E}_{st}$$

$$\dot{E}_g = \dot{E}_{st}$$

$$RI^2 = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \rho C_p V \frac{dT}{dt}$$

$$(0.15)(1000)^2 = 8433 \times 438 \frac{dT}{dt} \rightarrow$$

$$t = \frac{\rho C_p R d^2}{4 R I^2} (T_2 - T_1) \rightarrow$$

$$t = 8.275 \text{ Sec}$$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تأسیسات و مکانیک

طراحی - نظارت - اجرا

۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶

دکلم مهندسی

۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵

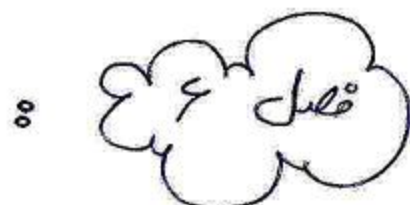
پروانه مهندسی

۱۵۴۰۰-۰۱۲۲۲

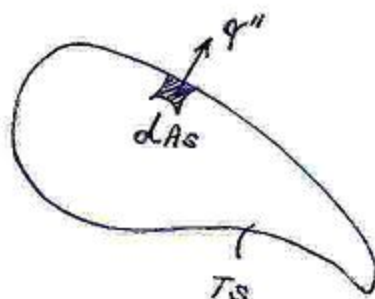
شماره شهرسازی

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی

دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)



$u_{\infty}$  و  $T_{\infty}$



$$q'' = h (T_s - T_{\infty}) \quad (1)$$

$$q_{tot} = \int_{A_s} q'' dA_s \quad (2)$$

$$q_{tot} = (T_s - T_{\infty}) \int_{A_s} h \cdot dA_s \quad (3)$$

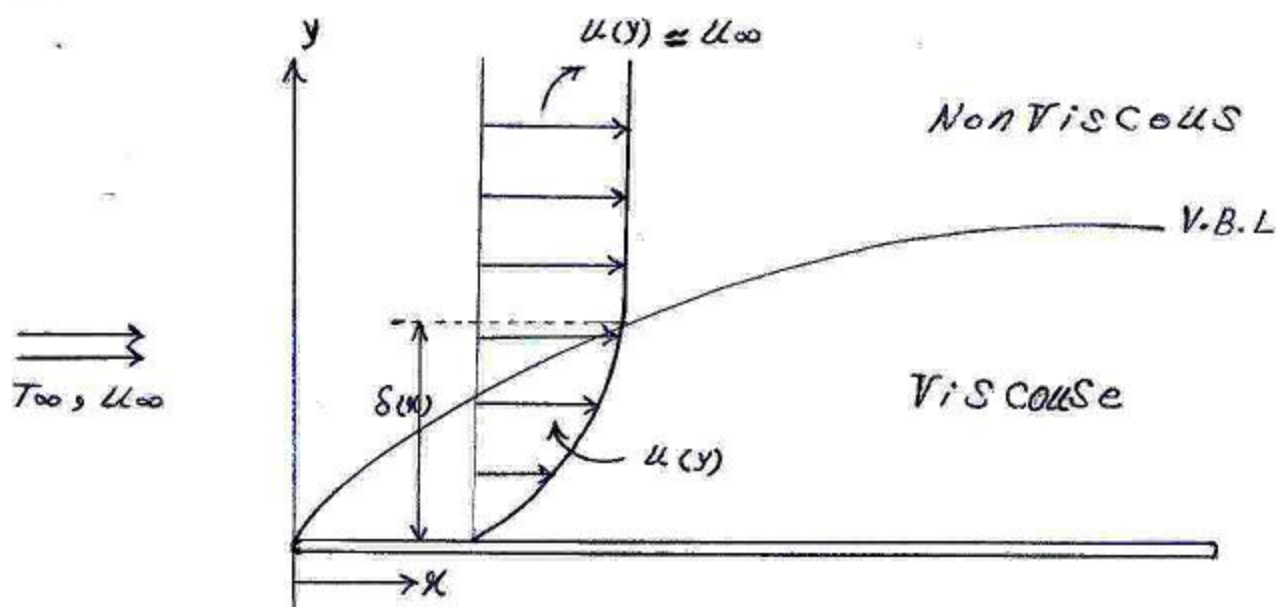
$$q = \bar{h} \cdot A_s (T_s - T_{\infty}) \quad (4)$$

$$\bar{h} = \frac{1}{A_s} \int_{A_s} h \cdot dA_s$$

۱- (Velocity Boundary layer)







$$* \quad u(y) = 0.99 u_{\infty} \rightarrow \text{ (Non Viscouse) }$$

$$C_{f,x} = \frac{\tau_s}{\frac{1}{2} \rho u_{\infty}^2} \quad (V) : \text{ Friction Coefficient}$$

$$\tau_s = \mu \cdot \left. \frac{du}{dy} \right|_{y=0}$$

$$C_{f,m} = \frac{1}{L} \int_0^L C_{f,x} dx$$

$$F_{\text{drag}} = W \cdot L \cdot C_{f,m} = \frac{\rho u_{\infty}^2}{2}$$

« نیروی چسب »

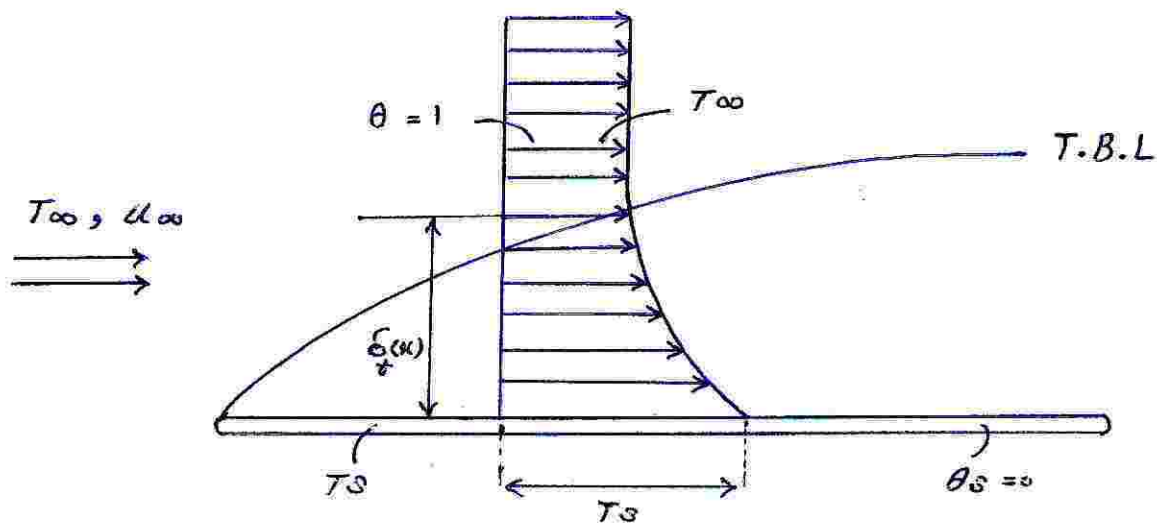
**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 ۱۵۴-۰۱۷۲۷۶ : نظام مهندسی  
 ۱۵۴-۰۰۵۲۸۱۵ : پروانه مهندسی  
 ۱۵۴-۰۱۲۲۲ : شماره شهرسازی

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)



: (Thermal B.L)

۲-



$$* \quad \theta(x, y) = \frac{T(x, y) - T_s}{T_\infty - T_s}$$

$$* \quad \text{اگر: } \frac{T(x, y) - T_s}{T_\infty - T_s} \approx 0.99 \rightarrow \text{که } \theta \text{ مربوط به آن ضخامت لایه مزبور است.}$$

$$q''_s = -K_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (9)$$

$$h(T_s - T_\infty) = -K_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}$$

$$(10) \quad h(x) = \frac{-K_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}}{T_s - T_\infty}$$

$K_f$  - ضریب Condu. -  
تساوی است در ناحیه‌ای  
که حرکت توده‌ای نداریم.

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و مکانیک  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 نظام مهندسی: ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶  
 پروانه مهندسی: ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵  
 شماره شهرسازی: ۱۵۴۰۰-۰۱۲۲۲

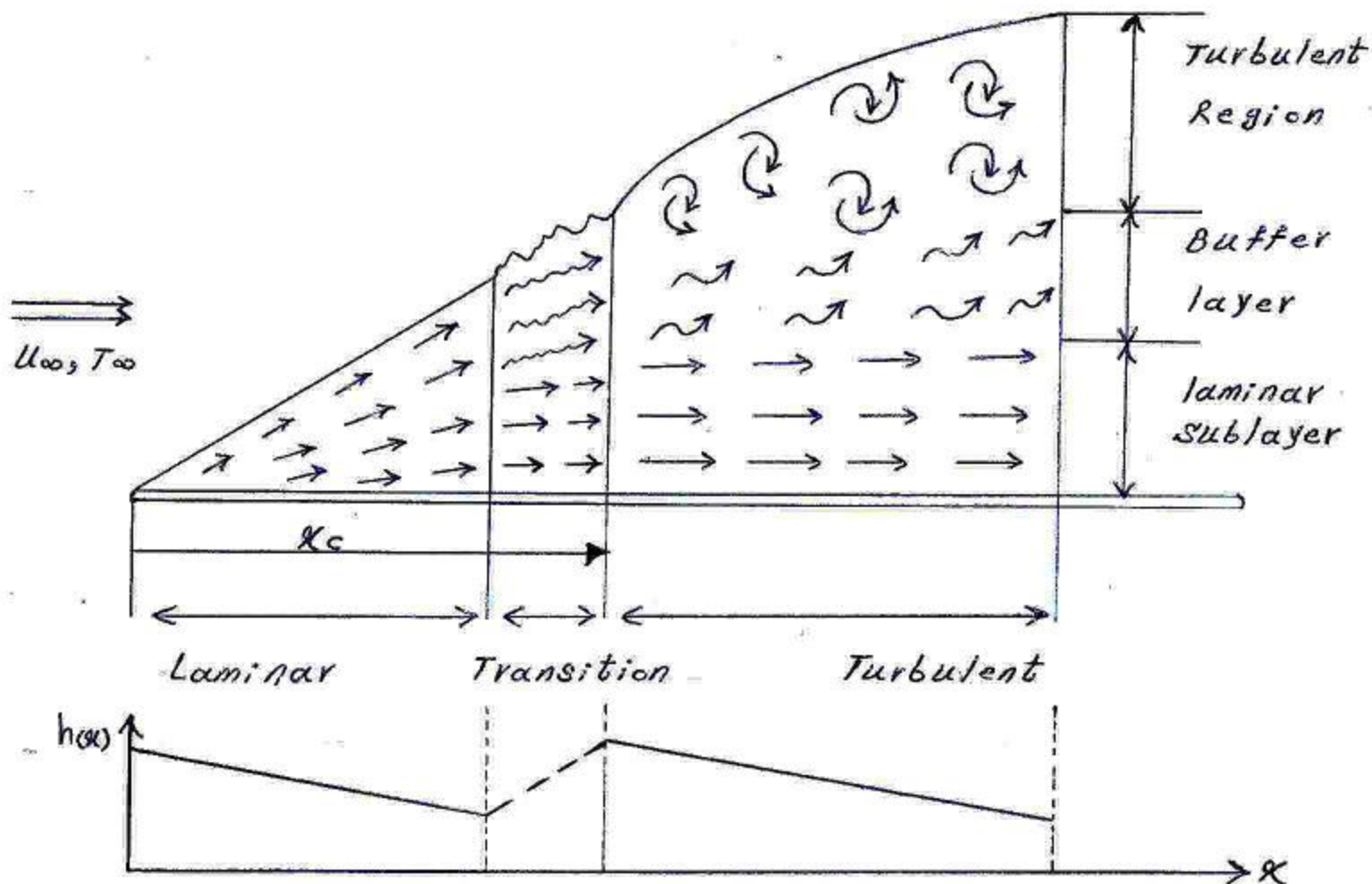
جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

\*  $h$  بدست آمده (Local) است.

\* در برخی از مراجع داریم:

$$\begin{cases} \theta(x, y) = \frac{T(x, y) - T_s}{T_\infty - T_s} \\ h(x) = K \left. \frac{\partial \theta(x, y)}{\partial y} \right|_{y=0} \end{cases}$$

\*  $V.B.L$  همیشه وجود دارد اما  $T.B.L$  تنها وقتی وجود دارد که اختلاف دما داشته باشیم.



$$Re = \frac{\rho \cdot u_{\infty} \cdot x}{\mu}$$

\* Critical Re No. {

- 1- Flat plate  $Re_c = 5 \times 10^5$
- 2- Cylinder  $Re_c = 2 \times 10^5$
- 3- Pipe (Internal)  $Re_c = 2300$

\* Critical (x) -  $x_c$

$$1- Bi = \frac{h \cdot L_c}{K}$$

$$2- C_f = \frac{\tau_s}{\frac{1}{2} \rho u_{\infty}^2}$$

$$3- Ec = \frac{u_{\infty}^2}{C_p (T_s - T_{\infty})}$$

$$4- Fo = \frac{\alpha t}{L_c^2}$$

$$5- f = \frac{\Delta P}{(L/D) (\rho u_m^2 / 2)}$$

$$6- j_H = St \cdot Pr^{2/3}$$

$$7- Nu_L = \frac{h L_c}{k_f}$$

$$8- Pe = Re \cdot Pr$$

$$9- Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

$$10- Re = \frac{u_{\infty} \cdot x}{\nu}$$

$$11- St = \frac{Nu}{Re \cdot Pr}$$

\* در  $Bi$  (K) مربوط به Solid است  
 اما در  $Nu$  (K) مربوط به سیال -  
 است.

# جریان خارجی External Flow

\* در جریان خارجی لایه مرزی می تواند تا هر حدی رشد کند.

\* در رابطه  $q = h A_s (T_s - T_\infty)$  برای محاسبه  $h$  به دوروش تئوریک و تجربی عمل می شود.

\*  $NU = \frac{h \cdot L_c}{k_f}$  (ناسبت)

$$NU = f(x, Re, Pr)$$

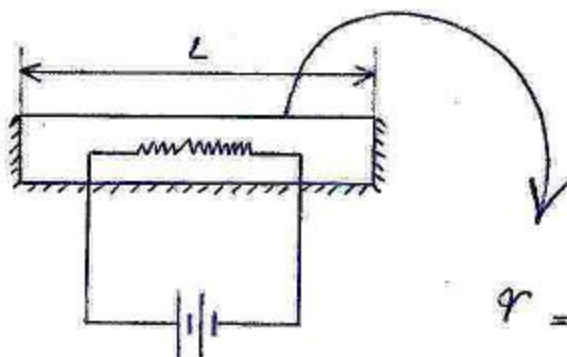
$$\bar{NU} = f(Re, Pr)$$

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و الکتریکی  
طراحی - نظارت - اجرا  
۱۵۴۰۵۰۱۷۲۷۶  
نظام مهندسی:  
۱۵۴۰۵۰۲۸۱۵  
پروانه مهندسی:  
۱۵۴۰۵۰۱۲۲۲  
شماره شهرسازی:

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

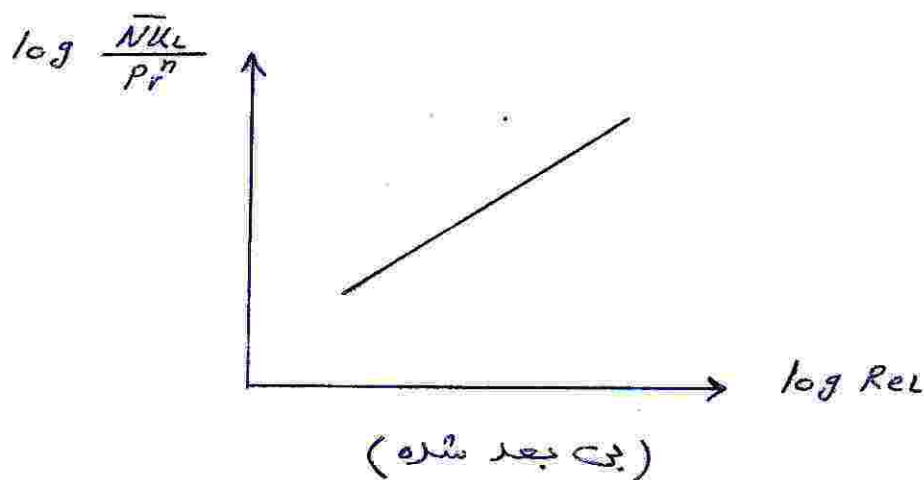
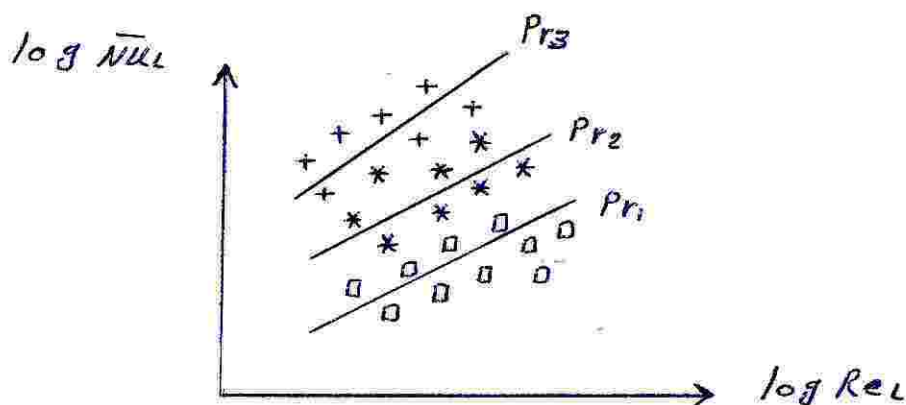
آنالیز:

$T_\infty$  و  $U_\infty$   
 $\Rightarrow$



$$q = I \cdot E = \bar{h}_L A_s (T_s - T_\infty)$$

$$\bar{h}_L = \frac{q}{A_s (T_s - T_\infty)}$$



$$Nu_L = c Re_L^m \cdot Pr^n$$

$$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2}$$

film Temp. ↘

\* اگر  $\left(\frac{Pr_\infty}{Pr_s}\right)^r$  یا  $\left(\frac{\mu_\infty}{\mu_s}\right)^r$ ، برای تصحیح رابطه در آن ضرب شود  
دیگر خواص را در  $T_f$  حساب نمی کنیم. کلیه خواص را در  $T_\infty$  حساب می کنیم

به جز خواصی که اندیس  $s$  دارد مثل  $Pr_s$  و ... .



# Flat plate in Parallel Flow

## 1- Laminar flow -

$$* C_{f,x} = \frac{\tau_{s,x}}{\frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2} = 0.664 Re_x^{-1/2} \quad (\text{exact: محقق})$$

$$\begin{cases} \frac{\delta(x)}{x} = 5 Re_x^{-1/2} \\ Re_x = \frac{U_{\infty} x}{\nu} \quad 0 < x < x_c \end{cases} \quad (\text{exact})$$

$$\begin{cases} Nu_x = \frac{h(x) x}{k} = 0.332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3} \\ 0.6 < Pr < 10 \quad Re_x < 5 \times 10^5 \end{cases}$$

local  
Nusselt  
Number

$$\begin{cases} Nu_x = 0.339 Pr^{1/3} Re_x^{1/2} \\ Pr \rightarrow \infty \quad Re_x < 5 \times 10^5 \end{cases}$$

\* بلبلات غليظة  
: بنية

$$\frac{\delta_t(x)}{\delta(x)} = Pr^{-1/3}$$

$$\begin{cases} C_{f,m} = 2 C_{f,x} = 1.328 Re_x^{-1/2} & : \text{Average} \\ F = W.L. C_{f,m} \cdot \frac{\rho U_\infty^2}{2} \end{cases}$$

$$\bar{h}_L = 2 h_x$$

$$\begin{cases} \bar{Nu}_L = \frac{\bar{h}_x \cdot L}{k} = 0.664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3} \\ 10 > Pr \geq 0.6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{Nu}_L = 0.678 Pr^{1/3} Re_L^{1/2} \\ Pr \rightarrow \infty \end{cases} \quad : \text{برای روغنها}$$

\* For Liquid Metals :  $Pr \rightarrow 0$   
In Laminar Flow

$$\begin{cases} Nu_x = 0.565 Pe_x^{1/2} \\ Pr \approx 0.05 \\ Pe_x = Re_x \cdot Pr \end{cases}$$

\* چون این فلزات مثل جیوه  $h$  بالایی دارند در نیروگاههای هسته ای برای خنک کاری - استفاده می کنند. لایه مرزی حرارتی در اینها خیلی بزرگتر از لایه مرزی سرعت است.

**خدمات فنی قابل ارائه از طرف شرکت مهندسی پتروپالامحور :**

- طراحی سیستم های لوله کشی (Piping)
- طراحی سیستم های مکانیکی ثابت (Fixed Equipment)
- طراحی سیستم های مکانیکی دوار (Rotary Equipment)
- طراحی سیستم های تاسیسات مکانیکی و تهویه مطبوع (Plumbing & HVAC)
- طراحی تاسیسات مکانیکی زیربنائی
- طراحی سیویل و سازه در پروژه های عمرانی و صنعتی



# Turbulent Flow

:

a. Schlichting Correlation -

$$\left\{ \begin{array}{l} ** \quad C_{f,x} = 0.0592 Re_x^{-1/5} \\ 5 \times 10^5 < Re_x < 10^7 \end{array} \right.$$

b. Schultz - Grunow Correlation -

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{f,x} = 0.37 (\log Re_x)^{-2.584} \\ 10^7 < Re_x < 10^9 \end{array} \right.$$

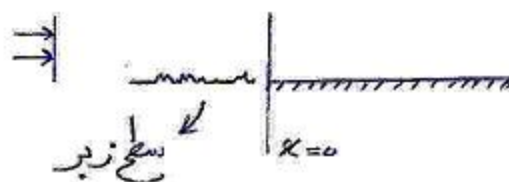


## Thickness of V.B.L

:

\*  $x=0$  : لایه مرزی محسوس از

$$\delta(x) = 0.381 x Re_x^{-1/5}$$



-1

۲- لایه مرزی :

$$\begin{cases} Re_c = 5 \times 10^5 \\ \delta(x) = x (0.381 Re_x^{-1/5} - 10256 Re_x^{-1}) \\ 5 \times 10^5 < Re_x < 10^7 \end{cases}$$

\* در حالت یک قبل از صفحه یک سطح زیر جریع که از  $x=0$  جریان مضبوط می‌شود اما حالت (۲) همان حالت عادی است.

Local Nusselt Number :

(chilton - colburn)

$$\begin{cases} Nu_x = 0.0296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3} \\ 0.6 < Re_x < 60 \end{cases}$$

\* در جریان مضبوط ضخامت  $T.B.L$  و  $V.B.L$  تقریباً برابر است و می‌توان از فرمولهای  $V.B.L$  استفاده کرد و  $\delta(x)$  را یافت.

The Mixed B.L Conditions



$$* \quad \bar{h}_L = \frac{1}{L} \left[ \int_0^{x_c} h_{\text{lam.}} dx + \int_{x_c}^L h_{\text{turb.}} dx \right]$$

$$\begin{cases} \bar{Nu}_L = (0.037 Re_L^{4/5} - A) Pr^{1/3} \\ A = 0.037 Re_{x_c}^{4/5} - 0.664 Re_{x_c}^{1/2} \end{cases}$$

$$* \quad \text{If } Re_{x_c} = 5 \times 10^5$$

$$\begin{cases} \bar{Nu}_L = (0.037 Re_L^{4/5} - 871) Pr^{1/3} \\ 0.6 < Re_x < 60 \\ 5 \times 10^5 < Re_L < 10^8 \\ Re_{x_c} = 5 \times 10^5 \end{cases}$$

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و کانکسی  
طراحی - نظارت - اجرا  
نظام مهندسی: ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶  
پروانه مهندسی: ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵  
شماره شهرسازی: ۱۵۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$\begin{cases} C_{f,m} = 0.074 Re_L^{-0.2} - \frac{B}{Re_L} \\ Re_c < Re_L < 10^7 \end{cases}$$

$$B = \begin{cases} 700 & \text{If } Re_c = 2 \times 10^5 \\ 1050 & " & " = 3 \times 10^5 \\ 1740 & " & " = 5 \times 10^5 \\ 3340 & " & " = 1 \times 10^6 \end{cases}$$

کتاب اینکسپرا :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{C}_{f,L} = \frac{0.074}{Re_L^{1/5}} - \frac{1742}{Re_L} \\ 5 \times 10^5 < Re_L \leq 10^8 \\ Re_{x,c} = 5 \times 10^5 \end{array} \right.$$

\* در روابط قبلی کلیه خواص در  $T_{film}$  محاسبه می شود.

رابطه Zhukauskas :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{Nu}_L = 0.036 (Re_L^{4/5} - 9200) Pr^{0.43} (\mu_\infty / \mu_s)^{1/4} \\ 0.7 < Pr < 380 \\ 2 \times 10^5 < Re_L < 5.5 \times 10^6 \\ 0.26 < \frac{\mu_\infty}{\mu_s} < 3.5 \end{array} \right.$$

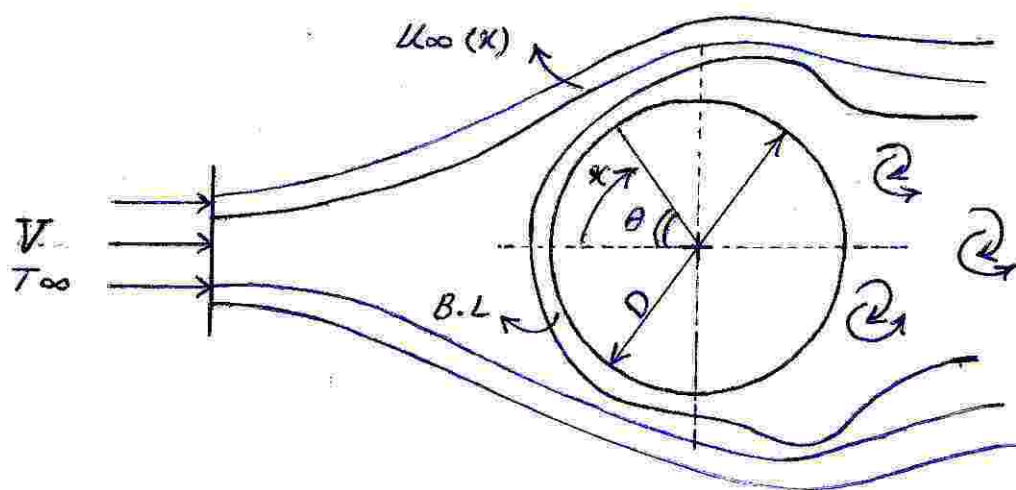
\* کلیه خواص در  $T_\infty$  مگر  $\mu$  ها که اندیس  $s$  دارد.

روش حل مسائل Convection :

\* در انتخاب روابط انتقال حرارت وشی با توجه به موارد زیر رابطه مناسب انتخاب شده و مجهولات بدست می آید :

- ۱- تحقیق شود جریان سیال روی چه شکل هندسی جریان دارد.
- ۲- باتوجه به شکل رابطه انتخاب شده دمای مناسب ( $T_\infty$  یا  $T_s$  یا  $T_f$ ) را برگزیده و خواص را در آن دمای یا به تبع.
- ۳- با محاسبه  $Re$  رژیم جریان لایه مرزی (۲ام یا مضبوط) تعیین می گردد.
- ۴- باتوجه به خواسته مسئله از روابط محلی (local) و یا روابط متوسط استفاده می کنیم.

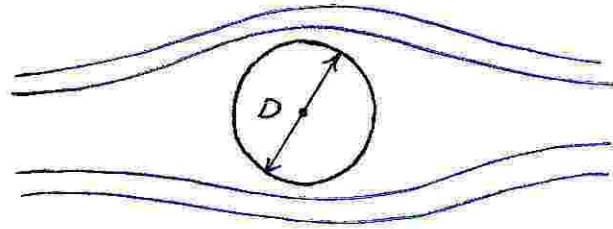
## The cylinder in Cross flow



$$\left\{ \begin{array}{ll} Re_D = \frac{V \cdot D}{\nu} \\ Re_D < 2 \times 10^5 & \text{Laminar Flow} \\ Re_D > 2 \times 10^5 & \text{Turbulent Flow} \end{array} \right.$$

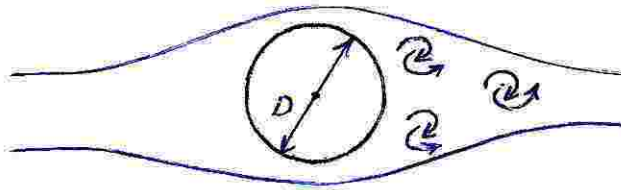
آزمایش :

1)



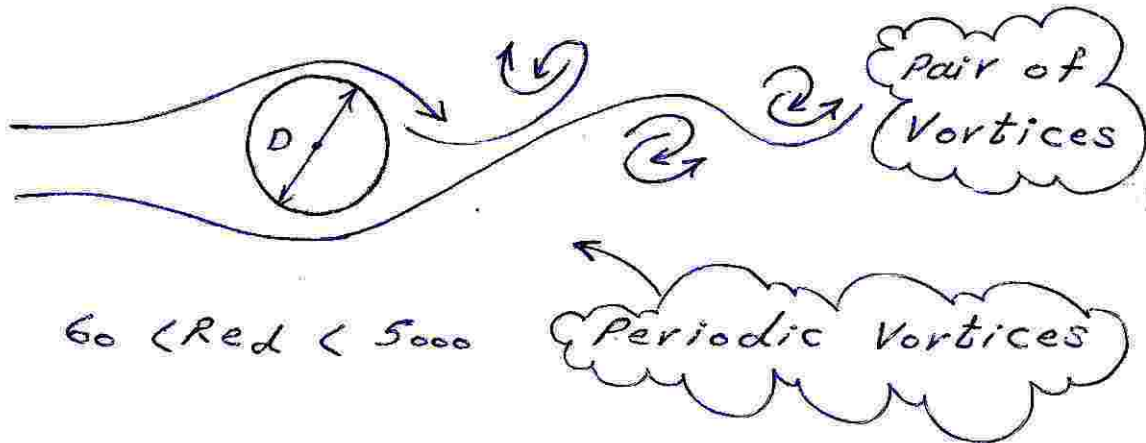
$$Re < 4$$

2)



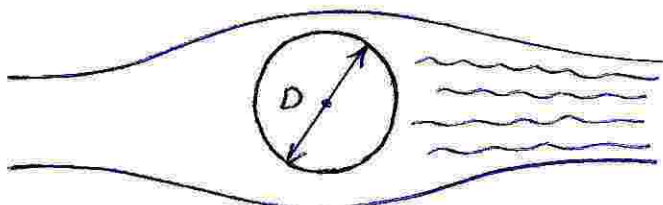
$$4 < Re < 60$$

3)



$$60 < Re < 5000$$

4)



$$Re > 5000$$

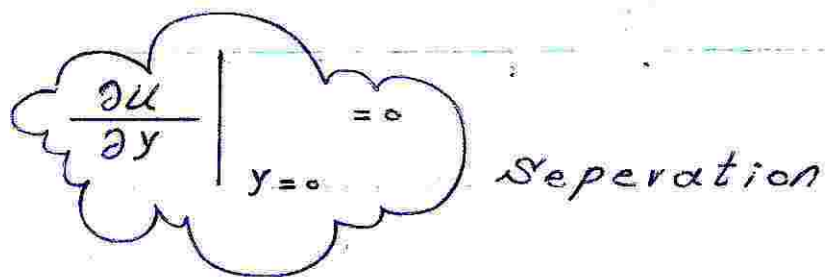
Highly  
Turbulent  
Wake

$$\theta = 0 \rightarrow U_{\infty}(x) = 0$$

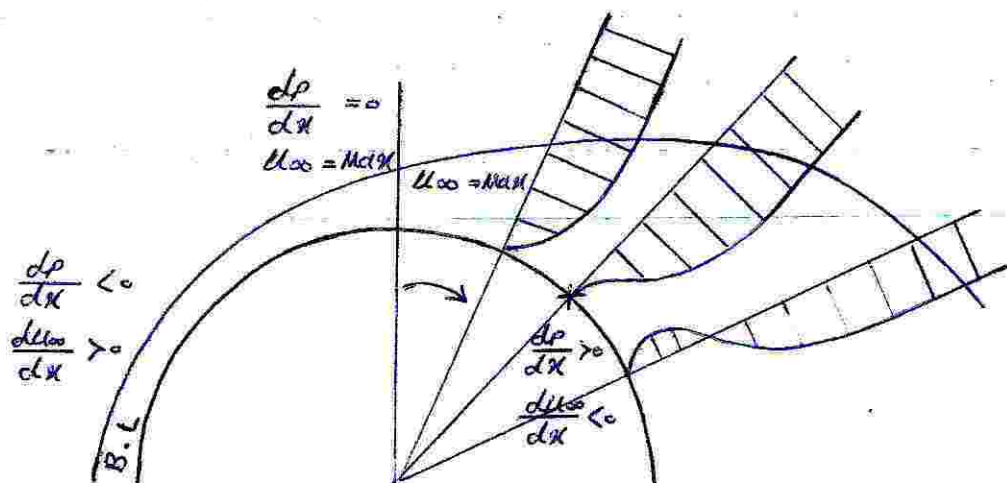
$$\theta > 0 \rightarrow \frac{dU_{\infty}(x)}{dx} > 0, \quad \frac{dp}{dx} < 0$$

$$\left( \frac{dp}{dx} = 0, \quad U_{\infty}(x) = \text{Max} \right) \rightarrow$$

$$(\text{پس از آن}) : \quad \frac{dU_{\infty}(x)}{dx} < 0, \quad \frac{dp}{dx} > 0$$

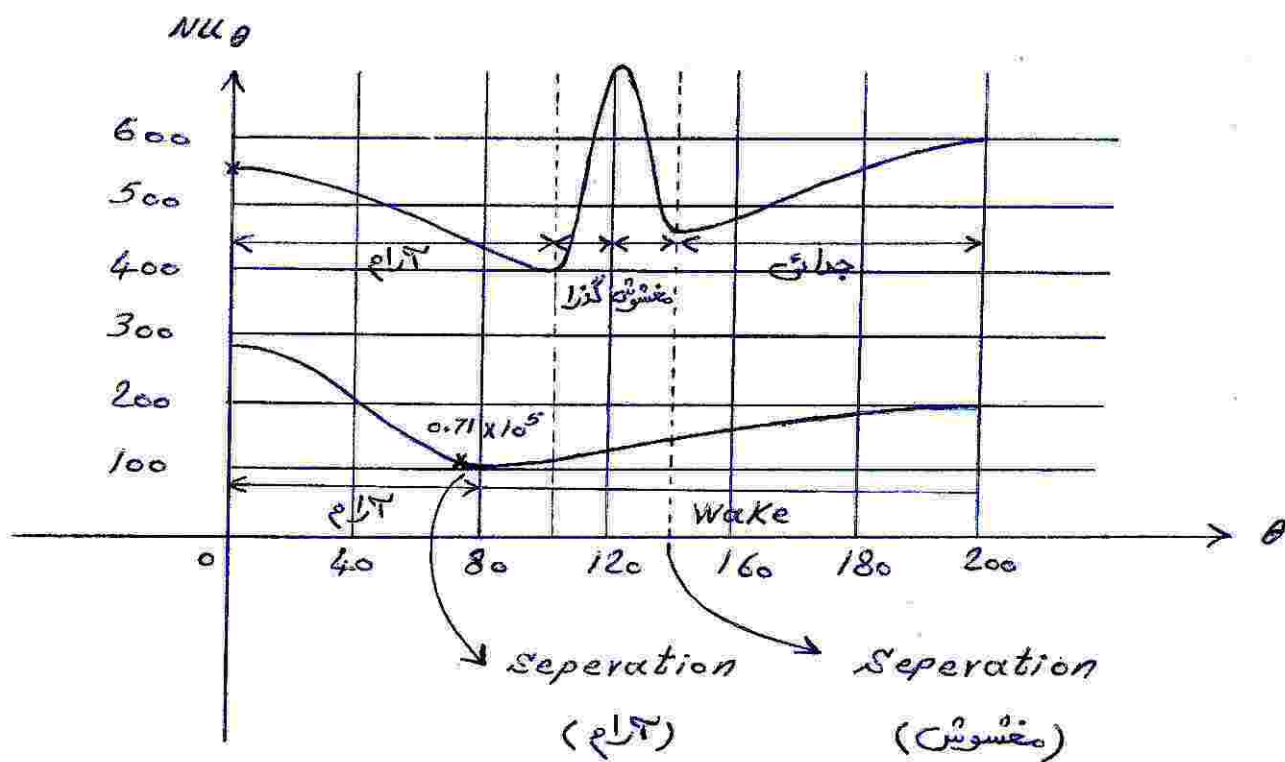


\* نقطه Seperation سیال از سطح جدا می شود .



$$\begin{cases} Re_D < 2 \times 10^5 \rightarrow \text{Seperation at } 80^\circ \\ Re_D > 2 \times 10^5 \rightarrow \text{" " } 140^\circ \end{cases}$$





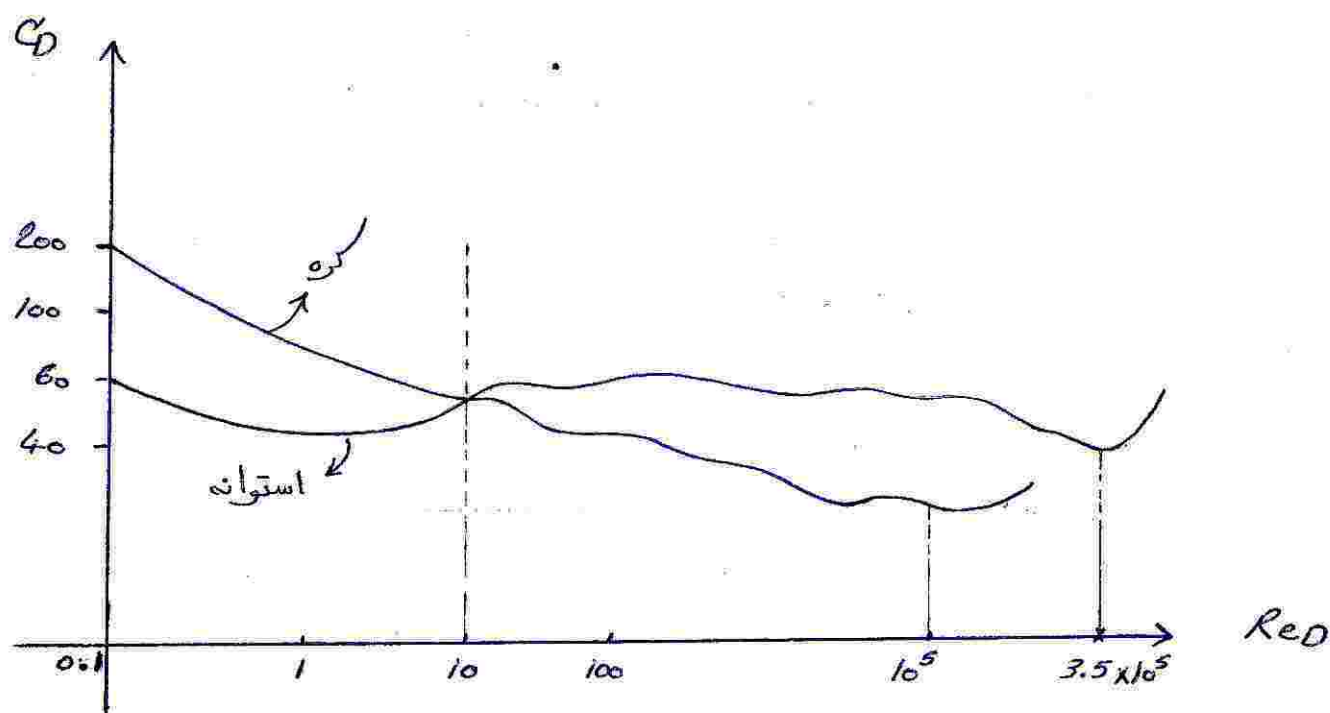
\* پس از Separation جریان برگشتی داریم که خود عامل Wake است و حکم منطوق کن جریان را دارد لذا نرخ انتقال حرارت بالا می رود و  $Nu$  بالا می کشد. جریان برگشتی عامل ایجاد Vortices هم هست.

Drag Force

$$F_{\text{drag}} = F_{\text{friction}} + F_{\text{pressure drag یا form drag}}$$

$$( \text{در سیلندر} ) : C_D = \frac{F_D}{A_f \rho \frac{V^2}{2}}$$

$A_f$  - سطح تصویر شده بر صفحه عمود بر حرکت سیال :  $(A_f = d \times l)$



(Convection Heat Transfer) :

$$* \bar{Nu}_D = \frac{\bar{h} \cdot D}{K} = c Re_D^m \cdot Pr^{1/3}$$

\* به جداول 6.3 هوان یا 7.3 اینترپرا مراجعه شود :

\* خواص در دمای  $T_f$  محاسبه می شود .

ابطح Whitaker :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{Nu}_D = (0.4 Re_D^{1/2} + 0.06 Re_D^{2/3}) Pr^{0.4} \left( \frac{\mu_\infty}{\mu_s} \right)^{1/4} \\ 0.67 < Pr < 300 \\ 10 < Re_D < 10^5 \\ 0.25 < \frac{\mu_\infty}{\mu_s} < 5.2 \end{array} \right.$$

ابطح Zhukauskas :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{Nu}_D = C Re_D^m Pr^n \left( \frac{Pr_\infty}{Pr_s} \right)^{1/4} \\ 0.7 < Pr < 500 \\ 1 < Re_D < 10^6 \\ Pr \leq 10 \quad n = 0.37 \\ Pr > 10 \quad n = 0.36 \end{array} \right.$$

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و کالبدی  
طراحی - نظارت - اجرا  
نظام مهندسی: ۱۵-۴-۵-۱۷۲۷۶  
پروانه مهندسی: ۱۵-۴-۵-۵۲۸۱۵  
شماره شهرسازی: ۱۵۴-۵۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

\* m از جدول 7.4 اینکریپت محاسبه شود.

# Churchill And Bernstein :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{Nu}_D = 0.3 + \frac{0.62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + (0.4/Pr)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} \\ \\ Re_D \cdot Pr > 0.2 \\ \\ 10^2 < Re_D < 10^7 \end{array} \right.$$

---

# Okazaki And Nakai :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{Nu}_D = \left[0.8237 - \ln(Pr)^{1/2}\right]^{-1} \\ \\ Pr < 0.2 \end{array} \right.$$


---



## کیفیت تعهد ماست





فرشاد نسرایلی - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 نظام مهندسی: ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶  
 پروانه مهندسی: ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵  
 شماره شهرسازی: ۱۵۴۰۰-۰۱۲۴۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)



\* Drag Coefficient

$$\begin{cases} F = A \cdot C_D \cdot \rho U_{\infty}^2 / 2 \\ A = \pi / 4 D^2 \end{cases}$$

Meadams :

$$\begin{cases} \bar{Nu} = \frac{h \cdot D}{K} = 0.37 Re^{0.6} \\ 17 < Re < 70000 \\ T_f = \frac{T_s + T_{\infty}}{2} \end{cases}$$

Whitaker : (gas And Liquids)

$$\begin{cases} \bar{Nu}_D = 2 + (0.4 Re_D^{1/2} + 0.06 Re_D^{2/3}) Pr^{0.4} \left( \frac{\mu_{\infty}}{\mu_s} \right)^{1/4} \\ 0.71 < Pr < 380 \\ 3.5 < Re_D < 7.6 \times 10^4 \\ 1.0 < \frac{\mu_{\infty}}{\mu_s} < 3.2 \end{cases}$$

Ranz And Marshall :

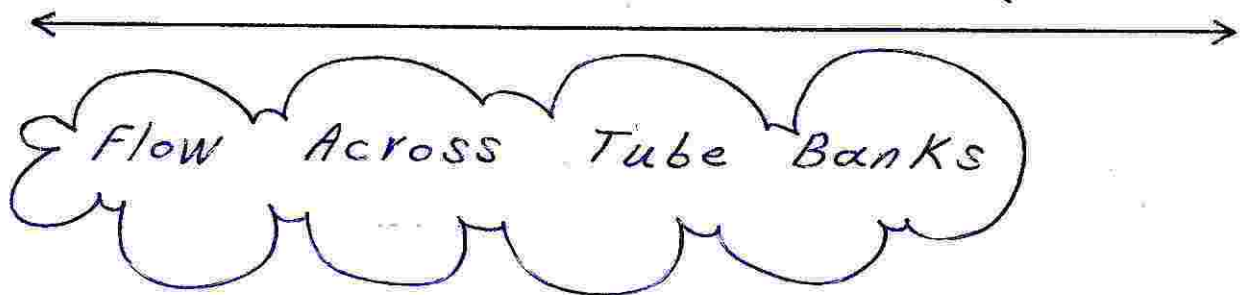
\* (for free falling Liquid drops

$$1- \left\{ \begin{aligned} \overline{Nu}_D &= 2 + 0.6 Re_D^{1/2} Pr^{1/3} \end{aligned} \right. \quad \text{سقوط آزاد قطره}$$

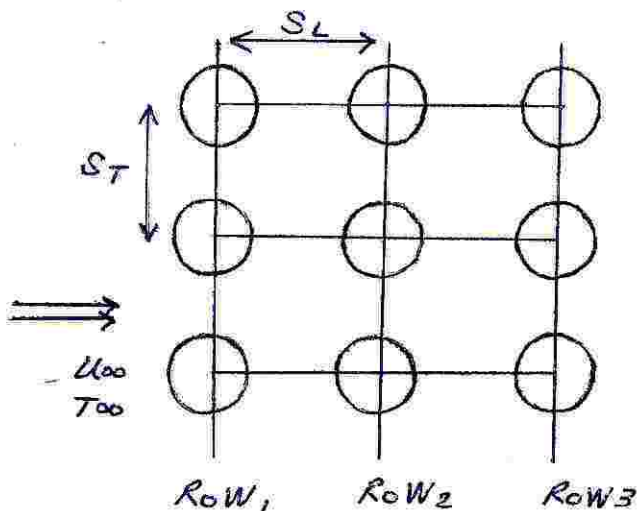
$$2- \left\{ \begin{aligned} \overline{Nu}_D &= 2 + 0.6 Re_D^{1/2} Pr^{1/3} [25 (\kappa/D)^{-0.7}] \end{aligned} \right.$$

$\kappa$ : falling Distance from rest

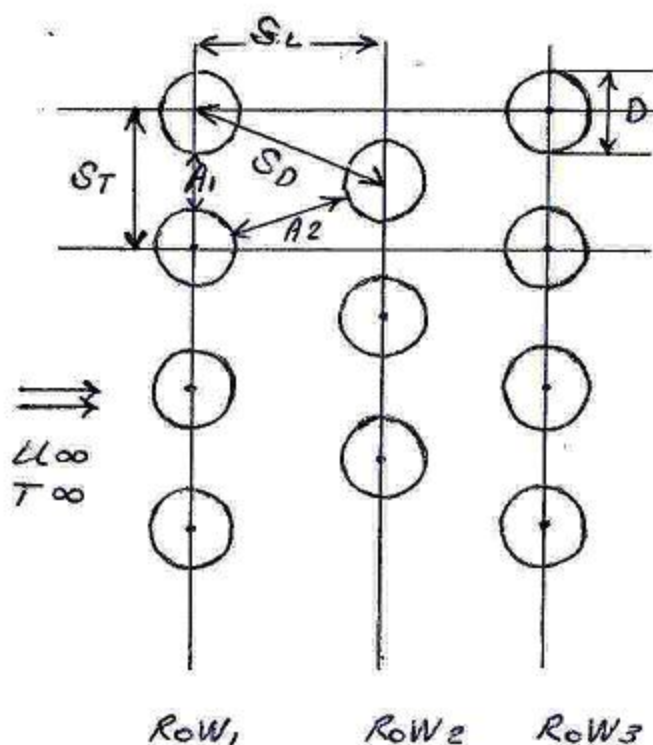
\* اگر قطره از مبدأ ساکن سقوط کند و در خود قطره اغوجاج حاصل شود از فرمول دوم استفاده می کنیم . در برخی جای خنک کن از این روابط استفاده می شود.



(دسته لوله در معرض Convection)



Inline or  
Aligned



Staggered

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تأسیسات و کالبدی  
طراحی - نظارت - اجرا  
نظام مهندسی: ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶  
پروانه مهندسی: ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵  
شماره شهرسازی: ۱۵۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

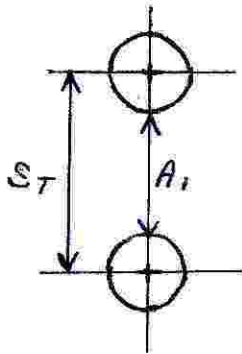
$\begin{cases} S_T : & \text{Transverse pitch} \\ S_L : & \text{Longitudinal pitch} \\ S_D : & \text{Diametral pitch} \end{cases}$

Grimsen Correlation :

$\alpha$ . (Air flow)

$$\begin{cases} \overline{Nu}_D = C_1 Re_{D, \max}^m \\ Re_{D, \max} = \frac{\rho \cdot V_{\max} \cdot D}{\mu} \end{cases}$$

\*  $Re$  ماکزیمم برای مقطعی است که سرعت  $Max$  است.  $C_1, m > 0$   
جدول 6.4 جوی.



\* در Inline سرعت Max در  
 مقطع  $A_1$  اتفاق می افتد (چون سطح  
 کم می شود). در (staggered)  
 باید تحقیق شود.

6. (other flow)

$$\bar{Nu}_D = 1.13 C_1 Re_{D, \max}^m Pr^{1/3}$$

\* برای حالت  $\alpha$  -

$$\begin{cases} N \geq 10 \\ 2000 < Re_{D, \max} < 40000 \\ Pr \geq 0.7 \end{cases}$$

\* برای حالت  $\beta$  -

$$\begin{cases} N \geq 10 \\ 2000 < Re < 40000 \\ Pr \geq 0.7 \end{cases}$$

\*  $N$  - شماره ردیفها (No. of Rows)

IF  $N < 10$  :

$$\left. \bar{Nu}_D \right|_{N < 10} = C_2 \left. \bar{Nu}_D \right|_{N \geq 10}$$

\*  $C_e$  از 7.6 اینکریپا و 6.5 هورن است. خواص روابط فوق در  $T_f$  محاسبه می شود.

محاسبه  $V_{max}$  :

a. InLine : 
$$V_{max} = \frac{S_T}{S_T - D} V$$

b. Staggered :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{if } (2(S_D - D) < (S_T - D)) \rightarrow V_{max} \text{ is in } A_2 \\ \quad \left\{ \begin{array}{l} V_{max} = \frac{S_T}{2(S_D - D)} V \\ S_D = (S_L^2 + (\frac{S_T}{2})^2)^{1/2} \end{array} \right. \\ \text{if } (2(S_D - D) > (S_T - D)) \rightarrow V_{max} \text{ is in } A_1 \\ \quad V_{max} = \frac{S_T}{S_T - D} V \end{array} \right.$$

$V$  - سرعت سیال آزاد



# Zhukauskas for Inline And Staggered

$$\overline{Nu}_D = C Re_D^m \cdot Pr^{0.36} \cdot \left( \frac{Pr_\infty}{Pr_s} \right)^n$$

$$N \geq 20$$

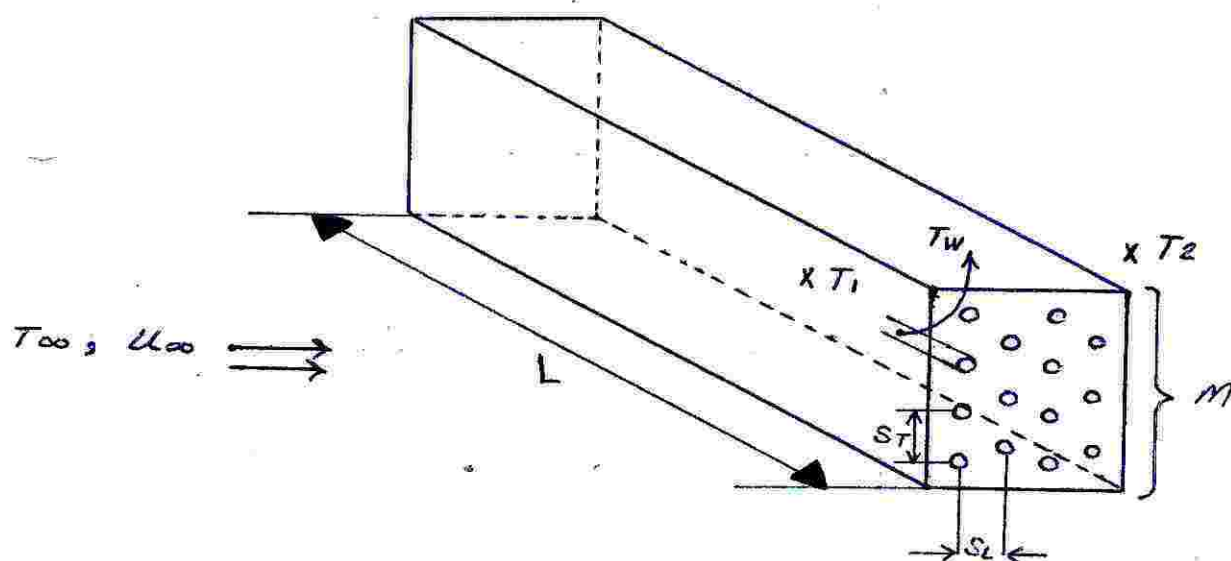
$$0.7 < Pr < 500$$

$$1000 < Re_{Dmax} < 2 \times 10^6$$

$$n = 0 \quad \text{for Gases}$$

$$n = 1/4 \quad \text{for Liquids}$$

7.7  $m$  و  $n$  از جدول  
اینکریپت بدست می آید.



$M$ : No. of tubes Per row

$N$ : No. of Rows

$$\begin{cases} M = P \cdot A_{\infty} \cdot U_{\infty} \\ A_{\infty} = L \cdot m \cdot S_T \\ A_S : \text{Total heat Transfer Area} \\ A_S = \pi \cdot D \cdot L \cdot N \cdot m \end{cases}$$

$$\underbrace{(\pi \cdot D \cdot L \cdot N \cdot m) \cdot h_m \cdot \frac{T_2 - T_1}{\ln \left[ \frac{(T_w - T_1)}{(T_w - T_2)} \right]}}_{\Delta T_{LM}} = (L \cdot m \cdot S_T) (U_{\infty} \cdot P C_p) (T_2 - T_1)$$

\*  $\Delta T_{LM}$  : log mean Temperature Difference

\*  $T_w$  : Temperature of Surface of Tube Wall

\*  $h_m$  : mean Convection Coefficient

\* محاسبه افت فشار در (BOX) قبلی :

(Pressure Drop by Zhukauskas)

$$\Delta P = N \chi \left( \frac{\rho V_{max}^2}{2} \right) f$$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی

طراحی - نظارت - اجرا

۱۵۴-۰۱۷۲۷۶

نظام مهندسی:

۱۵۴-۰۰۵۲۸۱۵

پروانه مهندسی:

۱۵۴-۰۱۲۲۲

شماره شهرسازی:

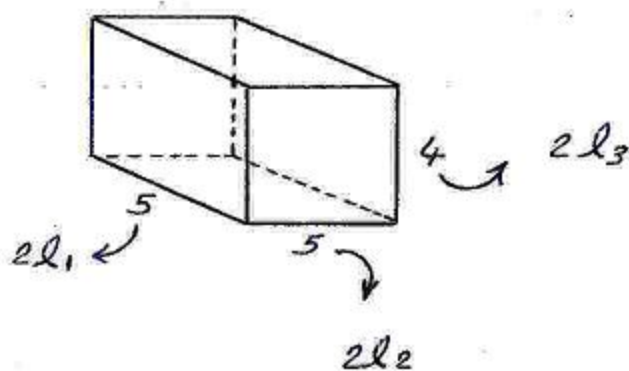
جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی

دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$\Delta P$  - افت فشار  
 $N$  - تعداد لوله ها  
 $\chi$  - (لاندا) ضریب تصحیح  
 $f$  - ضریب اصطکاک

\* شکل 7.11 و 7.12 اینکریپا با داشتن  $(Re)$  می توان  $f$  را یافت و  $\chi$  هم به همین ترتیب.

مسئله - یک میله مکعبی  $(5 \times 5 \times 4 \text{ cm})$  از جنس آهن  $\epsilon$  -  
 $K = 60 \text{ Watt/m}^\circ\text{C}$  و  $\alpha = 1.6 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  (ضریب نفوذ حرارتی)  
 در دمای اولیه  $225^\circ\text{C}$  قرار دارد. ناگهان مکعب در معرض وزش  
 اجباری  $h = 500 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$  و  $T_\infty = 25^\circ\text{C}$  قرار می گیرد.  
 دمای مرکز مکعب  $T_0$  پس از 2 دقیقه چقدر است؟



: فرضیات

1- Two Dim.

2- un steady

$$* \theta(x_1, x_2, x_3, t) = P(x_1, t) \cdot P(x_2, t) \cdot P(x_3, t)$$

$$\text{FOR } 2L_1 = 5 \text{ cm} : Fo = \frac{\alpha t}{L_1^2} = \frac{1.6 \times 10^{-5} \times 2 \times 60}{(2.5)^2 \times 10^{-4}} = 3.072$$

$$\frac{1}{Bi} = \frac{K}{h L_1} = \frac{60 \times 10^2}{500 \times 2.5} = 4.8 \rightarrow$$

$$P(x_1, t) = 0.58$$

$$\text{FOR } 2L_2 = 5 \text{ cm} : P(x_2, t) = 0.58$$

$$\text{FOR } 2L_3 = 4 \text{ cm} : \left. \begin{array}{l} Fo = 4.8 \\ \frac{1}{Bi} = 6 \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$P(x_3, t) = 0.45$$

(Center Line)  $0 = x_2, x_1$ 

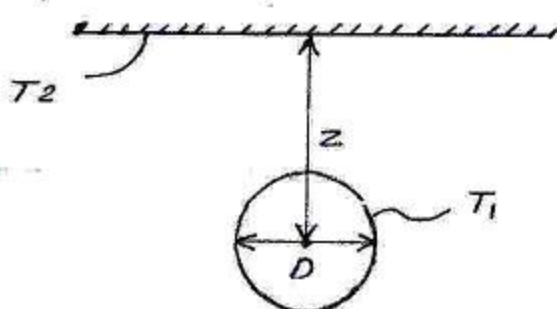
$$\rightarrow \theta(x_1, x_2, x_3, t) = 0.1514$$

$$\frac{(T(0,0, 2 \times 60) - T_{\infty})}{(T_i - T_{\infty})} = 0.1514 \rightarrow$$

$$T(0,0, 2 \times 60) = 55.28^{\circ}\text{C}$$



مسئله: یک مخزن کروی به قطر  $D = 0.5 \text{ m}$  حاوی مواد رادیواکتیو در زیر زمین و عمق  $Z = 1.25 \text{ m}$  دفن شده. ضریب رسانایی  $K = 0.8 \text{ W/m}^\circ\text{C}$  و دمای سطح زمین  $T_1 = 100^\circ\text{C}$  و دمای سطح زمین  $T_2 = 15^\circ\text{C}$  است. نرخ حرارت تولیدی در مخزن (۴) را بیابید.



(Shape Factor) :  $S = \frac{2\pi R^2}{1 - R/2Z} = 3.49 \text{ m}$

$$Q = S K \Delta T \longrightarrow$$

$$Q = 3.49 (0.8) (100 - 15) \longrightarrow$$

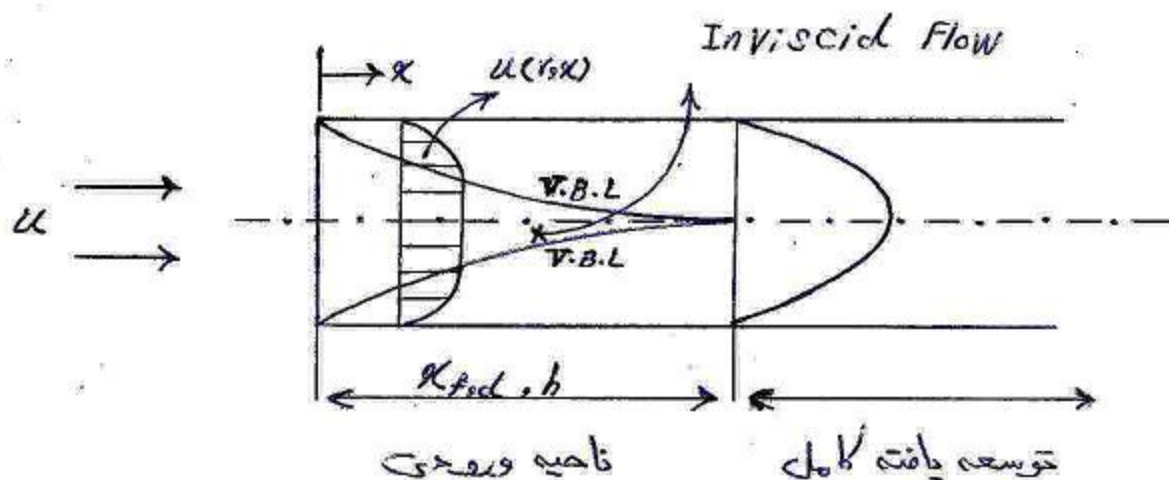
$$Q = 237.3 \text{ W}$$

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 نظام مهندسی: ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶  
 پروانه مهندسی: ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵  
 شماره شهرسازی: ۱۵۴۰۰-۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)



# جریان داخلی Internal Flow



$$\left\{ \begin{array}{l} Re_D = \frac{\rho U_m D}{\mu} \\ U_m : \text{سرعت متوسط} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} Re_D \leq 2300 & \text{Laminar} \\ Re_D > 2300 & \text{Turbulent} \\ Re_c = 2300 \end{array} \right.$$

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و مکانیک  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶ نظام مهندسی  
 ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵ پروانه مهندسی  
 ۱۵۴۰۰-۰۱۲۲۲ شماره شهرسازی

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

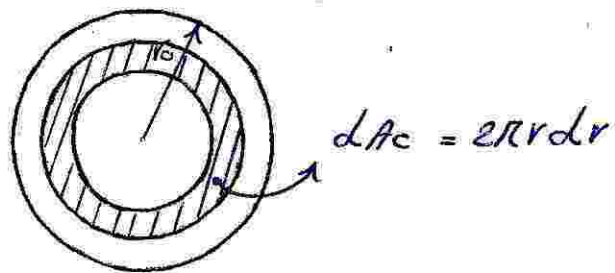
$$\left( \frac{x_{fd, h}}{D} \right)_{Lam.} \approx 0.05 Re_D$$

$$10 \leq \left( \frac{x_{fd, h}}{D} \right)_{Turb.} \leq 60$$

$$* \quad \dot{m} = \rho \cdot u_m \cdot A_c$$

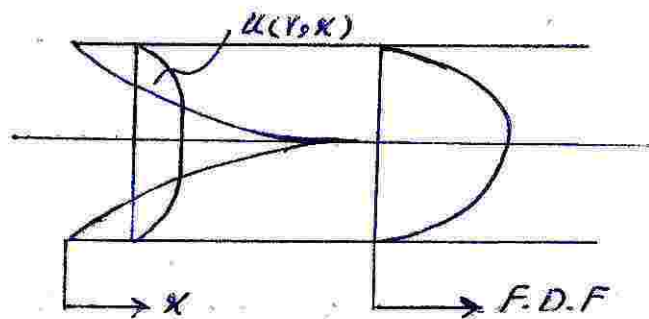
$$* \quad \dot{m} = \int_{A_c} \rho u(r, x) dA_c$$

$$* \quad u_m = \frac{\int_{A_c} \rho u(r, x) dA_c}{\rho A_c} = \frac{2}{r_o^2} \int_0^{r_o} u(r, x) r dr$$



شرایط توسعه یافته کامل :

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ v = 0 \end{cases}$$



$$u(r, x) = u(r)$$

B.C :  $\left. \begin{aligned} u(r_0) &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{Momentum balance}}$

$$u(r) = -\frac{1}{4\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) r_0^2 \left[ 1 - \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right]$$

: Friction Factor

$$f = \frac{\left( -\frac{dp}{dx} \right) \cdot D}{\rho \frac{u_m^2}{2}} \quad (\text{friction factor})$$

$$C_f = \frac{\tau_s}{\rho \frac{u_m^2}{2}} \quad \tau_s = -\mu \frac{du}{dr} \Big|_{r=r_0}$$

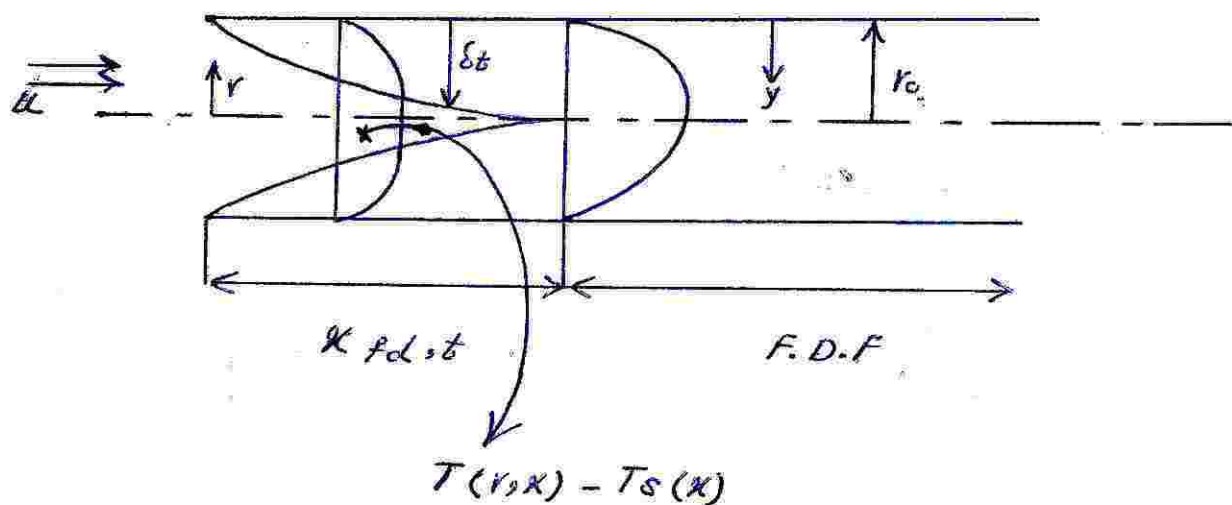
$$C_f = \frac{f}{4}$$

$$f = \frac{64}{Re} \quad \text{Laminar} \quad : \quad \text{فرمول عمومی}$$

$$\begin{cases} f = 0.316 Re_D^{-1/4} & Re_D \leq 2 \times 10^4 \\ f = 0.184 Re_D^{-1/5} & Re_D \geq 2 \times 10^4 \end{cases}$$

(Smooth pipe)

: Thermal Conditions



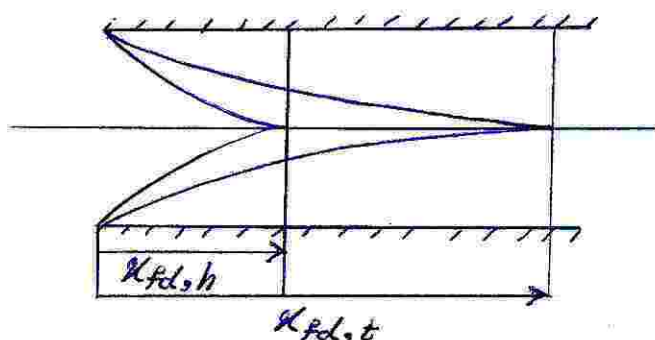
$Re < 2300$

: Laminar Flow

$$\left( \frac{x_{fd,t}}{D} \right)_{Lam} \approx 0.05 Re_D Pr$$

: Turbulent Flow

$$10 \leq \left( \frac{K_{fd,t}}{D} \right)_{\text{turb.}} \leq 60$$



\* جریان رینگ :

: (The mean Temp. OR Bulk Temp.)

$$\dot{E}_t = \dot{m} C_v T_m = \int_{A_c} \rho C_v u T(r, r) dA_c$$

$$T_b = T_m = \frac{\int_{A_c} \rho u C_v T dA_c}{\dot{m} C_v}$$

$$T_b = T_m = \frac{2}{u_m r_0^2} \int_0^{r_0} u T(r) r dr$$

$$q''_s = h_s (T_s - T_m)$$



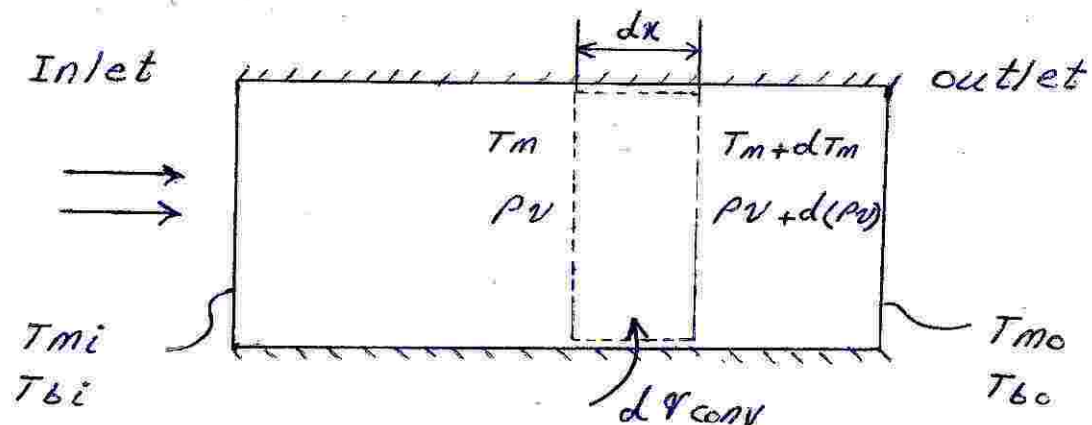
: F.D. Conditions (Thermally)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{T_s(x) - T(x)}{T_s(x) - T_m(x)} \right]_{f_{d,t}} = 0 \\ \frac{dT_m}{dx} \neq 0 \end{array} \right.$$

(کاربرد)

:

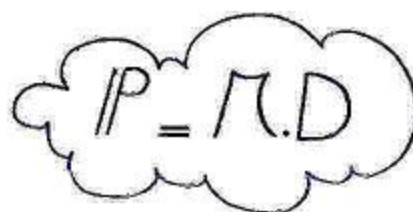
Energy Balance



$$dQ_{conv} = \dot{m} c_p dT_m = q''_s \cdot IP \cdot dx$$

$$Q_{conv} = \dot{m} c_p (T_{mo} - T_{mi})$$

$$\left\{ \frac{dT_m}{dx} = \frac{q''_s \cdot IP}{\dot{m} c_p} = \frac{IP h (T_s - T_m)}{\dot{m} c_p} \right.$$


 $IP = \pi.D$

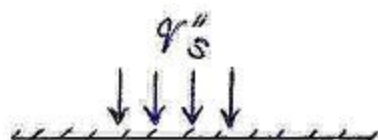


for  $(q''_s = \text{cte})$  :  $\frac{dT_m}{dx} = \frac{q''_s IP}{\dot{m} c_p}$

شرایط مرزی

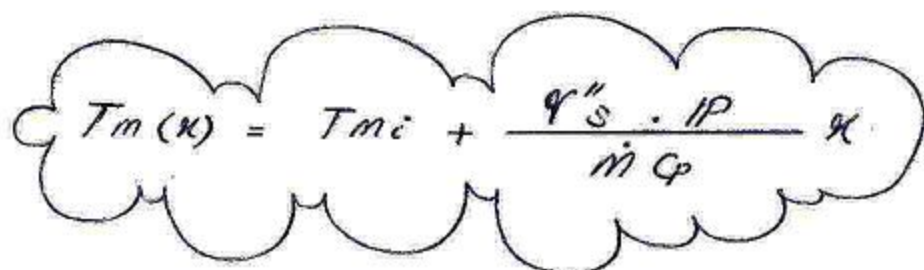
for  $(T_s = \text{cte})$  :  $\frac{dT_m}{dx} = \frac{IP h (T_s - T_m)}{\dot{m} c_p}$

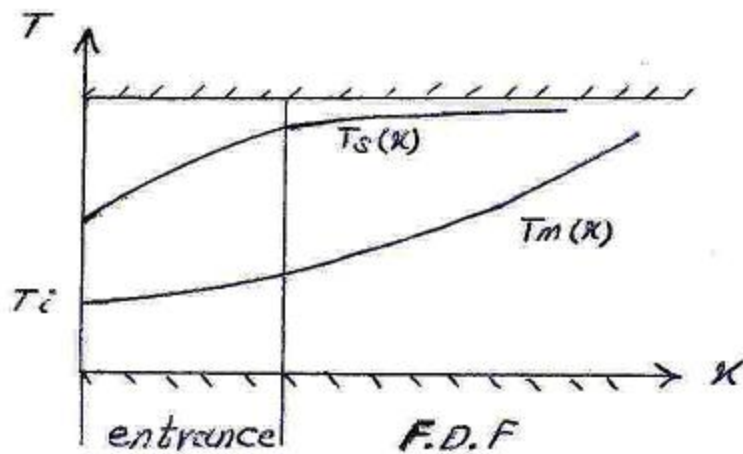
: (Constant surface heat flux  $q''_s = \text{cte}$ )



$$q = q''_s (IP \cdot L)$$

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{q''_s \cdot IP}{\dot{m} c_p} = \text{cte} \neq f(x)$$


 $T_m(x) = T_{mi} + \frac{q''_s \cdot IP}{\dot{m} c_p} x$



فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تأسیسات و کانکشن

طراحی - نظارت - اجرا

۱۵۳۰۰-۱۷۲۷۶

نظام مهندسی

۱۵۳۰۰-۰۲۸۱۵

پروانه مهندسی

۱۵۳-۰۱۲۲۲

شماره شهرسازی

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی

دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

: (Constant Surface Temp.)

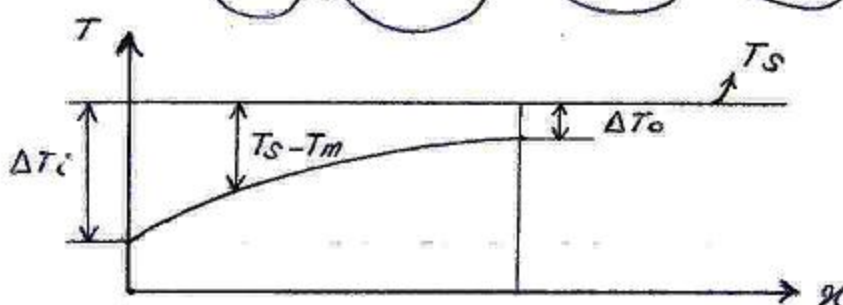
$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{IP}{\dot{m} c_p} h (T_s - T_m)$$

$$\Delta T = T_s - T_m$$

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{-d(\Delta T)}{dx} = \frac{IP}{\dot{m} c_p} h \cdot \Delta T$$

$$\int_{\Delta T_i}^{\Delta T_o} \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = \frac{-IP}{\dot{m} c_p} \int_0^L h dx$$

$$\frac{T_s - T_m(x)}{T_s - T_{m,i}} = \exp\left(\frac{-IPx}{\dot{m} c_p} \bar{h}\right)$$



$$* \quad \dot{Q} = \dot{m} c_p \left[ (T_s - T_{mi}) - (T_s - T_{mo}) \right]$$

$$\dot{Q} = \dot{m} c_p \left[ \Delta T_i - \Delta T_o \right] \quad * \text{ این رابطه می توان انرژی اضافه شده به مایع را بدست آورد.}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{Q}_{conv} = \bar{h} \cdot A_s \Delta T_{LM} \\ \Delta T_{LM} : \text{log mean Temp.} \\ \Delta T_{LM} = \frac{\Delta T_o - \Delta T_i}{\ln \left( \frac{\Delta T_o}{\Delta T_i} \right)} \end{array} \right.$$

: Forced Convection Correlation

\* سیستم کلی کار ما بصورت چارت صفحه بعد است و سپس روابط هم ارائه خواهد شد :

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و مکانیک  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 ۱۵۴۰۵۰۱۷۲۷۶ - نظام مهندسی  
 ۱۵۴۰۵۰۲۸۱۵ - پروانه مهندسی  
 ۱۵۴۰۵۱۲۲۲ - شماره شهرسازی

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)



(Laminar)

1. Circular Tube
- 1. F.D.F (Hyd + Therm)
    - 1.  $TS = Cte$
    - 2.  $\gamma''_s = Cte$
  - 2. Entrance Region
    - 2.1. Simultaneously ( $TS = Cte$ )
    - 2.2. Therm Developing Hyd Developed

2. Non Circular
- $D_h = \frac{4 A_c}{P}$  (قطر هیدرولیکی)
  - $Re = \frac{U_m D_h}{\nu}$

(Turbulent)

1. Circular
- 1-1
  - 1-2
  - 1-3

2. Non Circular
- $D_h$

**فرشاد سیرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 نظام مهندسی: ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶  
 پروانه مهندسی: ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵  
 شماره شهرسازی: ۱۵۴۰۰-۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)



### A. Laminar F.D.F (hyd + Therm)

$$1. \quad q''_s = \text{cte} \quad \quad \quad Nu_D = \frac{hD}{K} = 4.36$$

$$2. \quad T_s = \text{cte} \quad \quad \quad Nu_D = 3.66 = \frac{hD}{K}$$

در معادلات فوق  $K$  در دمای متوسط توده‌ای جاسازی شود.

### A. Laminar F.D.F Noncircular

$$D_h = \frac{4A_c}{IP}$$

$$Nu = \frac{h \cdot D_h}{K}$$

جول 8.1 اینکریا

$$Re = \frac{u_m D_h}{\nu}$$

### B. Laminar . Entrance . circular

Simultaneously (Hyd + Therm) همزمان هر دو لایه  
منی develop می شوند.

\* Hausen Correlation ( $T_s = \text{cte}$ ) :

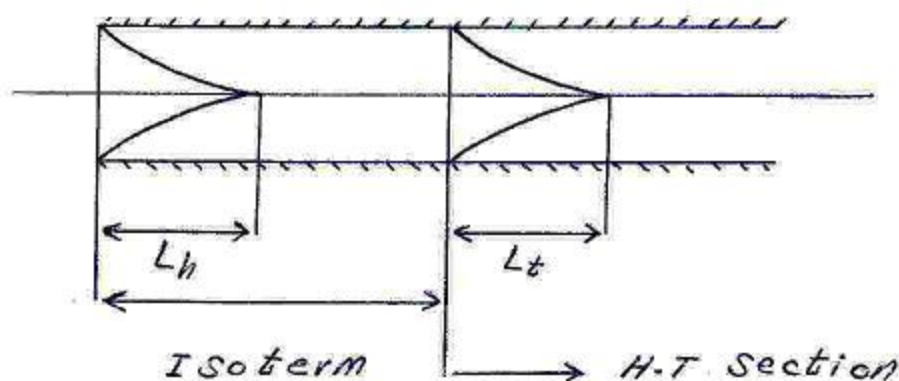
$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{Nu}_D = 3.66 + \frac{0.0668 \, GZ}{1 + 0.04 \, (GZ)^{2/3}} = \frac{\bar{h} D}{K} \\ GZ = \frac{Re \, Pr}{L/D} \quad (GZ)^{-1} = \frac{L/D}{Re \cdot Pr} \quad GZ < 100 \end{array} \right.$$

\* خواص در دمای متوسط توده‌ای.

\* Sieder - Tate :

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{Nu}_D = 1.86 (GZ)^{1/3} \left( \frac{\mu_b}{\mu_w} \right) \\ 0.48 < Pr < 16700 \\ 0.0044 < \mu_b / \mu_w < 9.75 \\ (GZ)^{1/3} \left( \frac{\mu_b}{\mu_w} \right)^{0.14} > 2 \end{array} \right.$$

B-2 - Therm. Developing  
Hyd. Developed



\* یعنی افزایش دما، تازه از اواسط لوله آغاز می شود.

**فرشاد نسرایسی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
طراحی - نظارت - اجرا  
نقلمهندسی: ۱۵-۴-۰-۱۷۲۷۶  
پروانه مهندسی: ۱۵-۴-۰-۰۲۸۱۵  
شماره شهرسازی: ۱۵۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

## Turbulent Flow in Circular Tubes

\*  $Re_D > 2300$

(friction factor) :

$$\left\{ \begin{array}{ll} f = (1.82 \log Re - 1.64)^{-2} & Re > 10^4 \text{ smooth pipe} \\ f = 0.316 Re^{-0.35} & Re < 2 \times 10^4 \text{ " " } \\ f = 0.184 Re^{-0.2} & 2 \times 10^4 < Re < 3 \times 10^5 \text{ " " } \\ \epsilon/D \leq 10^{-5} \text{ زبری نسبی} \rightarrow & \text{(Smooth pipe)} \end{array} \right.$$

---

## Heat Transfer Coefficient

1. Colburn equation for circular smooth tubes

$$T_s = C t_e \quad q_s'' = C t_e$$

(for fully Developed)

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تأسیسات و کالبدی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 نظام مهندسی: ۱۵-۴۰۰-۱۷۲۷۶  
 پروانه مهندسی: ۱۵-۴۰۰-۰۲۸۱۵  
 شماره شهرسازی: ۱۵۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$* \quad Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{1/3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0.7 < Pr < 160 \\ Re > 10000 \\ L/D > 60 \quad \text{Smooth pipe} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Nu = \frac{hD}{k} \\ Re = \frac{\rho u_m D}{\mu} \\ Pr = \frac{\nu}{\alpha} \end{array} \right.$$

\* خواص در  $T_m$  متوسط جاسبه  
 می شود  $\left( \frac{T_{min} + T_{out}}{2} \right)$

(20 - 25) % Error

## 2. Dittus - Boelter (Circular smooth tube)

$$(T_s = cte, \quad q_s'' = cte)$$

$$* \quad Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^n$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0.7 < Pr < 160 \\ Re < 10000 \\ L/D > 60 \end{array} \right.$$

\* خواص در  $T_b$  یا  $T_m$  یعنی در  
 دمای بالک متوسط جاسبه می شود.

$$* \text{ Smooth pipe : } \left\{ \begin{array}{ll} \text{for heating} & n = 0.4 \quad T_w > T_b \\ \text{for cooling} & n = 0.3 \quad T_w < T_b \end{array} \right.$$

(20 - 25) % Error



\* خواص بصورت Local در  $T_b$  همان مقطع محاسبه شود. دقت این معادله از معادله Nusselt بیشتر است.

: Non circular

$$\left\{ \begin{array}{l} D_h = \frac{4 A_c}{P} \\ Re_D > 2300 \\ Re_D = \frac{u_m D_h}{\nu} \end{array} \right.$$

\* با محاسبه  $D_h$  می توان از روابط Circular استفاده کرد.

Heat transfer to Liquid Metals

(F. D. F)

A - uniform heat flux ( $q''_s = \text{cte}$ )

A-1 - Lubarsky And Kaufman :

(F.D.F , turb. , smooth tube)



فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تأسیسات و کانکسی

طراحی - نظارت - اجرا

۱۵۴-۵-۱۷۲۷۶

نظام مهندسی:

۱۵۴۰۰-۵۲۸۱۵

پروانه مهندسی:

۱۵۴-۵۱۲۲۲

شماره شهرسازی:

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی

دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$* \quad Nu = 0.625 Pe^{0.4}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Pe = Re \cdot Pr \\ 10^2 < Pe < 10^4 \\ L/D > 60 \end{array} \right.$$

A-2 - Skupinski, Tortel

(F.D.F, turb., smooth)

$$* \quad Nu = 4.82 + 0.0185 Pe^{0.827}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3.6 \times 10^3 < Re < 9.05 \times 10^5 \\ 10^2 < Pe < 10^4 \\ L/D > 60 \end{array} \right.$$

B - uniform wall Temp.

B-1 - Seban & Shimazaki :

(Smooth, F.D.F, Turb.)

$$* NU = 5 + 0.025 Pe^{0.8}$$

$$\begin{cases} Pe > 100 \\ L/D > 60 \end{cases}$$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
طراحی - نظارت - اجرا  
نظام مهندسی: ۱۵-۴-۵-۱۷۲۷۶  
پروانه مهندسی: ۱۵-۴۰۵-۵۲۸۱۵  
شماره شهرسازی: ۱۵۴-۵۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

B-2 - Sleicher & Tribus :

(F.D.F, Smooth, turb.)

$$\begin{cases} NU = 4.8 + 0.015 Pe^{0.91} Pr^{0.3} \\ Pr < 0.05 \end{cases}$$

B-3 - Azer & Chao :

(F.D.F, Smooth, turb.)

$$NU = 5 + 0.05 Pe^{0.77} Pr^{0.25}$$

$$Pr < 0.1 \quad , \quad Pe < 1500$$

B-4 - Notter & Sleicher :

$$NU = 4.8 + 0.0156 Pe^{0.85} Pr^{0.08}$$

$$0.004 < Pr < 0.1$$

$$Re < 500000$$

---

Thermal Entry Region

(Sleicher, Awad, Notter)

$$* NU_x = NU \left( 1 + \frac{2}{x/D} \right) \quad \text{for } x/D > 4$$

$$\begin{cases} NU = 6.3 + 0.0167 Pe^{0.85} Pr^{0.08} \\ q''_s = \text{cte} \end{cases}$$

$$\begin{cases} NU = 4.8 + 0.0156 Pe^{0.85} Pr^{0.08} \\ T_s = \text{cte} \end{cases}$$

### 3. Petukhov equation : (Circular)

for Smooth And Rough Tubes

$$* \quad Nu = \frac{Re \cdot Pr}{X} \left( f/8 \right) \left( \frac{\mu_b}{\mu_w} \right)^n$$

$$* \quad X = 1.07 + 12.7 \left( Pr^{2/3} - 1 \right) \left( f/8 \right)^{1/2}$$

$$\frac{\mu_w}{\mu_b} < 1 \quad \text{heating with uniform } T_w \quad (T_w > T_b)$$

$$\frac{\mu_w}{\mu_b} > 1 \quad \text{Cooling " " " } (T_w < T_b)$$

$$\textcircled{n} = \begin{cases} 0.11 & \text{heating with uniform } T_w \quad (T_w > T_b) \\ 0.25 & \text{Cooling " " " } (T_w < T_b) \\ 0.0 & \text{uniform wall heat flux or gases} \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 10^4 < Re < 5 \times 10^6 \\ 0.08 < \frac{\mu_w}{\mu_b} < 40 \\ 0.5 < Pr < 200 \quad (5-6)\% \text{ Error} \\ 0.5 < Pr < 2000 \quad 10\% \text{ Error} \end{array} \right.$$

\*  $T_m = T_b$  خالص در دمای

\* Mody Diagram از  $f$

#### 4. Nusselt Equation :

$$* Nu = 0.036 Re^{0.8} Pr^{1/3} \left(\frac{D}{L}\right)^{0.055}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 10 < L/D < 40 \\ L : \text{length measured from the beginning} \\ \text{heat transfer} \end{array} \right.$$

(خواص در  $\bar{T}_b$ )

#### 5. Notter & Sleicher :

$$* Nu = 5 + 0.016 Re^a Pr^b$$

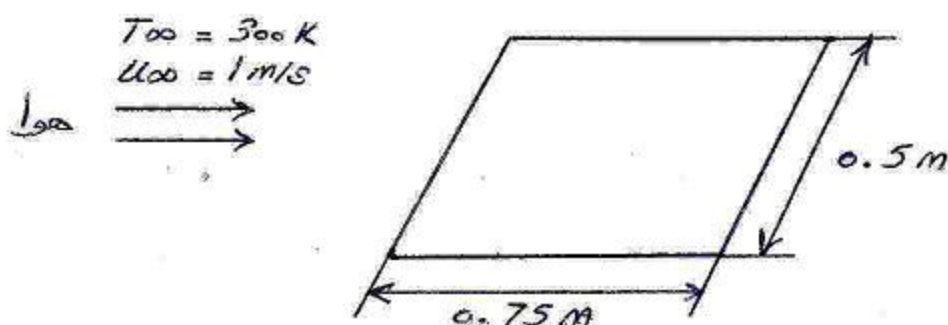
$$\left\{ \begin{array}{l} a = 0.88 - \frac{0.24}{4 + Pr} \\ b = 0.33 + 0.5 e^{-0.6 Pr} \\ 0.1 < Pr < 10^4 \\ 10^4 < Re < 10^6 \\ L/D > 25 \end{array} \right.$$

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
طراحی - نظارت - اجرا  
نظام مهندسی: ۱۵۳۰۰-۱۷۲۷۶  
پروانه مهندسی: ۱۵۳۰۰-۰۲۸۱۵  
شماره شهرسازی: ۱۵۳-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)



مثال - هوا با مشخصات زیر روی یک صفحه مسطح جریان دارد. ضخامت لایه مرزی و ضریب پساوی محلی را در ناحیه  $x = 0.75 \text{ m}$  از لبه جلوی صفحه بیابید. نیروی درگ وارد بر صفحه در فاصله  $x = 0$  تا  $x = 0.75 \text{ m}$  بیابید.



$$\begin{cases} \delta(x) = ? \\ C_{f,x} = ? \\ F_d = ? \end{cases}$$

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و مکانیک  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶  
 پروانه مهندسی:  
 ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵  
 شماره شهرسازی:  
 ۱۵۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$\begin{cases} T_{\infty} = 300 \text{ K} \\ \rho = 1.177 \text{ kg/m}^3 \\ \nu = 0.168 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s} \end{cases} \quad \xrightarrow{\text{جول}}$$

$$(Re_{x=0.75}) = \frac{u_{\infty} x}{\nu} = 44640 < 5 \times 10^5 \quad \text{Laminar}$$

$$\delta(x) = \frac{4.96 x}{Re_x^{1/2}} = 0.0176 \text{ m}$$

$$C_{f,x} = \frac{0.664}{Re_x^{1/2}} = 3.14 \times 10^{-3}$$

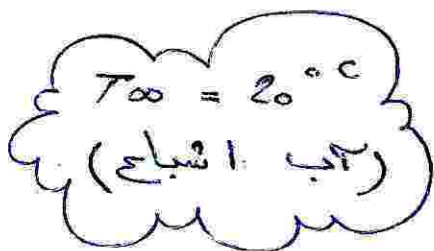
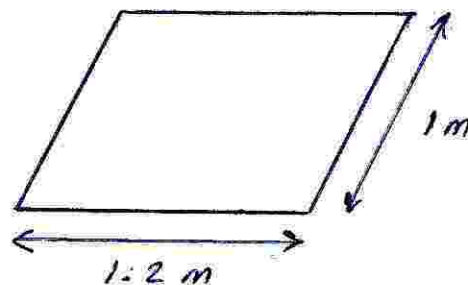
$$\bar{C}_{f,m} = 2 C_{f,x} = 6.28 \times 10^{-3}$$

$$F_D = W \cdot L \cdot \bar{C}_{f,m} \cdot \frac{\rho U_\infty^2}{2}$$

$$F_D = 1.39 \times 10^{-3} \text{ N}$$



مثال - آب روی یک سطح مسطح جریان دارد.  $T_\infty = 20^\circ\text{C}$  و  $U_\infty = 1.5 \text{ m/s}$  است. مطلوب است محاسبه ضریب پساوی متوسط  $(\bar{C}_{f,m})$ .  $(Re_c = 5 \times 10^5)$  . نیروی درگ چقدر است ؟



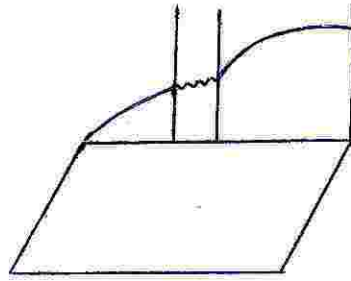
A-6

$$\rho = 998 \text{ kg/m}^3$$

$$\nu = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$Re_L = \frac{U_\infty L}{\nu} = \frac{1.5 \times 1.2}{1 \times 10^{-6}} = 1.8 \times 10^6 > 5 \times 10^5$$

(Turbulent)



$$* \bar{C}_{f,m} = 0.074 Re_L^{-0.2} - \frac{0.074 Re_c^{0.8} - 1.328 Re_c^{0.5}}{Re_L}$$

$$\bar{C}_{f,m} = 3.18 \times 10^{-3}$$

$$* F_d = W \cdot L \cdot \bar{C}_{f,m} \cdot \frac{\rho U_\infty^2}{2} = 4.28 \text{ N}$$

مثال -

مطابق شکل هوا از روی صفحه به دمای یکنواخت

$T_w = 325^\circ \text{K}$  می‌گذرد. اگر  $Re_c = 2 \times 10^5$

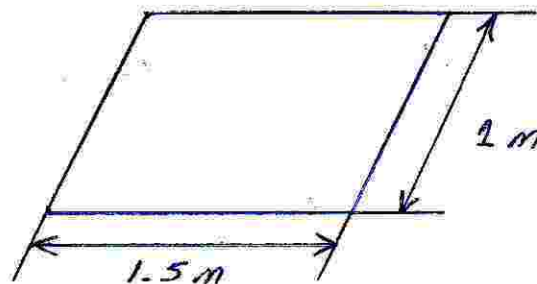
باشد مطلوب است محاسبه ضریب فرسایش متوسط برای *Laminar*

و  $h$  متوسط برای  $L = 1.5 \text{ m}$  و کل حرارت انتقال یافته به هوا.

$$P_\infty = P_{atm} \Rightarrow$$

$$T_\infty = 275^\circ \text{K}$$

$$U_\infty = 20 \text{ m/s}$$



$$T_f = \frac{T_w + T_\infty}{2} = 300^\circ \text{K} \longrightarrow$$

$$\begin{cases} k = 0.026 \text{ W/m}^\circ\text{C} \\ \nu = 16.8 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \\ \mu_\infty = 1.98 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s} \\ Pr = 0.708 \end{cases}$$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تأسیسات و مکانیک

طراحی - نظارت - اجرا

۱۵۴۰۰۰۱۷۲۷۶

نظام مهندسی

۱۵۴۰۰۰۰۲۸۱۵

پروانه مهندسی

۱۵۴۰۰۰۱۲۲۲

شماره شهرسازی

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی

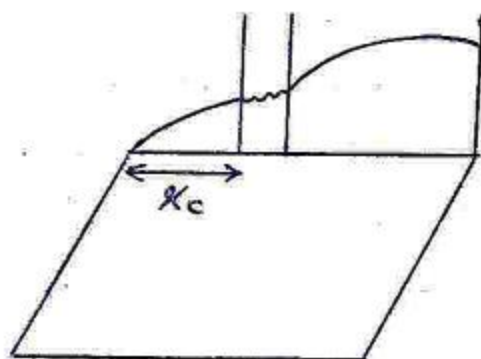
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

انتهای صفحه

$$(Re_{x=1.5m}) = \frac{u_\infty L}{\nu} = \frac{20 \times 1.5}{16.8 \times 10^{-6}}$$

$$= 1.79 \times 10^6 > 2 \times 10^5 \rightarrow$$

(جریان در انتهای صفحه مضروب است)



$$* \quad x_c \text{ (بحرانی)} = \frac{\nu Re_c}{u_\infty} = 0.168 \text{ m} \quad \text{شرع ناحیه مضروب}$$

$$Nu = \frac{\bar{h} L}{k}, \quad L = x_c$$

$$\bar{h} = 0.664 Pr^{1/3} Re_c^{1/2} \left( \frac{k}{x_c} \right) = 41 \text{ W/m}^\circ\text{C} \quad \text{Laminar}$$

for  $(L = 1.5 \text{ m})$  :

for mixed Flow :

$$\bar{h} = 0.036 \left( \frac{K}{L} \right) Pr^{0.43} (Re_L^{0.8} - 9200) = 49.1 \text{ W/m}^2\text{C}^\circ$$

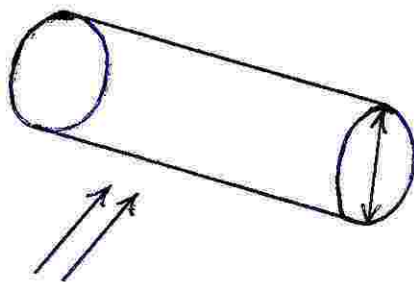
$$* \dot{Q}_{conv} = \bar{h} (T_w - T_\infty) \cdot \underset{\substack{\downarrow \\ 1}}{W} \cdot \underset{\substack{\downarrow \\ 1.5}}{L} = 3683 \text{ W}$$


---

- مثال - هوا از روی استوانه زیر می‌گذرد . اگر دمای دیواره ثابت و  $350^\circ\text{K}$  باشد مطلوب است محاسبات :
- ۱- ضریب  $Conv.ec.$  متوسط .
  - ۲- انتقال حرارت بر واحد طول لوله .
  - ۳- ضریب متوسط پسا .
  - ۴- نیروی پسا بر واحد طول لوله .

$$T_\infty = 250^\circ\text{K}$$

$$u_\infty = 30 \text{ m/s}$$



$$D = 2.5 \text{ cm}$$

$$* T_f = 300^\circ\text{K}$$





$$K = 0.0262 \text{ W/m}^2\text{c}^\circ$$

$$\nu = 16.84 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$Pr = 0.708$$

$$\mu_f = 1.983 \times 10^{-5} \text{ kg/m}\cdot\text{s}$$

$$\rho = 1.177 \text{ kg/m}^3$$

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و کالبدی

طراحی - نظارت - اجرا

۱۵۴۰۰۰۱۷۲۷۶

نظام مهندسی

۱۵۴۰۰۰۰۲۸۱۵

پروانه مهندسی

۱۵۴۰۰۱۲۲۲

شماره شهرسازی

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی

دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$* Re = \frac{U_\infty D}{\nu} = \frac{30 \times 2.5 \times 10^{-2}}{16.84 \times 10^{-6}} = 44537$$

$$Nu = (0.4 Re^{0.5} + 0.6 Re^{2/3}) Pr^{0.4} = 139.2 \rightarrow$$

$$\bar{h} = 145.9 \text{ W/m}^2\text{c}^\circ$$

$$\frac{q_d}{L} = \bar{h} (RD) (T_s - T_\infty) = 1146 \text{ W/m}$$

$$\text{دیگراگرام} \rightarrow \bar{C}_D = 1.1$$

$$F_d = \bar{C}_D \cdot L \cdot D \cdot \frac{\rho U_\infty^2}{2} = 14.6 \text{ N}$$

↓  
1m

\* اگر در External از ابتدا جریان مضروب باشد می توان از روابط local مضروب استفاده کرده و دما را دمای متوسط قرار می دهیم.

# انتقال حرارت (۲)

جابجائی اجباری (Forced Convection)

تعریف : جابجائی نوعی انتقال حرارت است که بین یک جسم جامد و یک سیال در اطراف آن که در حال حرکت است رخ می دهد.

اجباری : عامل حرکت سیال خارجی است

طبیعی : عامل حرکت سیال تغییرات جرم مخصوص است.

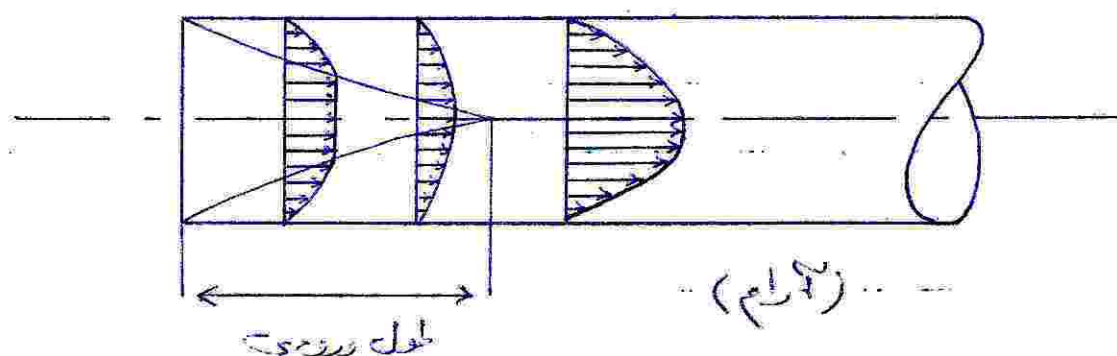
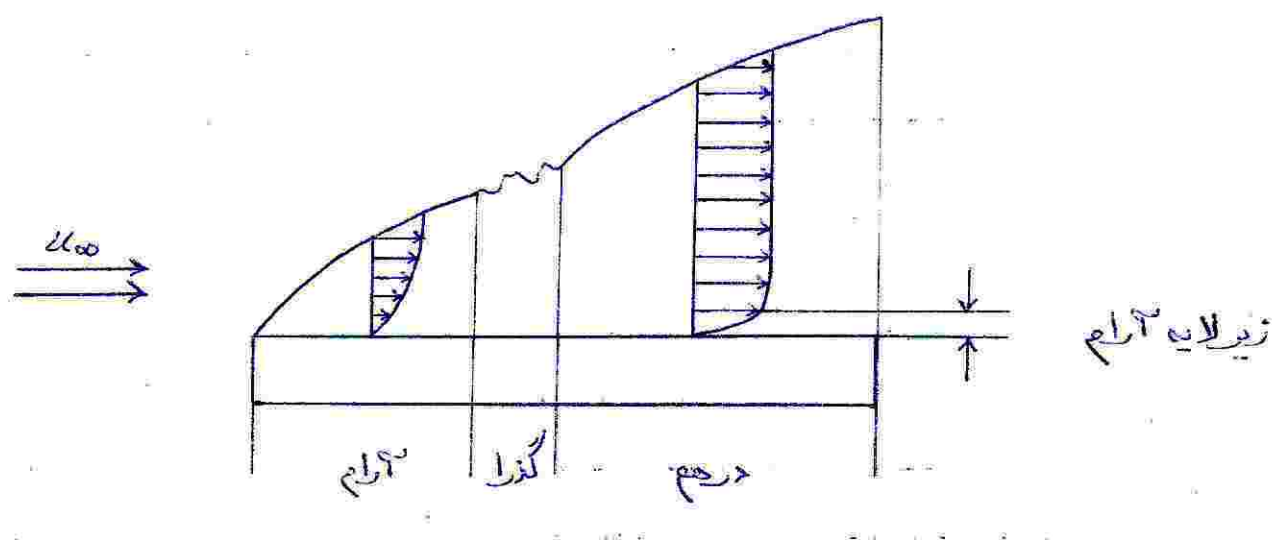
انواع جابجائی

جریان ۲ام : جریان ورقه ای است و لایه های سیال روی هم می نلغزند و بی اختلاط حاصل نمی شود . . .  
جریان درهم : اختلاط بین لایه ها مشهود است .

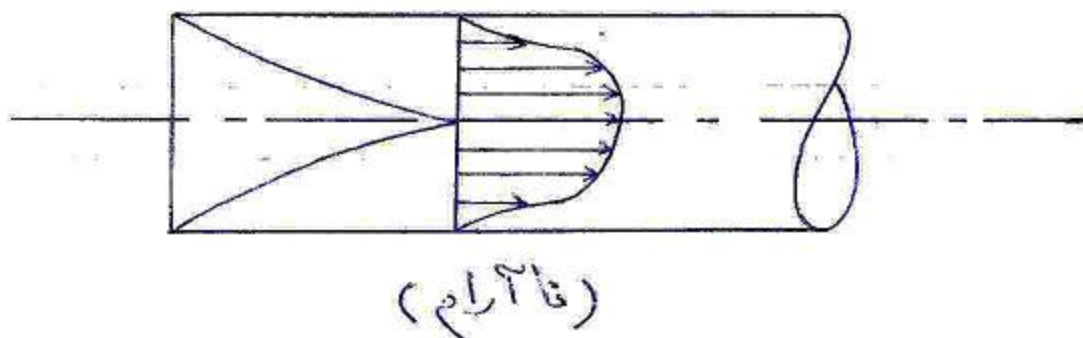
- \* معیار تشخیص نوع جریان براساس عدد  $(Re)$  می باشد که در جریان از روی صفحه :  $Re_{cr} = 5 \times 10^5$  است. در جریان از داخل لوله :  $Re_{cr} = 2300$  است.

لایه مرزی  
Boundary layer

- \* ناحیه ای از سیال که در مجاور جسمی که با آن برخورد کرده قرار داشته و در آن اثرات ویسکوزیته مشهود است را «لایه مرزی» گویند.

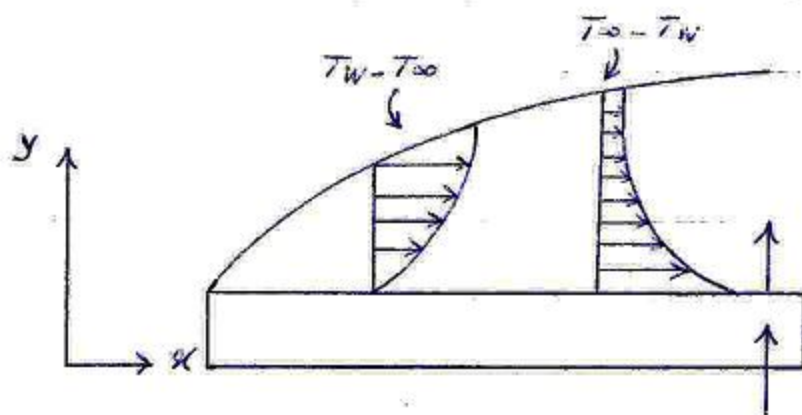






لایه مرئی حرارتی

\* درگاه بین سیال و جسم اختلاف دما وجود داشته باشد. بخاطر گرادیانهای دما لایه مرئی حرارتی بوجود می آید.



$$q/A = h(T_w - T_\infty)$$

$$q/A = -k \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$q/A = -k \frac{\partial T}{\partial y} \bigg|_{y=0} = h(T_w - T_\infty)$$

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و مکانیک  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 ۱۵۴۰۰۱۷۲۷۶  
 پروانه مهندسی: ۱۵۴۰۰۰۲۸۱۵  
 شماره شهرسازی: ۱۵۴۰۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$h = \frac{-k \frac{\partial T}{\partial y} \big|_{y=0}}{(T_w - T_\infty)}$$

$$Nu = \frac{h \cdot L_c}{k}$$

تفاوت بین لایه مرزی حرارتی و هیدرو-دینامیکی

اگر اختلاف دمای میان سیال و سطح کوچک باشد و با صرف نظر از حرارت  
فشار از اصطلاح معادله انرژی برای لایه مرزی بصورت زیر درست -  
می آید :

$$* \quad u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho c} \quad (\text{ضریب ممتد})$$

و برای لایه مرزی هیدرو-دینامیکی می توان نشان داد :

$$* \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

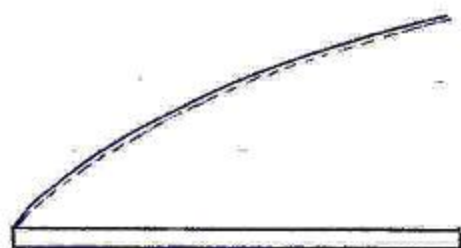


\* حل این دو معادله به ترتیب برای  $T$  و  $\alpha$  جوابهای تقریباً مشابهی داشته و ارتباط آنها بستگی به ارتباط  $\alpha$  و  $\nu$  دارد و این ارتباط توسط (عدد پراکتل) بیان می شود.

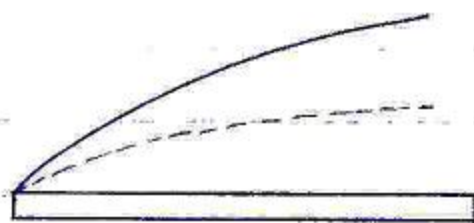
$$Pr \equiv \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\frac{\mu}{\rho}}{\frac{k}{\rho c}} \Rightarrow Pr = \frac{\mu c}{k}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} Pr = 1 & : \text{لایه مرزی ها برابرند.} \\ Pr < 1 & : \text{لایه مرزی حرارتی بزرگتر است.} \\ Pr > 1 & : \text{لایه مرزی هیدرو-دینامیکی بزرگتر است.} \end{array} \right.$$

$Pr = 1$



$Pr < 1$



$Pr > 1$



حرارتی —————  
هیدرو-دینامیکی - - - - -

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و کانالیزاسیون  
طراحی - نظارت - اجرا  
نقشه مهندسی: ۱۵-۴۰۰-۱۷۲۷۶  
پروانه مهندسی: ۱۵-۴۰۰-۰۲۸۱۵  
شماره شهرسازی: ۱۵۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت **آقای دکتر کورش امیراصلانی**  
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

# جریان آرام از روی صفات مسلح

\* روش مطالعه لایه منی حرارتی و هیپرو دینامیکی (مطالعه تحلیلی) به دو صورت است :

۱- دینامیکی

۲- انتگرالی

در روش (۱) هم کنترل بسیار کوچک در داخل لایه منی فرض کرده و پس از موازنه نیروها (در هیپرو دینامیکی) یا انرژی ها (در حرارتی) به یک معادله دینامیکی ساده و آن را حل می کنند.

در روش انتگرالی هم کنترل بسیار بزرگتر از ضخامت لایه منی بوده و در نتیجه معادلات حاصل بصورت انتگرالی نوشته می شود.

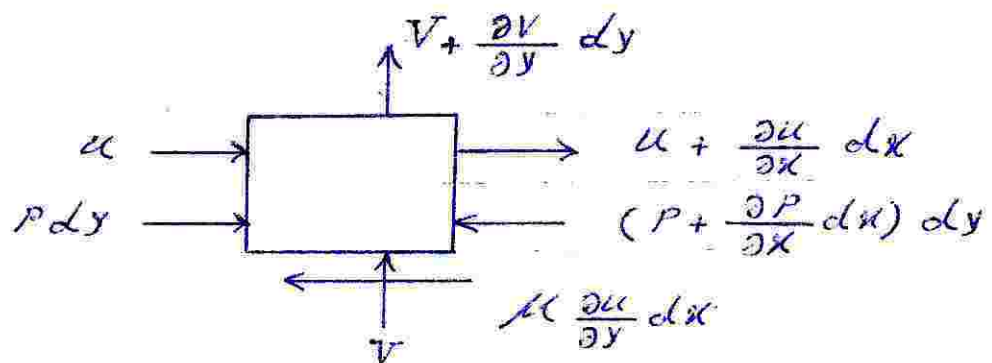
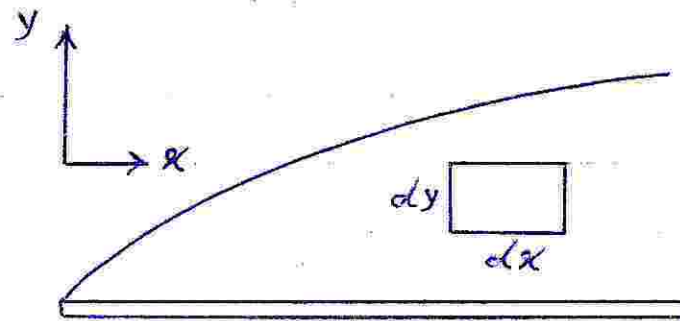
روش درست آوردن معادله دینامیکی لایه منی هیپرو دینامیکی با کاربرد توأم قانون دوم نیوتن  $(\bar{F} = \frac{m dv}{dt})$  و معادله - پیوستگی :

۱- سیال غیر قابل تراکم و جریان پایدار است.

۲- گرادیان فشار در جهت لا صرف نظر می شود.

۳- تنش برشی در جهت لا صرف نظر می شود.

۴- ویسکوزیته ثابت است.



\* با معادله نیروهای تحت معادله لایه مرزی هیدروینامیکی می‌شود :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

\* جواب این معادله رابطه ای است که تغییرات ضخامت لایه مرزی (δ) را بر حسب x نشان می‌دهد :

$$\frac{\delta}{x} = \frac{5}{\sqrt{Re_x}}$$

$$Re_x = \frac{\rho u_{\infty} x}{\mu}$$

\* با داشتن  $\frac{\partial u}{\partial y}$  از حل معادله مقدار حرکت در رابطه زیر ضریب اصطکاک سطحی ( $C_f$ ) از موازنه زیر بدست می آید:

$$\tau = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = C_f \rho_{\infty} \frac{V_{\infty}^2}{2}$$

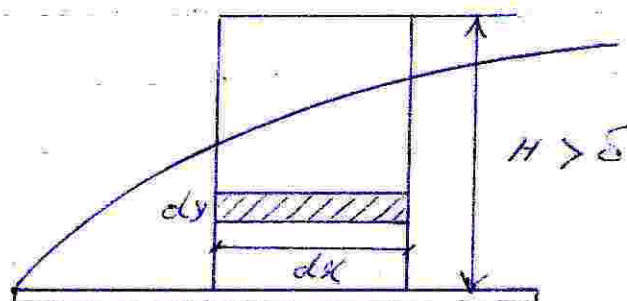
$$C_{fx} = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}} \quad (\text{موضعی})$$

$$\bar{C}_f = \frac{1}{L} \int_0^L C_{fx} dx = 2 C_{fx=L}$$

$$\bar{C}_f = \frac{1.328}{\sqrt{Re_L}}$$

$$Re_L = \frac{\rho_{\infty} U_{\infty} L}{\mu_{\infty}}$$

روش انتگرالی



$$0 \leq y \leq H$$



- ۱- حجم کنترل بزرگ با ارتفاع  $H$  و عرض  $\Delta x$  در نظر می گیرند.
- ۲- ۱ صولتهای حجم و مقدار حرکت را روی حجم کنترل فوق می نویسند.
- ۳- بر روی یک سرعتهای با ضرایب نامعلوم بصورت چند جهتهای حس می زنند.
- ۴- ضرایب چند جهتهای بر حسب شرایط مرزی موجود بدست می آید.

$$y = 0 \longrightarrow u = 0$$

$$\frac{u}{u_{\infty}} = \alpha_0 + \alpha_1 \left( \frac{y}{\delta} \right) + \alpha_2 \left( \frac{y}{\delta} \right)^2$$

- ۵- با قرار دادن معادله چند جهتهای در معادله مقدار حرکت انتگرالی و حل آن رابطه ای برای ضخامت لایه مرزی می یابیم.

- ۶- با قرار دادن مقدار  $\frac{\partial u}{\partial y}$  در رابطه  $\frac{u}{u_{\infty}} = \alpha_0 + \alpha_1 \left( \frac{y}{\delta} \right) + \alpha_2 \left( \frac{y}{\delta} \right)^2$  بدست می آید.

$$\frac{\delta}{x} = \frac{4.64}{\sqrt{Re_x}}$$

\* روش دیگر شبیهی دقت بیشتری نسبت به روش انتگرالی دارد.

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 نظام مهندسی: ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶  
 پروانه مهندسی: ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵  
 شماره شهرسازی: ۱۵۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)



# جریان آرام از روی صفحه

Von Karman

انTEGRالی

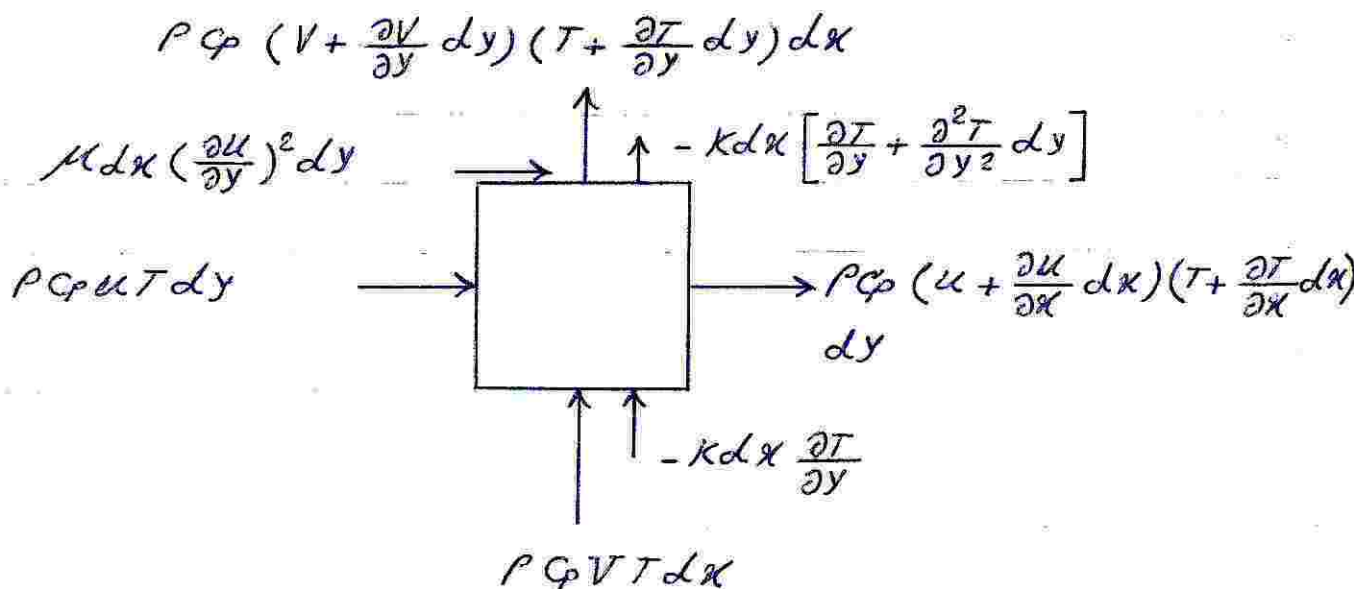
Pohlhausen

دیفرانسیلی

لایه مرزی حرارتی

فرضیات - دیفرانسیلی :

- ۱- جریان پایدار و غیر قابل تراکم .
- ۲- مقادیر  $\mu$  و  $\rho$  و  $k$  ثابت است .
- ۳- از هدایت حرارتی در جهت  $x$  صرف نظر می شود .



\* با تقاطع انرژی های ورودی و خروجی به  $C.V$  داریم :

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\mu}{\rho C_p} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad T = \text{cte}$$

\* از حل معادله فوق رابطه‌ای برای محاسبه ضریب جابجایی بر حسب عدد پéclet بعد « ناسلت » بدست می‌آید :

$$* \quad \left\{ Nu_x = \frac{h_x \cdot x}{k} = 0.332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \text{برای یک صفحه} \\ \text{بادهای ثابت} \end{array} \right.$$

$$* \quad \bar{Nu} = \frac{1}{L} \int_0^L Nu_x dx = \frac{1}{L} \int_0^L 0.332 \left( \frac{\rho u x}{\mu} \right)^{1/2} Pr^{1/3} dx$$

$$= \left[ \frac{0.332 \left( \frac{\rho u}{\mu} \right)^{1/2} Pr^{1/3}}{L} \right] \int_0^L x^{1/2} dx =$$

$$\left[ \begin{array}{ccc} " & " & " \end{array} \right] \frac{2x^{3/2}}{3} \Big|_0^L \longrightarrow$$

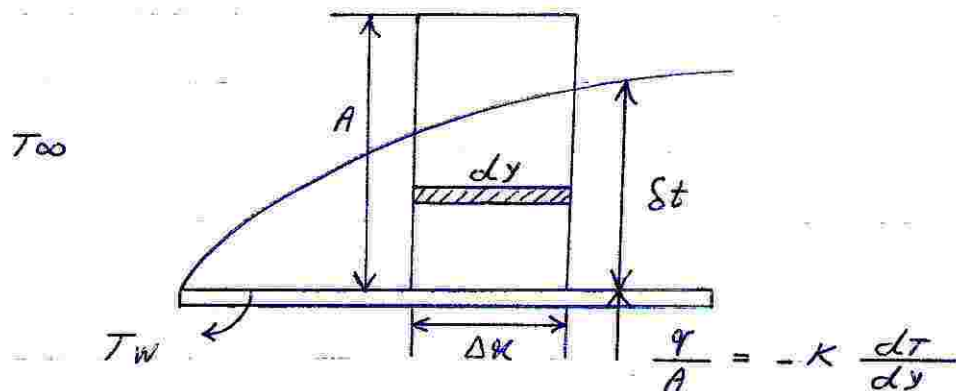
$$\bar{Nu} = 0.664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}$$

$$\bar{Nu} = 2 Nu_{x=L}$$

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
طراحی - نظارت - اجرا  
نظام مهندسی: ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶  
پروانه مهندسی: ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵  
شماره شهرسازی: ۱۵۴۰۰-۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

روش انتگرالی لایه مرزی هارتن :



- فرضیات :
- ۱- جمع کنترلی با بعد بزرگتر از ضخامت لایه مرزی هارتن - در نظر می گیریم .
  - ۲- پروفیل دمایی بصورت یک چند جمله ای حدس می زنیم .

$$T = C_1 + C_2 \eta + C_3 \eta^2 + C_4 \eta^3$$

$$\eta = \frac{y}{\delta_t}$$

- ۳- مقادیر ضرایب ثابت پروفیل دما را بر حسب شرایط مرزی می یابیم .

$$\left\{ \begin{array}{ll} y = 0 \longrightarrow T = T_w \\ y = \delta_t \longrightarrow \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \\ y = \delta_t \longrightarrow T = T_\infty \\ y = 0 \longrightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \end{array} \right.$$

$$\frac{\theta}{\theta_{\infty}} = \frac{T - T_w}{T_{\infty} - T_w} = \frac{3}{2} \frac{y}{\delta t} - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta t} \right)^3$$

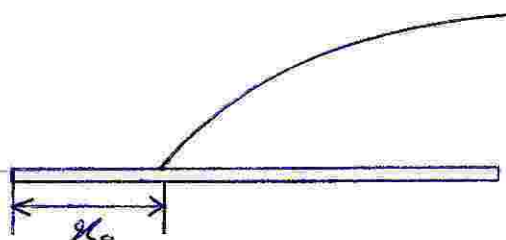
ع - یا گذاشتن معادله فوق (پروفیل دما) در معادله انرژی (رابطه زیر) آنرا برای بدست آوردن  $\delta t$  و  $h$  حل می کنیم.

$$\rho c_p \int_0^H u T dy + c_p T_{\infty} \frac{d}{dx} \left( \int_0^H \rho u dy \right) dx + \mu \left[ \int_0^H \left( \frac{du}{dy} \right)^2 dy \right] dx - k dx \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = \rho c_p \int_0^H u T dy + \frac{d}{dx} \left( \rho c_p \int_0^H u T dy \right) dx$$

\* با تقسیم طرفین بر  $\rho c_p$  :

$$\frac{d}{dx} \left[ \int_0^H (T_{\infty} - T) u dy \right] + \frac{\mu}{\rho c_p} \left[ \int_0^H \left( \frac{du}{dy} \right)^2 dy \right] =$$

$$\alpha \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}$$



$x_0$  - طولی از صفحه که حرارت نمی بیند

$$* \quad \frac{\delta_t}{\delta} = \frac{1}{1.026} Pr^{-1/3} \left[ 1 - \left( \frac{x_0}{x} \right)^{3/4} \right]^{1/3} \quad (T = cte)$$

\* اگر از ابتدا صفحه مورد حرارت قرار بگیرد:  $x_0 = 0$

$$* \quad \frac{\delta_t}{\delta} = \frac{1}{1.026} Pr^{-1/3}$$

$$* \quad Nu_x = 0.332 Pr^{1/3} Re_x^{1/2} \left[ 1 - \left( \frac{x_0}{x} \right)^{3/4} \right]^{-1/3} \quad (T = cte)$$

\* و باز اگر صفحه از ابتدا حرارت ببیند  $\left( \frac{x_0}{x} = 0 \right)$  می شود.

خواص در روابط فوق در  
دمای فیلم  $(T_f)$  محاسبه  
می شود.  $T_f = \frac{T_w + T_\infty}{2}$

صفحه مسطح در معرض شار حرارتی ثابت

$(q_w = cte)$



فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی

طراحی - نظارت - اجرا

۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶

نظام مهندسی

۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵

پروانه مهندسی

۱۵۴۰۰-۰۱۲۲۲

شماره شهرسازی

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی

دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$Nu_x = 0.453 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$$

$$\begin{cases} Nu_x = \frac{h_x x}{K} \\ q_w = h_x (T_w - T_\infty) \end{cases}$$

$$Nu_x = \frac{q_w x}{(T_w - T_\infty) K}$$

$$T_w - T_\infty = \frac{q_w x}{Nu_x \cdot K}$$

\* که اختلاف دمای صفحه و سیال را در هر نقطه می دهد.

\* اختلاف دمای متوسط صفحه و سیال در طول صفحه :

$$\overline{T_w - T_\infty} = \frac{1}{L} \int_0^L (T_w - T_\infty) dx$$

$$\overline{T_w - T_\infty} = \frac{q_w L / K}{0.6795 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}}$$

$$T_f = \frac{T_w - T_{\infty}}{2} + T_{\infty}$$

خواص در  
محاسبه می شود (در حالت شار-  
ثابت).

جریان مغشوش انوری صفحه مسطح :

\* توزیع سرعت از مانور توان یک هفتع تبعیت می کند :

$$\frac{u}{u_{\infty}} = \left( \frac{y}{\delta} \right)^{1/7}$$

\* در تحلیل جریان مغشوش انوری صفحه مسطح دو حالت داریم :

۱- جریان از ابتدای صفحه مغشوش است.

۲- جریان ابتدا آرام است و پس از مدتی در طول صفحه مغشوش می شود.

$$\frac{\delta}{x} = 0.381 Re_x^{-1/5}$$

در حالت (۱) -

در حالت (۲) - در این حالت تا طول  $x_c = 5 \times 10^5 \frac{\nu}{u_{\infty}}$  جریان

آرام است و بعد مغشوش می شود :

$$\frac{\delta}{x} = 0.381 Re_x^{-1/5} - 10256 Re_x^{-1}$$

$$5 \times 10^5 < Re_x < 10^7$$

ضریب اصطلاکی :  $(T = t_e)$

(Schlichting) :

$$C_{fx} = 0.0592 Re_x^{-1/5}$$

$$5 \times 10^5 < Re_x < 10^7$$

(Shultz - Grunow) :

$$C_{fx} = 0.370 (\log Re_x)^{-1/5}$$

$$10^7 < Re_x < 10^9$$

\* اگر لایه مرزی ابتدا آرام و سپس مغشوش شود :

$$\bar{C}_f = \frac{0.455}{(\log Re_L)^{2.584}} - \frac{A}{Re_L} \quad (T = t_e)$$

$$Re_{cr} < Re_L < 10^9$$

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و کالبدی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶  
 پروانه مهندسی:  
 ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵  
 شماره شهرسازی:  
 ۱۵۴۰۰-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

| $Re_{cr}$       | $A$  |
|-----------------|------|
| $3 \times 10^5$ | 1050 |
| $5 \times 10^5$ | 1700 |
| $10^6$          | 3300 |
| $3 \times 10^6$ | 8700 |

\* در محدوده:  $Re_{cr} < Re_L < 10^7$

$$\bar{C}_f = \frac{0.074}{Re_L^{1/5}} - \frac{A}{Re_L}$$

$$T = cte$$

$$(T = cte)$$

ضریب جا بجائی:

$$* \bar{Nu} = \frac{\bar{h}L}{K} = Pr^{1/3} (0.037 Re_L^{0.8} - 850)$$

$$5 \times 10^5 < Re_L < 10^7$$

\* برای ما یغات رابطه: (Whitaker) دقیق تر است:

$$* \bar{Nu} = 0.036 Pr^{0.43} (Re_L^{0.8} - 9200) \left( \frac{\mu_{\infty}}{\mu_w} \right)^{1/4}$$



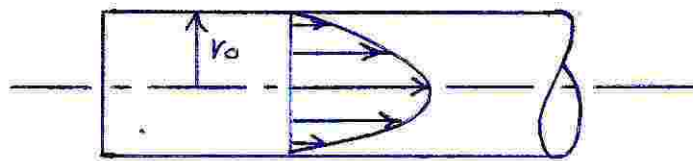
به جن  $\mu_w$  و  $\mu_\infty$  بقیه در  $T_f$  محاسبه می شود.

جریان از داخل لوله ها :

\* در حالت جریان آرام توزیع سرعت از رابطه زیر تبعیت می کند:

$$\frac{u}{u_0} = 1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2$$

$\downarrow$  (سرعت در محور لوله)                       $\downarrow$  (شعاع  $u_{max}$  لوله)



\* نتایج تحلیل فشار داده که در حالت لوله با دمای دیواره ثابت در حالت *Laminar* :

$$Nu_d = \frac{hd}{K} = 3.656$$

\* در حالتی که لوله تحت شار هاروی ثابت قرار گیرد :

$$Nu_d = \frac{hd}{K} = 4.364$$



در حالت جریان ناآرام :

$$Re_d = \frac{\rho V_d d}{\mu}$$

$$* \quad Nu_d = 0.0395 Re_d^{3/4} Pr^{1/3}$$

\* خواص سیال در (دمای حجم) یا (bulk Temp.) که نشانگر متوسط انرژی در سطح مقطع لوله است حساب می شود :

$$T_b = \frac{\int_0^{r_o} \rho(2\pi r dr) u \varphi T}{\int_0^{r_o} \rho(2\pi r dr) u \varphi}$$

\* اما در حالت لاریبری :

$$T_b = \frac{T_o + T_i}{2}$$

$$(\dot{Q} = h A (T_w - T_b) = \dot{m} \varphi (T_o - T_i)) \quad : \quad \text{همچون}$$

سیال اگر به سرعت به مانع برخورد نماید دما بالا می رود.  
در انتقال حرارت جریانات خیلی سریع دیگر نمی توان از اتلافات

:

جریانات خیلی سریع

لزجی صرف نظر کرد.

اگر صفحه‌ای که در تماس با جریان سریع می باشد را عایق فرض کنیم افزایش دمای آن ناشی از دو عامل است :

۱ - اتلاف لزجی که به حرارت تبدیل می شود.

۲ - تبدیل انرژی جنبشی سیال به سکون.

اگر سیالی از حالت حرکت بطور ادیاباتیک و بازگشت پذیر ناگهان به حالت سکون درآید انتالی حاصل از انتالی سکون گویند :

$$h_o = h + V^2/2 \quad (\text{انتالی سکون})$$

$$C_p T_o = C_p T + V^2/2$$

$$\left. \begin{aligned} T_o &= T + V^2/2 C_p \\ C_p &= \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \end{aligned} \right\} \rightarrow T_o = T + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot \frac{V^2}{\gamma R}$$

$$\frac{T_o}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot \frac{V^2}{\gamma R T}$$

$$\frac{T_o}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot \frac{V^2}{\alpha^2}$$

$$M = \frac{V}{\alpha} \rightarrow \frac{T_o}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \quad (\text{عدد ماخ})$$

\* در محل دیواره عایق نبوده و همچنین مقداری از کار لزجی و -

انرژی جنبشی بصورت بازگشت ناپذیری تلف شده و دمای سکون واقعی کمتر از دمای  $T_0$  است.

\* دمای  $T_{aw}$  یا باتیک واقعی  $(T_{aw})$  را می توان بر اساس تعریف «ضریب بازتاب» از رابطه زیر بدست آورد :

$$r = \frac{T_{aw} - T_{\infty}}{T_0 - T_{\infty}}$$

\* برای لایه های با عدد  $Pr$  حدود یک :  
 Laminar  $r = Pr^{1/2}$   
 Turbulent  $r = Pr^{1/3}$

\* معادله انرژی

$$-u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\mu}{\rho c_p} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

خوسط (Eckert) حل شد ( برای جریانات خیلی سریع ) . وی نتیجه گرفت که همچنان از روابط جریانات غیر سریع می توان (h) را بدست آورد و معادله انتقال حرارت بصورت زیر است :

$$q = hA(T_w - T_{aw})$$

Additive Wall :  $aw$

\* اگر گرادیانهای دمای موجود در داخل لایه مرزی دارای تغییرات شدید باشد خواص سیال باید در دمای مرجع  $T^*$  بدست بیاید :

$$T^* = T_{\infty} + 0.50 (T_w - T_{\infty}) + 0.22 (T_{aw} - T_w)$$

یادآوری: - براساس اصول تشابه رینولدز - کولبرن رابطه میان ضرایب اصطکاک و جابجائی در جریان انحرافی صفحات مسطح عبارتست از:

$$St_x \cdot Pr^{2/3} = \frac{C_{fx}}{2}$$

$$St_x = \frac{Nu_x}{Re \cdot Pr} = \frac{h_x}{Pr \cdot C_p} \quad (\text{عدد استانتون})$$

\* برای جریان از داخل لوله ها:

$$St \cdot Pr^{2/3} = \frac{f}{8} \quad (\text{ضریب اصطکاک})$$

\* با استفاده از رابطه که براساس اصول تشابه رینولدز - کولبرن برای جریانات غیر سریع بدست آمد می توان با محاسبه - خواص در  $T^*$  از  $T$ ها برای جریانات سریع استفاده کرد: (علامت \* یعنی خواص در  $T^*$  حساب شود)

$$St_x^* \cdot Pr^{*2/3} = 0.332 Re_x^{*-1/2} \quad Re_x < 5 \times 10^5$$

$$St_x^* \cdot Pr^{*2/3} = 0.0296 Re_x^{*-1/5} \quad 5 \times 10^5 < Re_x < 10^7$$

$$St_x^* \cdot Pr^{*2/3} = 0.185 (\log Re_x^*)^{-2.584} \quad 10^7 < Re_x < 10^9$$



\* اگر دما و سرعت خیلی بالا باشد ممکن است در لایه مرزی گسیختگی‌ها ایجاد شود در این حالت Eckert توصیه کرده که انتقال حرارت بر حسب اختلاف انتالپی محاسبه شود؛ یعنی:

$$\begin{cases} q = h_i A (i_w - i_{aw}) \\ r = \frac{i_{aw} - i_{\infty}}{i_o - i_{\infty}} \quad (\text{ضریب بازتاب}) \end{cases}$$

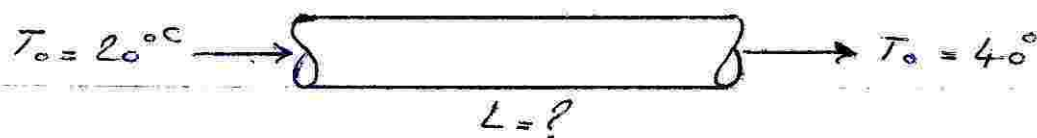
\* و خواص در  $i^*$  حساب می‌شود:

$$i^* = i_{\infty} + 0.5 (i_w - i_{\infty}) + 0.22 (i_{aw} - i_{\infty})$$

\* در روابط قبلی که بر اساس اصول تشابه رینولدز - کولبرن بود در این حالت عدد استانتون عبارتست از:

$$St_i = \frac{h_i}{\rho V}$$

مسئله -  $0.5 \text{ Kg/min}$  آب طی گذران لوله‌ای به قطر  $2.5 \text{ cm}$  که سطح آن در دمای ثابت  $110^\circ\text{C}$  نگه داشته شده از  $20^\circ\text{C}$  تا  $40^\circ\text{C}$  گرم می‌شود. طول لوله مورد نیاز را حساب کنید.





$$* \quad \dot{Q} = h(RdL) \left( T_W - \frac{T_o + T_i}{2} \right) = \dot{m} C (T_o - T_i)$$

$$L = \frac{\dot{m} C (T_o - T_i)}{h R d (T_W - T_b)}$$

$$T_b = \frac{T_o + T_i}{2} = \frac{40 + 20}{2} = 30^\circ \text{C}$$

خواص آب  $30^\circ$  :

$$\rho = 995.3 \text{ kg/m}^3$$

$$C = 4.176 \text{ kJ/kgK}$$

$$K = 0.62 \text{ W/m-}^\circ\text{C}$$

$$\mu = 8 \times 10^{-4} \text{ kg/m.s}$$

$$Pr = 5.35$$

$$\dot{m} = \rho V A_s \rightarrow V = \frac{\dot{m}}{\rho A_s} = \frac{0.5}{60 (995.3) \left( \frac{\pi}{4} (0.025)^2 \right)}$$

$$V = 0.017 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{\rho V d}{\mu} = \frac{(995.3) (0.017) (0.025)}{8 \times 10^{-4}} \rightarrow$$

$$Re = 529$$

Laminar  $\rightarrow$

$$Nu_d = \frac{h d}{K} = 3.656 \rightarrow h = \frac{3.656 (0.62)}{0.025}$$

$$\rightarrow h = 90.7 \text{ W/m}^2\text{C}$$

$$\rightarrow L = \frac{\dot{m} c (T_o - T_i)}{h R d (T_w - T_b)} = \frac{0.5 (4176) (40 - 20)}{(60) (90.7) R (0.025) (110 - 30)}$$

$$L = 1.22 \text{ m}$$

\* اگر دمای خروجی را ندادند حدس می زنیم و سپس سعی و خطای کنیم.

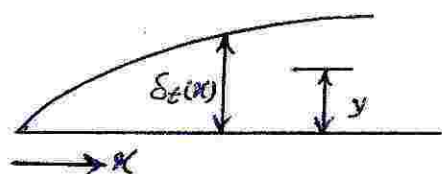
مسئله - پروفیل دما در یک صفحه افقی درون لایه مرزی به صورت زیر است:

$$\frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} = 2 \frac{y}{\delta_t(x)} - \left( \frac{y}{\delta_t(x)} \right)^2$$

بطوریکه ضخامت لایه مرزی حرارتی  $\delta_t(x)$  در هر فاصله  $x$  از ابتدای صفحه عبارتست از:

$$\frac{\delta_t(x)}{x} = \frac{5.5}{Re_x^{1/2} Pr^{1/3}}$$

عبارتی برای  $h$  موضعی بر حسب  $Re_x$  و  $Pr$  بیابید.



$$(y < \delta_t(x))$$

فرشاد نسرایلی - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی

طراحی - نظارت - اجرا

۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶

نظام مهندسی

۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵

پروانه مهندسی

۱۵۴۰۰-۰۱۲۲۲

شماره شهرسازی

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی

دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$* \quad h_x = \frac{k \frac{\partial T}{\partial y} \big|_{y=0}}{T_W - T_\infty}$$

$$T = T_\infty + (T_W - T_\infty) \left[ 2 \frac{y}{\delta_t} - \left( \frac{y}{\delta_t} \right)^2 \right]$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} \bigg|_{y=0} = (T_W - T_\infty) \left[ \frac{2}{\delta_t} - 2 \left( \frac{y}{\delta_t} \right) \right] = \frac{2(T_W - T_\infty)}{\delta_t}$$

$$h_x = \frac{2k(T_W - T_\infty)}{\delta_t(T_W - T_\infty)} = \frac{2k}{\delta_t}$$

$$h_x = \frac{2k}{x(5.5)} Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$$

$$Nu_x = \frac{h_x \cdot x}{k} = 0.364 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$$

مسئله - هوا از روی یک صفحه مسطح که دمای آن به طور ثابت  $65^\circ\text{C}$  است جریان دارد. سرعت هوا تحت شرایط استاتیکی  $15^\circ\text{C}$  و  $7 \text{ kPa}$  برابر  $600 \text{ m/s}$  است. ضریب جابجایی متوسط را در طول  $1 \text{ m}$  صفحه بیابید.

(حالت جریان سریع)

$$\alpha = \sqrt{\gamma R T} = \sqrt{(1.4)(287)(288)} = 340 \text{ m/s} \quad (\text{سرعت صوت})$$

$$M_{\infty} = \frac{V_{\infty}}{\alpha} = \frac{600}{340} = 1.76$$

\* خواص سیال در دمای جریان آزاد :  $(15^{\circ}\text{C})$

$$\rho_{\infty} = \frac{P_{\infty}}{R T_{\infty}} = \frac{7}{(0.287)(288)} = 0.085 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_{\infty} = \longrightarrow 1.72 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s}$$

$$Re_{\infty} = \frac{\rho_{\infty} V_{\infty} L}{\mu_{\infty}} = \frac{0.085 \cdot (600)(1)}{1.72 \times 10^{-5}} = 2.96 \times 10^6$$

خوفوع  
جریان دایره

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{\infty}^2 \longrightarrow$$

$$\frac{T_0}{288} = 1 + \frac{1.4 - 1}{2} (1.76)^2 \longrightarrow$$

$$T_0 = 467^{\circ}\text{K}$$

\*  $P_r$  را حسب می زنیم و  $T^*$  را می یابیم و بعد چک می کنیم :

الف) ناحیه آرام :  $P_r = 0.7$  - فرض

$$r = P_r^{1/2} = 0.837$$

$$r = \frac{T_{aw} - T_{\infty}}{T_0 - T_{\infty}} \longrightarrow 0.837 = \frac{T_{aw} - 288}{467 - 288}$$

$$\rightarrow T_{aw} = 438^{\circ}K$$

$$T^* = T_{\infty} + 0.5 (T_w - T_{\infty}) + 0.22 (T_{aw} - T_{\infty}) \rightarrow$$

$$T^* = 346^{\circ}K$$

\* خواص هوا در  $346^{\circ}K$  و  $7 KPa$ :

$$\rho^* = \frac{P}{RT^*} = \frac{7}{(0.287)(346)} = 0.071 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu^* = 2.068 \times 10^{-5} \text{ kg/ms}$$

$$C_p^* = 1.0087 \text{ kJ/kg K}^{\circ}$$

$$Pr^* = 0.698 \quad (\text{پس فرض ما درست است})$$

$$x_{cr} = \frac{5 \times 10^5 \mu^*}{\rho^* V_{\infty}} = \frac{5 \times 10^5 (2.068 \times 10^{-5})}{(0.071)(600)}$$

$$x_{cr} = 0.244 \text{ m}$$

$$\overline{Nu}^* = \frac{\bar{h}L}{k^*} = 0.664 (Re_L^*)^{1/2} Pr^{*1/3} \rightarrow$$



$$\bar{h} = \frac{0.0297}{0.244} (0.664) (5 \times 10^5)^{1/2} (0.698)^{1/3}$$

$$\bar{h} = 50.7 \text{ W/m}^2\text{C}^\circ$$

ج - ناحیه مضروب :  $Pr = 0.7$  - فرض

$$r = Pr^{1/3} = \frac{T_{aw} - T_\infty}{T_o - T_\infty} = 0.888 \rightarrow$$

$$T_{aw} = 447^\circ\text{K}$$

$$T^* = 288 + 0.5(338 - 288) + 0.22(447 - 288)$$

$$T^* = 348^\circ\text{K}$$

\* خواص هوا در  $348^\circ\text{K}$  و  $7 \text{ bar}$  :

$$\rho^* = \frac{7}{(0.287)(348)} = 0.07 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu^* = 2.071 \times 10^{-5}$$

$$Pr^* = 0.697$$

$$K^* = 0.0299$$

(پس فرض ما درست است)

$$C_p^* = 1.009$$

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 نظام مهندسی: ۱۷۲۷۶-۴-۱۵  
 پروانه مهندسی: ۲۸۱۵-۴۰۰-۱۵  
 شماره شهرسازی: ۱۲۲۲-۴-۱۵

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

مسئله - در عرض یک اتاق فلزی در فصل تابستان نسبیع ملایمی با سرعت  $3 \text{ m/s}$  می وزد. ارتفاع دیوار این اتاق  $2 \text{ m}$  و عرض آن  $2.5 \text{ m}$  است. یک شار انرژی خالص خورشیدی به میزان  $4200 \text{ W/m}^2$  در دیوار مزبور جذب شده و سپس به طریق  $50\%$  به هوای محیط بخش می شود به فرض آنکه دمای هوای ایتسفریک  $27^\circ\text{C}$  بوده و فرض باد در عرض دیوار مثل جریان از روی یک

$$Re_L = 2.96 \times 10^6 \rightarrow St_x Pr^{2/3} = 0.0296 Re_x^{-1/5}$$

$$\rightarrow h_x = Pr^{2/3} (Pr^* V_\infty \varphi^*) (0.0296) \left( \frac{\rho^* V_\infty x}{\mu^*} \right)^{-1/5}$$

$$\rightarrow h_x = 87.4 x^{-1/5}$$

$$\bar{h} = \frac{1}{L_2 - L_1} \int_{L_1=0.244}^{L_2=1} h_x dx = \frac{87.4}{1-0.244} \left[ \frac{(1)^{4/5} - (0.244)^{4/5}}{4/5} \right]$$

$$\bar{h} = 97.8 \text{ W/m}^2\text{C}^\circ$$

$L_1$  از بیت دو ناحیه  
است و  $L_2$  را هم که  
مسئله به ما داده است.



**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و مکانیک

طراحی - نظارت - اجرا

۱۵۳۰۰-۱۷۲۷۶

نظام مهندسی:

۱۵۳۰۰-۰۲۸۱۵

پروانه مهندسی:

۱۵۳۰۰-۱۲۲۲

شماره شهرسازی:

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی

دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

صفحه تحت است دمای متوسط دیوار را در حالت قطار بیابید.

|                              |   |                                                                                                             |
|------------------------------|---|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| خواص هوای $27^\circ\text{C}$ | : | $U = 16.84 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$<br>$P_r = 0.708$<br>$K = 0.02624 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ |
|------------------------------|---|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

$$Re = \frac{U_\infty L}{\nu} = \frac{3 (2.5)}{16.84 \times 10^{-6}} \rightarrow Re = 4.45 \times 10^5$$

قبلاً دیدیم که :

$$\overline{T_W - T_\infty} = \frac{q_w L / K}{0.6795 Re^{1/2} Pr^{1/3}}$$

$$\overline{T_W - T_\infty} = 99^\circ\text{C}$$

تکرار اقل

\* این تکرار اقل بود. بعد باید خواص سیال در دمای -  
 $T_f = \frac{\overline{T_W - T_\infty}}{2} + T_\infty$  بدست آمده و مراحل فوق تکرار به دمای  
 $\overline{T_W - T_\infty}$  طی شود. در صورت مسامی بودن مقدار در دو تکرار متوالی  
 محاسبه را متوقف می کنیم.

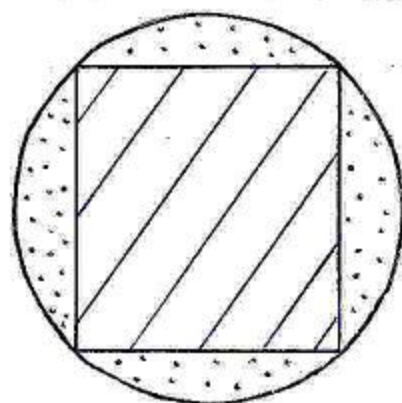
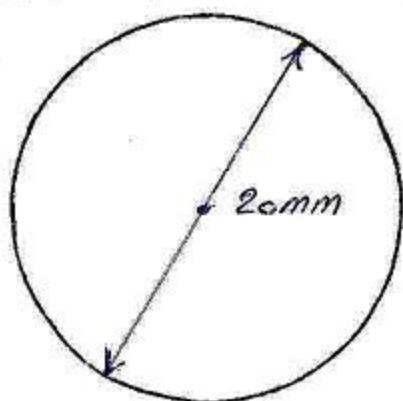
مسئله - در یک گرمکن حرارت از محصولات احتراق به آب اطراف  
 لوله منتقل می شود.

الف - در این حالت محصولات احتراق طی جریان کاملاً  
 گسترش یافته با دبی  $0.01 \text{ kg/s}$  و دمای  $800^\circ\text{K}$   
 عبور کرده و دمای سطح لوله هم  $340^\circ\text{K}$  است.



انتقال حرارت به آب بازاری واحد طول لوله چقدر است ؟

ب- اگر مطابق شکل میله‌ای با مقطع مربع درون لوله قرار گیرد به ازای دبی  $0.01 \text{ kg/s}$  دمای  $800^\circ\text{K}$  برای محصولات و  $340^\circ\text{K}$  برای سطح لوله انتقال حرارت چقدر خواهد شد. قطر لوله و میله در هر دو حال  $20 \text{ mm}$  است و محصولات احتراق را می‌توان با خصوصیات هوای اتمسفریک پنداشت.



فرض می‌کنیم دمای  $800^\circ\text{K}$  دمای جبهه  $(T_b)$  سیال است :

خواص هوا در  $800^\circ\text{K}$  :

$$\rho = 0.4405$$

$$\nu = 8.23 \times 10^{-5}$$

$$Pr = 0.69$$

$$k = 0.0578 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$$

$$Re = \frac{u d}{\nu}$$

$$\dot{m} = \rho \cdot u \cdot A \rightarrow u = \frac{\dot{m}}{\rho A} = \frac{4 \dot{m}}{\rho \pi d^2}$$



$$Re = \frac{4\dot{m}}{\rho R d V} = \frac{4(0.01)}{0.4405(R)(0.02)(8.23 \times 10^{-5})}$$

$$Re = 17433$$

\* جریان از داخل لوله ها :

$$* Nu = \frac{\bar{h}d}{k} = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.3}$$

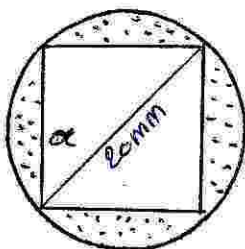
$$\bar{h} = \left( \frac{0.0578}{0.02} \right) (0.023) (17433)^{0.8} (0.69)^{0.3}$$

$$\bar{h} = 146.9 \text{ W/m}^2\text{C}^\circ$$

$$\frac{q}{L} = h(Rd)(T_b - T_w) = 146.9(R)(0.02)(800 - 340)$$

$$q/L = 4247 \text{ W/m}$$

ب - چون سطح مقطع عبوری شکل هندسی مشخص ندارد باید قطر هیدرولیکی را بیابیم (سطح مقطع غیر دایره ای است) :



$$d_H = \frac{4A}{P} = \frac{4 \left[ \frac{1}{4}(d^2) - a^2 \right]}{(Rd + 4a)}$$

$$d = 20 \text{ mm}$$

$$a = 20 \sin 45^\circ = 14.14 \text{ mm}$$

$$\rightarrow L_H = 3.8 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$u = \frac{\dot{m}}{\rho A} = \frac{\dot{m}}{\rho [1/4 (\pi d^2)]} = 198.75 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{u L_H}{\nu} = 9248$$

$$Nu = \frac{h d_H}{K} = 0.023 (Re)^{0.8} (Pr)^{0.3} = 30.6$$

$$h = \frac{K \cdot Nu}{d_H} = 462.2 \text{ W/m}^2 \text{C}^\circ$$

$$q/L = h (\pi d) (T_b - T_w)$$

\*  $d$  قرار می‌دهیم چون سطح تبادل حرارت، مساحت خارجی لوله است.

$$q/L = 13358 \text{ W/m}$$

روابط تجربی در جایجای اجباری

\* گاهی حالاتی پیش می‌آید که نمی‌توان از روابط تحلیلی استفاده کرد و یا دمای دقت کافی نیست (مثلاً در جریان مضروب یا اختلاف دمای زیاد سیال و دیواره) بررسی‌های ۲ تا ۱۰ بعدادی نشان داده که ضریب جایجائی در جریان اجباری (خصوصاً جریان از داخل لوله‌ها که مورد بحث ما است) تابعی از اعداد  $Re$  و  $Pr$  است.

شکل عمومی رابطه انتقال حرارت جا بجای اجباری در جریان از -  
داخل لوله ها عبارتست از :

$$Nu_d = C Re_d^m Pr^n$$

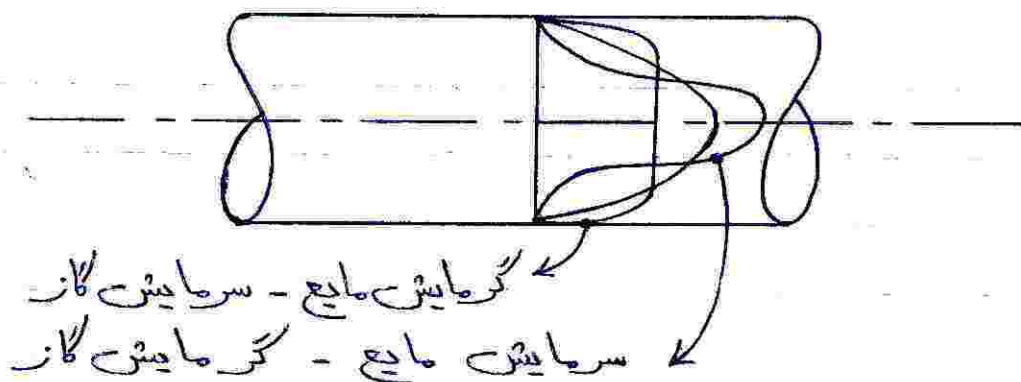
( $C$  و  $m$  و  $n$  مقادیر ثابت و تابع شکل هندسی و شیوع جریان می باشند)

توان  $m$   $\xrightarrow{\text{شیب منحنی}} \log Nu - \log Re$

توان  $n$   $\xrightarrow{\text{شیب منحنی}} \log Pr - \log \frac{Nu}{Re^m}$

$m$  تصحیح شده  $\xrightarrow{\text{شیب منحنی}} \log Re - \log \left( \frac{Nu}{Pr^n} \right)$

$m$  نهائی و  
با عملیاتی  $C$   
لامع دهد.  $\xrightarrow{\text{شیب منحنی}} Nu_d = C Re_d^m Pr^n$



\* مایع : با گرم شدن و ویسکوزیته کم می شود.  
\* گاز : " " " " : زیاد



خلاصه روابط تجربی در جریان از داخل لوله ها :

- ۱- در جریان درجع کاملاً developed از داخل لوله نوع (Smooth) :
- ۲- وقتی اثر تغییر سیال را بر اثر اختلاف دما با دیواره خواهیم (در شرایط (۱) :



۱- (رابطه) : (Dittus - Boelter)

$$Nu_d = \frac{hd}{k} = 0.023 Re^{0.8} Pr^n$$

$n = 0.4$  در گرمایش سیال

$n = 0.3$  در سرمایش سیال

$$6 < Pr < 100$$

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
طراحی - نظارت - اجرا  
تلفن: ۱۵۴-۵۱۷۲۷۶  
پروانه مهندسی: ۱۵۴۰۵۰۲۸۱۵  
شماره شهرسازی: ۱۵۴-۵۱۷۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

خواص در دمای جوش ( $T_g$ ) محاسبه می شود.



۲- (رابطه) : (Sieder - Tate)

$$Nu_d = \frac{hd}{k} = 0.027 Re^{0.8} Pr^{1/3} \left( \frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14}$$

(تمام خواص در دمای جوش و  $\mu_w$  در دمای دیواره)



۳- در طول ورودی لوله برای جریان گسترش نیافته در طول ورودی برای لوله نرم :

\* (رابطه Nusselt) :

$$Nu_d = 0.036 Re^{0.8} Pr^{1/3} \left( \frac{d}{L} \right)^{0.055}$$

$L$  : طول لوله

خواص در دمای جبهه محاسبه شود.

$$100 < L/d < 400$$

۴- رابطه دیتوی برای جریان در هم گسترش یافته از داخل لوله نرم :

\* (رابطه Petukhov) : (برای شار ثابت مع بکار می رود)  
(برای لوله زبر مع بکار می رود)

$$Nu_d = \frac{(f/8) Re Pr}{1.07 + 12.7 (f/8)^{1/2} (Pr^{2/3} - 1)} \left( \frac{\mu_b}{\mu_w} \right)^n$$

$$n = \begin{cases} 0.11 & \text{اگر } T_w > T_b \\ 0.25 & \text{اگر } T_w < T_b \\ 0 & \text{برای حالت } q_w = \text{cte برای مایع و گاز} \end{cases}$$



خواص به جن  $\mu_b$  (در  $T_b$ ) و  $\mu_w$  (در  $T_w$ ) در دمای  
ضلع مناسب می شود :

$$T_f = \frac{T_b + T_w}{2}$$

در ناحیه آرام :  $f = (1.8 \log Re - 1.64)^{-2}$

خطای 6%  $\rightarrow 0.5 < Pr < 200$

خطای 10%  $\rightarrow \left. \begin{array}{l} 0.5 < Pr < 2000 \\ 10^4 < Re < 5 \times 10^6 \\ 0.08 < \mu_b / \mu_w < 40 \end{array} \right\}$

5- در جریان کاملاً گسترش یافته  $Pr$  لام از لوله ای با دمای دیواره  
ثابت :

\* (رابطه Hausen) : (خواص در دمای ضلع)

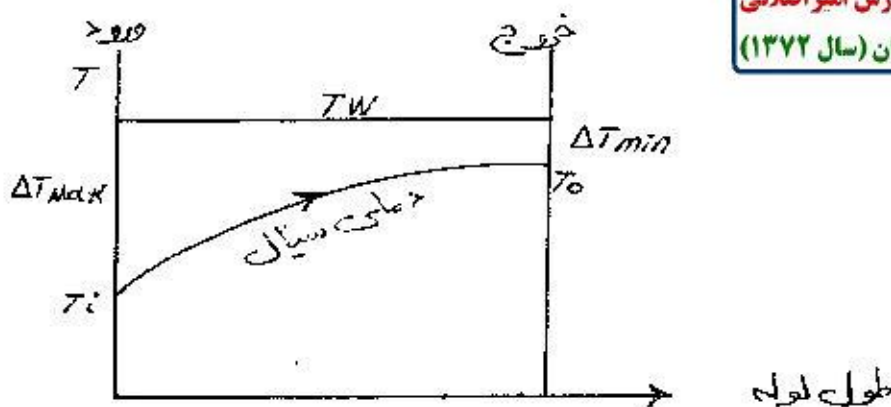
$$Nu_d = 3.66 + \frac{0.0668 (d/L) Re \cdot Pr}{1 + 0.04 [(d/L) Re Pr]^{2/3}}$$

در لوله خیلی طویل  $Nu_d \approx 3.66$

در هنگام استفاده از این رابطه می‌توان انتقال حرارت عبارتست از :

$$Q = k A \Delta T_m$$

اختلاف دمای لگاریتمی



$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_{Max} - \Delta T_{min}}{\ln \frac{\Delta T_{Max}}{\Delta T_{min}}}$$

\* مشابه حالت فوق می‌توان از رابطه (Sieder و Tate) هم استفاده کرد :

$$Nu_d = 1.86 (Re \cdot Pr)^{1/3} \left(\frac{d}{L}\right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0.14}$$

$$Re \cdot Pr \cdot d/L > 10$$

(خواص در دمای جفت)

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
طراحی - نظارت - اجرا  
نظام مهندسی: ۱۰۴-۰-۱۷۲۷۶  
پروانه مهندسی: ۱۰۴۰۰-۰۲۸۱۵  
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

۶- برای لوله‌های زیر در هر یک جریان براساس تشابه رینولدز-کولبرن از رابطه زیر بهر می‌گیریم :

$$St = \frac{Nu}{Re \cdot Pr} = \frac{h}{\rho u_m \phi}$$

$\swarrow$   
 سرعت متوسط لوله

$$St \cdot Pr^{2/3} = f/8$$

$f$  : ضریب اصطکاک از دی‌گرام سودی

\* عدد  $Pr$  در دمای فیلم  $(\frac{T_b + T_w}{2})$  و عدد استانتون در دمای جبهی مناسب می‌شود.

\* برای مقاطع غیردایره یا از روابط فوق با  $(DH)$  استفاده می‌کنیم یا از جدول 6.1 هوانج.



**پتروپالامحور** پیشتاز در ارائه خدمات مهندسی و متعهد به کیفیت

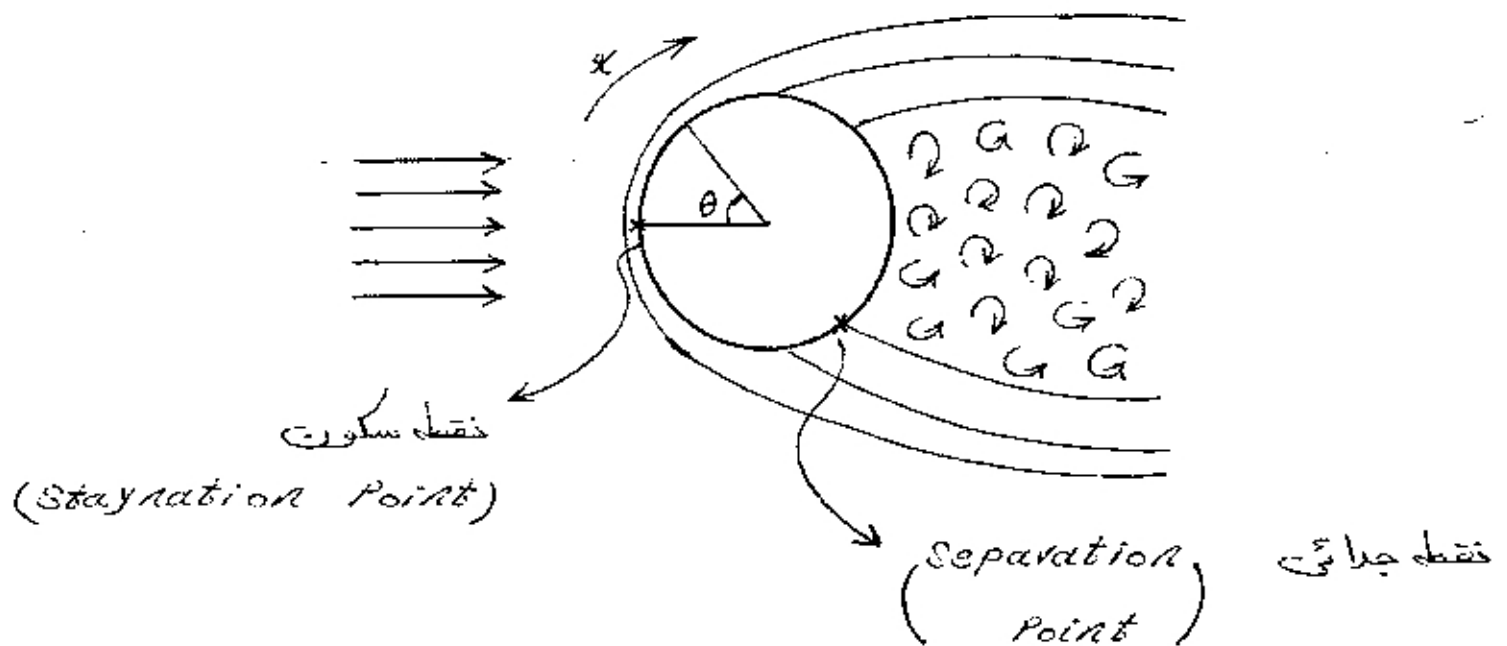
PPM , Dedicated For The Best Quality

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و کالبدی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 نظام مهندسی: ۱۷۲۷۶-۰۳-۱۰  
 پروانه مهندسی: ۰۲۸۱۵-۰۴-۱۰  
 شماره شهرسازی: ۰۱۲۲۲-۰۳-۱۰

جزوه درس انتقال حرارت **آقای دکتر گورش امیراصلانی**  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

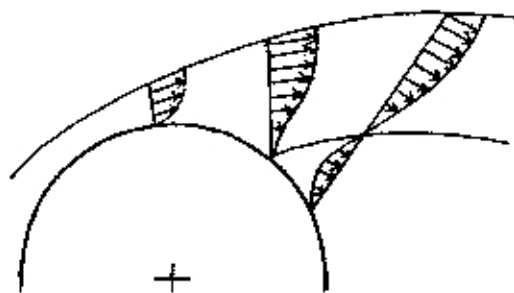
# جریان از روی استوانه ها و کره ها \*

\* در جریان از روی استوانه یا کره گرادیان فشار بوجود آمده اثر مستقیم بر روی لایه های مرزی داشته و باید آن را در نظر گرفت.



$$\begin{cases} \frac{dp}{dx} < 0 \\ \frac{dp}{dx} = 0 \\ \frac{dp}{dx} > 0 \end{cases}$$

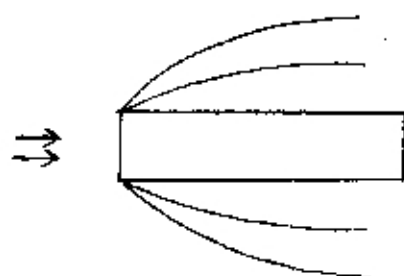
بعد از نقطه سکون  
سرعت  $Max$   
بعد از موجالت فوق



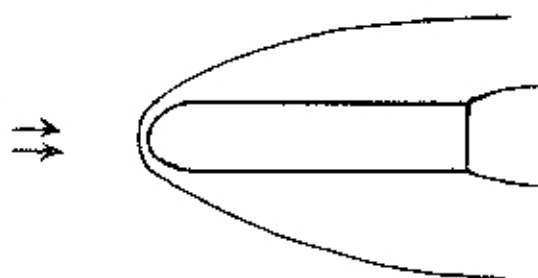


برای استوانه :  $Re_a = 2 \times 10^5$

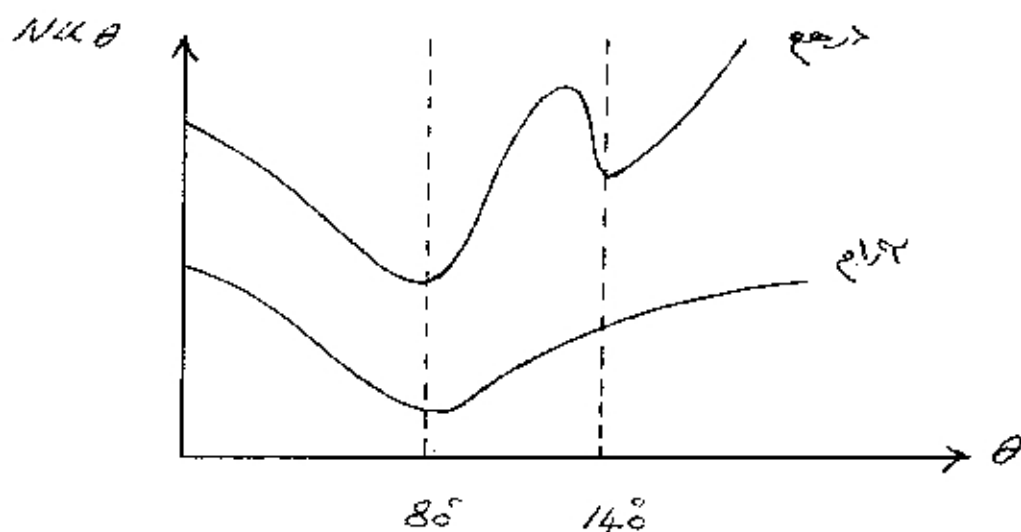
نقطه جابجایی } در جریان لایه در  $\theta = 80^\circ$   
 در جریان درهم در  $\theta = 140^\circ$



round nose



blunt nose



\* بررسی های (Hilpert) در مورد لایه ها و (Katz و Knudsen) -  
 در مورد مایعات نشان داده که رابطه انتقال حرارت طی جریان خارجی عمود  
 بر محور استوانه ایی توان به شکل عمومی زیر بکار برد :

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶ نظام مهندسی  
 ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵ پروانه مهندسی  
 ۱۵۴۰۰-۰۱۲۲۲ شماره شهرسازی

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$\frac{hd}{K} = C Re^n Pr^{1/3}$$

\* مقادیر  $C$  و  $n$  بصورت تابعی از رینولدز در جدول 6-2 آورده شده است.

| $Re$                            | $C$    | $n$   |
|---------------------------------|--------|-------|
| 0.4 - 4                         | 0.989  | 0.350 |
| 4 - 40                          | 0.911  | 0.385 |
| 40 - 4000                       | 0.683  | 0.466 |
| 4000 - $4 \times 10^4$          | 0.193  | 0.618 |
| $4 \times 10^4 - 4 \times 10^5$ | 0.0266 | 0.805 |

\* کلیه خواص در دمای فیلم  $T_f = \frac{T_{\infty} + T_w}{2}$  محاسبه می شود.

انتقال حرارت بین گاز و کره :

$$(Mc Adams) \begin{cases} \frac{hd}{K} = 0.37 Re^{0.6} \\ 17 < Re < 70000 \end{cases}$$

\* خواص در دمای فیلم محاسبه می شود.

انتقال حرارت بین مایع و کره :

$$\begin{cases} \frac{h d}{K} = (0.97 + 0.68 Re^{0.5}) Pr^{0.3} \\ 1 < Re < 2000 \end{cases} \quad (\text{خواص در دمای فیلم})$$

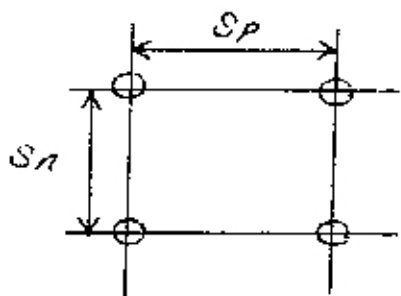
\* از ادغام رابطه فوق برای انتقال حرارت بین سیال و کره :

$$(Whitaker) \quad Nu = 2 + (0.4 Re^{1/2} + 0.06 Re^{2/3}) Pr^{0.4} \left( \frac{\mu_{\infty}}{\mu_w} \right)$$

$$\begin{cases} 3.5 < Re < 8 \times 10^4 \\ 0.7 < Pr < 380 \end{cases}$$

(خواص در دمای  $T_{\infty}$ ) جریان آزاد

جریان انزوی دسته لوله (Tube Bundle) :



(۲ لایه خطی یا  
مربعی یا inline)

$S_p$  - گام طولی (موازی)  
 $S_n$  - گام عرضی (قائم)

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی

طراحی - نظارت - اجرا

۱۵۴-۰۵۱۲۲۲

نظام مهندسی

۱۵۴-۰۵۱۲۲۲

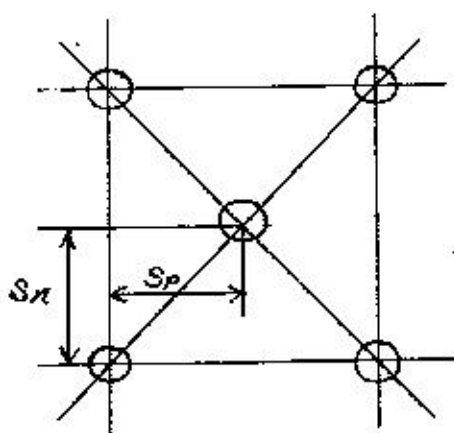
پروانه مهندسی

۱۵۴-۰۵۱۲۲۲

شماره شهرسازی

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی

دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

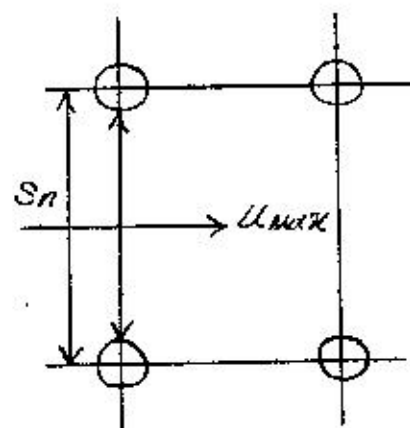


۱۲. بیش مثلثی  
یا زیگزاگ یا  
Staggered

\* در ۱۲ بیش مربعی افت فشار کمتر است و در ۱۲ بیش مثلثی انتقال حرارت بیشتر است.

\* برای محاسبه ضریب انتقال حرارت همچنان می توان از رابطه عمومی  $(Nu = C Re^x Pr^{1/3})$  استفاده کرد. مقادیر  $C$  و  $x$  را با توجه به ۱۲ بیش لوله ها و نسبت های  $S_p/d$  و  $S_n/d$  می توان از جدول ۴-۶ هوانی برای حالتیکه لا اقل ۱۰ ردیف لوله مارپیچ (در جهت جریان) بدست می آید.

\* برای تعداد لوله کمتر از ۱۰ ردیف در جهت جریان بسته به ۱۲ بیش لوله ها از جدول ۴-۵ هوانی می توان ضریب تصحیحی در مقادیر که با توجه به جدول ۴-۶ برای ضریب جا بجائی بدست می آید - اعمال نمود. همچنین عدد  $Re$  مورد استفاده در رابطه عمومی بر مبنای سرعت  $Max$  سیال در حین عبور از لوله ها تعیین می شود.

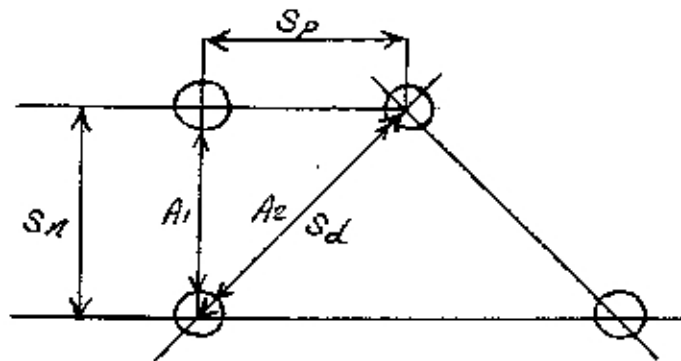


$$V_1 A_1 = V_2 A_2 \rightarrow$$

$$V_{\infty} (S_n \times 1) = V_{max} [(S_n - d) \times 1] S_n$$

$$\rightarrow V_{max} = V_{\infty} \frac{S_n}{S_n - d}$$

\* در صورتی که پیش مثلثی اگر  $(S_N - d) < 2(S_d - d)$  سرعت  $Max$  مانند حالت  $inline$  است و اگر  $(S_N - d) > 2(S_d - d)$  سرعت  $Max$  در مقطع  $2(S_d - d)$  اتفاق می افتد.



$$(S_N - d) < 2(S_d - d) \quad :$$

$$V_{max} = V_{\infty} \frac{S_N}{S_N - d}$$

$$(S_N - d) > 2(S_d - d) \quad :$$

$$V_{max} = V_{\infty} \frac{S_N}{2(S_d - d)}$$

$$S_d = (S_P^2 + (\frac{S_N}{2})^2)^{1/2}$$

افست فشار جریان گاز از روی ردیف لوله ها :

$$\Delta P (Pa) = \frac{2 f' G_{max}^2 N}{\rho_{\infty}} \left( \frac{\mu_w}{\mu_b} \right)^{0.14}$$

$$f' = \left\{ 0.25 + \frac{0.118}{[(S_N - d)/d]^{1.08}} \right\} Re_{max}^{-0.16}$$



$$(خطی) : f' = \left\{ 0.04 + \frac{0.08 Sp/d}{[(Sp-d)/d^{0.43} + 1.13 d/Sp]} \right\}^{0.15} Re_{max}$$

$N$  - تعداد ردیف عرض لوله ها

$G$  - سرعت جرم

$$G = \frac{\dot{m}}{A} \quad , \quad G_{max} = \frac{\dot{m}}{A_{min}} = \frac{P V_{max} A_{min}}{A_{min}} = P V_{max}$$



فلزات مایع :

\* فلزات مایع دارای ضریب هدایت بالایی بوده و انتقال حرارت در آنها -  
سرریز است. همچنین در دماهای بالا نیز حالت مایع خود را حفظ می کنند  
ولی در عوض سردیداً خورنده بوده و میل به واکنش دارند.

\* در جریان کاملاً توسعه یافته از داخل لوله صاف با دمای دیوار ثابت -  
در جدار لوله خواهیم داشت :

$$Nu_d = \frac{h_d}{k} = 5 \times 0.025 (Re \cdot Pr)^{0.8}$$

(خواص در  $T_f$  محاسبه می شود)

$$\begin{cases} 10^2 < Re \cdot Pr \\ \frac{L}{d} > 60 \end{cases} \quad Re \cdot Pr = Pe \quad (\text{عدد پکلت})$$

\* و برای حالت فوق اثبات در حالت شار حرارتی ثابت در دیواره :

$$\frac{h d}{K} = 0.625 (Re \cdot Pr)^{0.4}$$

$$\begin{cases} 10^2 < Re \cdot Pr < 10^4 \\ \frac{L}{d} > 60 \end{cases} \quad (\text{خواص در } T_b)$$

مثال - میزان انتقال حرارت از میله‌ای به قطر خارجی 2 in را با هوای محیط که به موازات آن در جریان است را با انتقال حرارت از لوله‌ای به قطر داخلی 2 in که هوا در داخل آن جریان دارد مقایسه کنید. در هر دو حالت سرعت هوا برابر با 100 fpm و دمای هوا 60°F است. مواضع گرم شده میله و لوله 2 ft طول داشته و هر دو در دمای 100°F ثابت باقی می‌مانند. فاضیه گرم شده لوله به اندازه کافی در پایین دست می‌باشد تا جریان کاملاً گسترش یافته - فرض شود.

الف) جریان از روی میله :

اگر با استفاده از روابط جریان از روی صفحات مسطح و ضخامت لایه مرزی مع مرتبه با شعاع میله باشد می‌تواند از اخنای میله صرف نظر کرده و ضریب جابجایی از روی روابط صفحه مسطح تعیین کرد.

$$T_f = \frac{60 + 100}{2} = 80^\circ F$$

$$80^\circ F \text{ هوا در } \begin{cases} \nu = 16.88 \times 10^{-5} \text{ ft}^2/\text{s} \\ k = 0.01516 \text{ Btu/hr-ft}^2\text{-}^\circ F \\ Pr = 0.708 \end{cases}$$

$$Re_L = \frac{V_\infty L}{\nu} = \frac{100 \times 2}{16.88 \times 10^{-5}} = 1.185 \times 10^6$$

$$\delta = \frac{(0.381) L}{Re_L^{1/5}} = \frac{0.381 \times 2}{(1.185 \times 10^6)^{1/5}}$$

$$\delta = 0.046' = 0.55''$$

\* چون  $\delta < L$  پس از روابط صفحات مسطح استفاده می‌کنیم:

$$Nu = \frac{\bar{h} L}{k} = Pr^{1/3} (0.037 Re_L^{0.8} - 850) \rightarrow$$

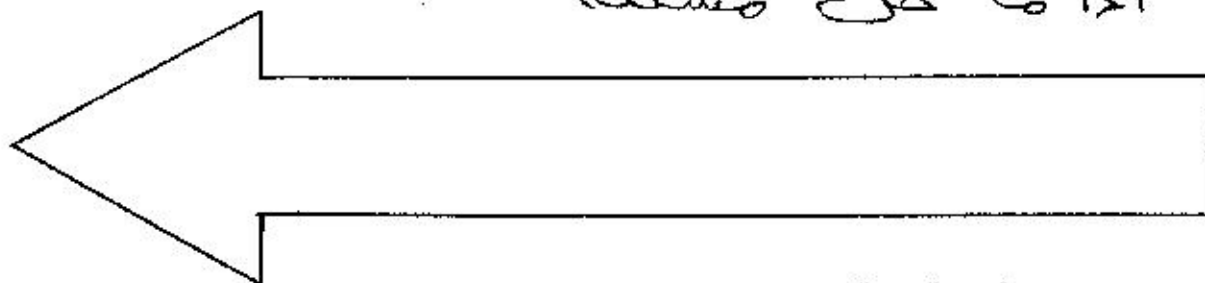
$$\bar{h} = 12.32 \text{ Btu/hr-ft}^2\text{-}^\circ F$$

$$Q = h (\pi d L) (T_w - T_\infty)$$

$$Q = 12.32 \left( \pi \left( \frac{2}{12} \right) (2) \right) (100 - 60) \rightarrow$$

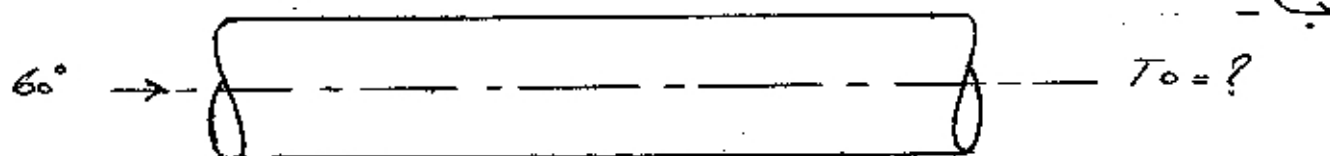
$$Q = 516.1 \text{ Btu/hr}$$

ادامه حل مسئله



**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 نظام مهندسی: ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶  
 پروانه مهندسی: ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵  
 شماره شهرسازی: ۱۵۴۰۰-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)



\* در حالتی که سیال از داخل لوله عبور می کند :

$$T_b = T_o + T_i / 2$$

\* (فرض می کنیم) :  $T_o = 70^\circ F \rightarrow$

$$T_b = 65^\circ F \rightarrow \quad \rho = 0.076 \quad K = 0.0148$$

$$C_p = 0.24 \quad Pr = 0.71$$

$$\nu = 15.7 \times 10^{-5}$$

$$Re = V \cdot D / \nu = 100 \left( \frac{2}{12} \right) / 15.77 \times 10^{-5} = 1.057 \times 10^5$$

جریان در هم :  $\frac{hD}{K} = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4}$

$$\frac{h \left( \frac{2}{12} \right)}{0.0148} = 0.023 (1.057 \times 10^5)^{0.8} (0.71)^{0.4} \rightarrow$$

$$h = 18.62 \text{ Btu/hr ft}^2 \text{F}^\circ$$

$$\dot{m} \text{ جی جی } = \rho \cdot V \cdot A = (0.076) (100) \left( \frac{\pi}{4} \left( \frac{2}{12} \right)^2 \right)$$

$$\dot{m} = 596.9 \text{ lbm/hr}$$



$$\dot{m} c_p (T_o - T_i) = hA \left( T_w - \frac{T_o + T_i}{2} \right) \quad \text{معادله انرژی}$$

$$596.9 (0.24) (T_o - \underset{60}{T_i}) = 18.62 \left[ (R) \left( \frac{2}{12} \right) (2) \right] \left( 100 - \frac{T_o + 60}{2} \right)$$

$$T_o = 65.09^\circ F$$

\* پس باید مایل فوق را با  $T_o = 65.09$  مجدداً تکرار کنیم.

$$Re = 1.07 \times 10^5$$

$$\dot{m} = 600 \text{ lbm/hr}$$

$$\bar{h} = 18.69 \text{ Btu/hr ft}^2 F^\circ$$

$$T_o = 65.08^\circ F$$

قابل قبول

$$\bar{q} = hA \Delta T = (18.69) \left[ R \left( \frac{2}{12} \right) (2) \right] (100 - 62.5)$$

$$q = 733 \text{ Btu/hr}$$

$$\frac{q \text{ لوله}}{q \text{ موله}} = \frac{733}{516.1} = 1.42$$

نتیجه :

مسئله - هوای اتمسفریک  $27^{\circ}\text{C}$  بصورت قائع بر یک لوله آب به قطر خارجی  $30\text{mm}$  که در دمای  $77^{\circ}\text{C}$  است جریان دارد. سرعت هوا  $1\text{m/s}$  است. انتقال حرارت بازایی واحد طول چقدر است.

$$T_f = \frac{T_w + T_{\infty}}{2} = 52^{\circ}\text{C}$$

$$52^{\circ}\text{C} \text{ هوای : } \begin{cases} \nu = 1.824 \times 10^{-5} \\ k = 0.0281 \\ Pr = 0.702 \end{cases}$$

$$Re = \frac{V_{\infty} d}{\nu} = \frac{1(0.03)}{1.824 \times 10^{-5}} = 1645$$

$$C = 0.683$$

\* از جدول 6-2 هوایی :

$$n = 0.466$$

$$\frac{hd}{k} = C Re^n Pr^{1/3} \longrightarrow$$

$$h(0.03)/0.0281 = 0.683 (1645)^{0.466} (0.702)^{1/3}$$

$$h = 17.93 \text{ W/m}^2\text{C}^{\circ}$$

$$q/L = h(Rd)(T_w - T_{\infty}) \longrightarrow$$

$$q/L = 84.5 \text{ W/m}$$

مسئله - میزان انتقال حرارت از یک حباب لامپ 40 W را که در -  
 دمای 127°C است را به جریان هوایی 27°C که با سرعت -  
 $0.3 \text{ m/s}$  جریان دارد بیابید. فرض کنید لامپ کروی به  
 قطر 50 mm است. چند درصد تفاوت به طریق جا بجائی تلف  
 می گردد؟

$$T_f = \frac{T_w + T_{\infty}}{2} = 77^\circ \text{C}$$

|                 |               |
|-----------------|---------------|
| ( 77°C هوای ) : | $\nu = 2.097$ |
|                 | $K = 0.030$   |
|                 | $Pr = 0.697$  |

$$Re = \frac{V_{\infty} \cdot d}{\nu} = \frac{0.3 (0.05)}{2.097 \times 10^{-5}} = 721.5$$

$$Nu = 0.37 Re^{0.6} \longrightarrow$$

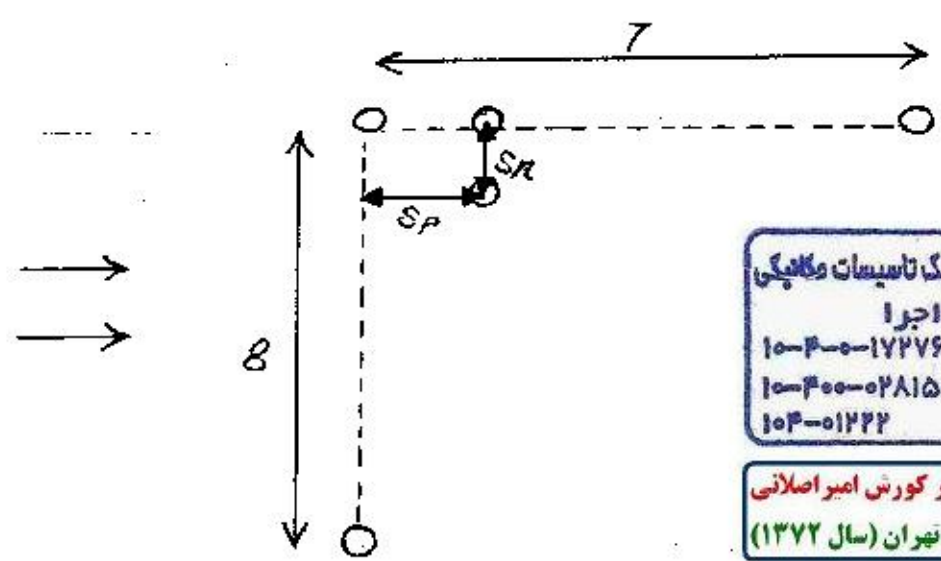
$$\frac{h(0.05)}{0.03} = 0.37 (721.5)^{0.6} \rightarrow h = 11.52 \text{ W/m}^2\text{C}^\circ$$

$$Q = hA \Delta T = (11.52) (\pi) (0.05)^2 (127 - 27)$$

$Q = 9 \text{ W}$

اتلاف به طریق جا بجائی %  $= \frac{9}{40} \times 100 = 22.6 \%$

مسئله - هوا با دبی  $900 \text{ ft}^3/\text{min}$  بطور عمود بر محور لوله‌هایی که به ترتیب ۷ عدد در جهت جریان و ۱ عدد در جهت عمود بر جریان قرار گرفته اند می‌گذرد. طول هر لوله  $4 \text{ ft}$  است و قطر خارجی آنها  $3/4"$  یا گام طولی  $1.5" = \text{OD}$  و گام عرضی  $1.125" = \text{ID}$  می باشد. دمای هوای ورودی  $400^\circ\text{F}$  بوده و دمای سطح لوله‌ها  $200^\circ\text{F}$  است. ترتیب قرار گرفتن لوله‌ها خطی است.  $k$  بین هوار لوله‌ها بیا بید.



فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی  
طراحی - نظارت - اجرا  
۱۰۴-۰۰-۱۷۲۷۶  
۱۰۴-۰۰-۰۲۸۱۵  
۱۰۴-۰۱۲۲۲  
نظام مهندسی،  
پروانه مهندسی،  
شماره شهرسازی؛

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

\* در مرحله اول خواص در  $T_{fi} = \frac{T_w + T_i}{2}$  می یابیم.

$$T_{fi} = \frac{200 + 400}{2} = 300^\circ\text{F} \rightarrow$$

300°F هوای :

|        |            |
|--------|------------|
| $\mu$  | $= 0.0574$ |
| $k$    | $= 0.0203$ |
| $\rho$ | $= 0.052$  |
| $c_p$  | $= 0.273$  |
| $Pr$   | $= 0.686$  |

Re بر اساس  $V_{max}$  در مقطع MIN محاسب می شود :

$$Re_{max} = \frac{\rho U_{max} d}{\mu}$$

$$\dot{Q} = U_{max} \cdot A_{min} = U_{max} [8(Sn - d)L]$$

$$U_{max} = \frac{900 / 60}{\frac{8(1.125 - 0.75)}{12} \cdot 4} \rightarrow$$

$U_{max} = 15 \text{ FPS}$  تقسیم بر 60 ضرب  
تبدیل است.

$$Re_{max} = \frac{0.052(15) (3/4 / 12)}{0.0574} \times 3600$$

تقسیم بر 12 تبدیل اینج به فوت است و ضرب در 3600  
تبدیل ساعت در خروج به ثانیه است.

$$Re_{max} = 3057$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{Sp}{d} = 1.5 / 0.75 = 2 \\ \frac{Sn}{d} = 1.125 / 0.75 = 1.5 \\ inline \end{array} \right\} \begin{array}{l} C = 0.332 \\ 6.4 \rightarrow \\ n = 0.602 \end{array}$$



چون تعداد لوله ها از ۱۰ کمتر است ضریب تصحیح از جدول 6.5  
درجست منظور می شود :

$$C' = 0.96$$

$$Nu = 0.96 (0.332) Re_{max}^{0.602} Pr^{1/3} \rightarrow$$

$$\frac{h (3/48) ft}{0.0203} = 0.96 (0.332) (3057)^{0.602} (0.686)^{1/3}$$

$$h = 11.44 \text{ Btu / hr ft}^2 \text{ F}^\circ$$

$$hA (T_w - \frac{T_o + T_i}{2}) = \dot{m} C_p (T_o - T_i) \quad \text{معادله انرژی}$$

$$\dot{m} = \rho Q = (0.052) (900 \times 60) = 2808 \text{ lbm/hr}$$

$$11.44 \left[ (7 \times 8) \pi (3/48) (4) \right] \left( 200 - \frac{T_o + 400}{2} \right) =$$

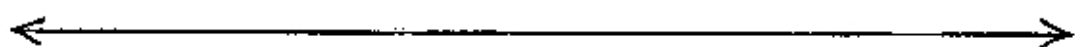
$$2808 (0.273) (T_o - 200) \rightarrow$$

$$T_o = 301^\circ \text{F}$$

\* مجدداً خواص را در  $T_f = \frac{200 + \frac{300 + 400}{2}}{2}$  حساب کرده و -  
مراحل فوق را تکرار می کنیم.

اینکریزا - فصل 6 - 7 ، 20 ، 29  
 فصل 7 - 16 ، 25 ، 35 ، 44  
 فصل 8 - 13 ، 21 ، 33

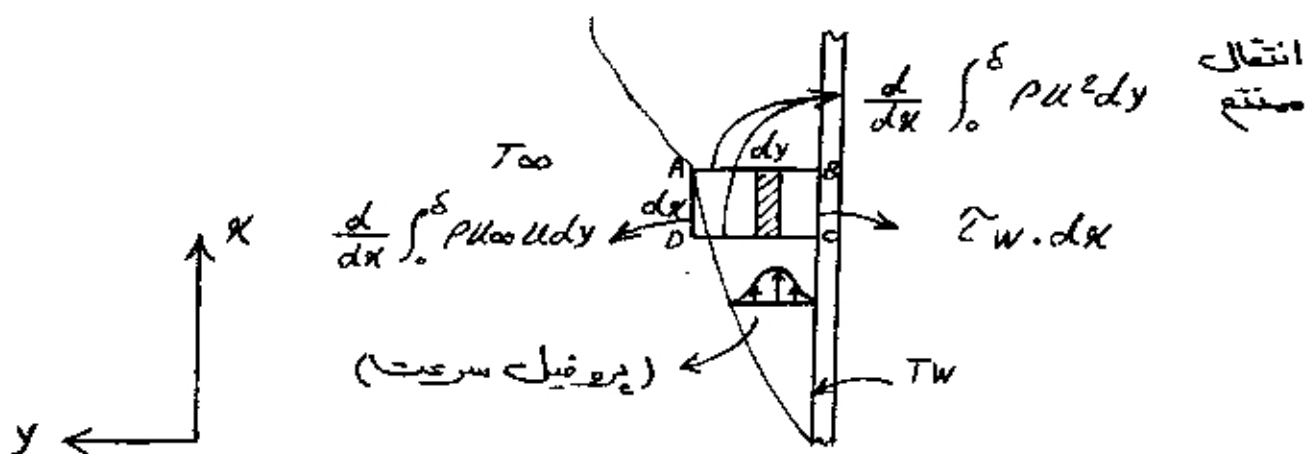
هولمز - فصل 5 - 19 ، 28 ، 42 ، 65 ، 68  
 فصل 6 - 1 ، 15 ، 20 ، 35 ، 66



جا بجائی طبیعی : (Natural or Free)

\* در این حالت عامل حرکت سیال تغییرات جرم مخصوص آن است.

جا بجائی طبیعی طی جریان آرام از یک صفحه قائم :



\* فرض - تغییرات فشار در جهت  $x$  قابل صرف نظر است .

$$x \text{ جهت } \frac{\partial P}{\partial x} = -P_{\infty} g$$

\* تعریف : ضریب انبساط حجمی :

$$\beta = -\frac{1}{P} \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_P \quad \text{« } \frac{1}{\alpha K} \text{ »}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta = \frac{P_{\infty} - P}{P(T_{\infty} - T)} \quad : \text{ (برای مایعات و گازهای حقیقی)} \\ \beta = \frac{1}{T} \quad : \text{ (برای گازهای کامل)} \end{array} \right.$$

اصل بقاء مقدار حرکت در جهت  $x$  ها :

$$\begin{array}{l} \text{فلسفی خالص مقدار} \\ \text{حرکت در جهت } x \end{array} = \begin{array}{l} \text{نیروی خالص عمل کننده در} \\ \text{جهت عکس محور } x \text{ ها} \end{array}$$

$$\bar{F}_w \cdot dx = \frac{d}{dx} \left[ \int_0^{\delta} P u (u_{\infty} - u) dy \right] dx \quad (1)$$

و اصل بقای انرژی :

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta \left[ \rho u (T - T_\infty) \cdot \overbrace{c_p dy}^{dz=1} \right] dx = -K \frac{dT}{dy} \bigg|_{y=0}$$

$$\xrightarrow[\rho c_p]{\text{طرفین } \div} \frac{d}{dx} \int_0^\delta u (T - T_\infty) dy = -\alpha \frac{dT}{dy} \bigg|_{y=0} \quad (۲)$$

\* با حدس مقادیری برای پروفیل های سرعت و دما و به کمک شرایط مرزی ضرایب این پروفیل را می یابیم :

الف - پروفیل سرعت :  $\frac{u}{u_\infty} = a + by + cy^2$

سرعت ساختگی در داخل لایه مرزی که تابع  $x$  است.

$$B.C \quad \left\{ \begin{array}{ll} y=0 & \rightarrow u=0 \\ y=\delta & \rightarrow u=0 \\ y=\delta & \rightarrow \frac{\partial u}{\partial y}=0 \end{array} \right. \longrightarrow$$

$$u = u_\infty \left( \frac{y}{\delta} \right) \left( 1 - \frac{y}{\delta} \right)^2 \quad (۳)$$

ب - پروفیل دما :  $\frac{T}{T_\infty} = a' + b'y + c'y^2$

$$B.C \quad \left\{ \begin{array}{ll} y=0 & \rightarrow T=T_w \\ y=\delta & \rightarrow T=T_\infty \\ y=\delta & \rightarrow \frac{\partial T}{\partial y}=0 \end{array} \right.$$

$$\frac{T - T_{\infty}}{T_W - T_{\infty}} = (1 - \gamma/\delta)^2 \quad (۴)$$

\* با قرار دادن روابط (۳) و (۴) در روابط (۱) و (۲) و انجام عملیات ریاضی :

معادله مقدار حرکت :

$$\frac{1}{105} \frac{d}{dx} (\mu x^2 \delta) = \frac{1}{3} g \beta (T_W - T_{\infty}) \delta - 2 \frac{\mu x}{\delta} \quad (۵)$$

معادله انرژی :

$$\frac{1}{30} (T_W - T_{\infty}) \frac{d}{dx} (\mu x \delta) = 2 \alpha \frac{T_W - T_{\infty}}{\delta} \quad (۶)$$

(۳) از رابطه  $\rightarrow \mu x \sim \delta^2$

با اعمال تناسب فوق در رابطه (۵) :

$$\delta \sim x^{1/4} \rightarrow \mu x \sim x^{1/2} \rightarrow$$

$$\begin{cases} \mu x = A x^{1/2} \\ \delta = B x^{1/4} \end{cases} \xrightarrow{(۵) \text{ و } (۶)}$$



$$\begin{cases} \frac{5}{420} A^2 B x^{1/4} = g \beta (T_w - T_\infty) \frac{\beta}{3} x^{1/4} - \frac{A}{B} \nu x^{1/4} \\ \frac{1}{40} A B x^{-1/4} = \frac{2\alpha}{\beta} x^{-1/4} \end{cases}$$

\* با حل این دو معادله برای  $B$  و  $A$ :

$$\begin{cases} A = 5.17 \nu \left( 20/21 + \frac{\nu}{\alpha} \right)^{-1/2} \left[ \frac{g \beta (T_w - T_\infty)}{\nu^2} \right]^{1/2} \\ B = 3.93 \left( 20/21 + \frac{\nu}{\alpha} \right)^{1/4} \left[ \quad \quad \quad \right]^{-1/4} \left( \frac{\nu}{\alpha} \right)^{-1/2} \end{cases}$$

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶ : مقام مهندسی  
 ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵ : پروانه مهندسی  
 ۱۵۴-۰۱۲۲۲ : شماره شهرسازی

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$\frac{\delta}{x} = \frac{Bx^{-3/4}}{\left(\frac{\nu}{\alpha}\right)^{-1/2}} = \frac{3.93 (0.95 + \nu/\alpha)}{\left(\frac{\nu}{\alpha}\right)^{-1/2}} \left[ \frac{g\beta(T_W - T_\infty)x^3}{\nu^2} \right]^{1/4}$$

\* با تعریف عبارت فوق بصورت عدد گراسهوف : Grashof

$$\begin{cases} Gr = \frac{g\beta(T_W - T_\infty)x^3}{\nu^2} \\ Gr_c = 4 \times 10^8 \\ 10^8 < Gr_c < 10^9 \end{cases}$$

Gr بحرانی :  
معمولاً :

$$\frac{\delta}{x} = 3.93 (0.952 + Pr)^{1/4} Gr^{-1/4} Pr^{-1/2}$$

« عبارت فوق ضخامت لایه مرزی را بدست می دهد »

موازنه انرژی :

$$\frac{q}{A} = -k \frac{\partial T}{\partial y} \bigg|_{y=0} = h(T_W - T_\infty)$$

$$\frac{T - T_\infty}{T_W - T_\infty} = (1 - y/\delta)^2 \rightarrow T = T_\infty + (T_W - T_\infty)(1 - y/\delta)^2$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} \bigg|_{y=0} = (T_W - T_\infty) 2(-1/\delta)(1 - y/\delta)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{-2(T_W - T_\infty)}{\delta} \Rightarrow h(T_W - T_\infty) = -K \frac{-2(T_W - T_\infty)}{\delta}$$

$$\rightarrow h x = \frac{2K}{\delta}$$

$$Nu_x = 0.508 (0.952 + Pr)^{-1/4} Gr^{1/4} Pr^{1/2}$$

$$\begin{cases} \bar{Nu} = \frac{1}{L} \int_0^L Nu_x \\ \bar{h} = \frac{1}{L} \int_0^L h x dx \end{cases} \rightarrow \bar{h} = \frac{4}{8} h_{x=L}$$

$$Nu = C Re^m Pr^n$$

\* شکل عمومی رابطه در جابجایی  
اجباری :

$$Nu = C (Gr Pr)^m$$

\* شکل عمومی رابطه در جابجایی  
طبیعی :

\* با تعریف عدد ریلی (Rayleigh) بصورت  $Ra = Gr \cdot Pr$

$$Nu = C Ra^m$$

\* خواص سیال در دمای فیلم  $T_f = T_w + T_\infty / 2$  محاسبه شده و بعد مشخصه بستگی به شکل هندسی سطح دارد.

\* جدول 7.1 خواص روابط ارائه کرده است :

① صفحات و استوانه‌های قائم : بعد مشخصه طول  $L$  صفحه یا ارتفاع  $L$  استوانه است.

\* در صورت برقراری شرط زیر می‌توان از روابط صفحات قائم در مورد استوانه‌های قائم هم استفاده کرد :

$$\frac{D}{L} \geq \frac{35}{Gr_L^{1/4}}$$

شرایط این‌وقت رعایت است مگر اینکه ذکر شود.

| $Ra$             | $C$     | $m$           |
|------------------|---------|---------------|
| $10^{-1} - 10^4$ | شکل 7.7 | شکل 7.7       |
| $10^4 - 10^9$    | 0.59    | $\frac{1}{4}$ |
| $10^9 - 10^{13}$ | 0.021   | $\frac{2}{5}$ |
| $10^9 - 10^{13}$ | 0.10    | $\frac{1}{3}$ |

**فرشاد سیرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
طراحی - نظارت - اجرا  
تلفن: ۱۰۴۰۰۱۷۲۷۶  
پروانه مهندسی: ۱۰۴۰۰۰۲۸۱۵  
شماره شهرسازی: ۱۰۳۰۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

\* ویان روابط Churchill & Chilton :

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}L}{k} = 0.68 + \frac{0.67 Ra^{1/4}}{[1 + (0.492/Pr)^{1/4}]^{4/9}}$$

$$Ra_L < 10^9 \quad \text{ناحیه آرام}$$

$$\overline{Nu} = \left\{ 0.825 + \frac{0.387 Ra^{1/6}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2$$

$$10^{-1} < Ra_L < 10^{12} \quad \text{ناحیه مشتوش}$$

\* ارتباط اولی می تواند برای شار حرارت ثابت هم استفاده کرد.

② برای صفات و استوانه های قائم تحت شار حرارت ثابت :

$$(Gr_x^* = Gr_x Nu_x \quad \text{بافتریف :})$$

$$\begin{cases} Nu_x = \frac{h_x x}{k} \\ q_w = h_x (T_w - T_\infty) \end{cases} \quad \text{شار حرارتی در واحد سطح} \rightarrow$$

$$Nu_x = q_w x / k (T_w - T_\infty) \rightarrow$$

$$Gr_x^* = \frac{g \beta x^4 q_w}{k \nu^2}$$



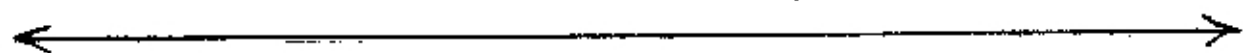
\* براساس تجربیات انجام شده در مورد صفحات قائم و شیب داری که در معرض آب تحت تبادل حرارت هستند :

$$\begin{cases} Nu_x = h_x / k = 0.60 (Gr_x^* \cdot Pr)^{1/5} \\ 10^5 < Gr_x^* < 10^{11} \quad \bar{h} = 5/4 h_{x=L} \end{cases}$$

\* برای جریانات مغشوش تر :

$$\begin{cases} Nu_x = 0.17 (Gr_x^* \cdot Pr)^{1/4} \\ 2 \times 10^{13} < Gr^* Pr < 10^{16} \end{cases}$$

\* خواص در روابط فوق از دمای فیلم حاصل می شود. این روابط برای (هوا) هم جواب قابل قبولی می دهند.



③ ۱ ستوانه های افقی :

(بعد مشخصه در این حالت قطر خارجی استوانه است)

| $Rad$               | $C$     | $m$     |
|---------------------|---------|---------|
| $0 - 10^{-5}$       | 0.4     | 0       |
| $10^{-5} - 10^{-4}$ | شکل 7.8 | شکل 7.8 |
| $10^{-4} - 10^{-3}$ | 0.53    | $1/4$   |
| $10^{-3} - 10^{-2}$ | 0.13    | $1/3$   |

یا از رابطه (Churchill & Cho) :

$$\overline{Nu} = \left\{ 0.60 + 0.387 \left[ \frac{Gr \cdot Pr}{[1 + (0.559/Pr)^{9/16}]^{16/9}} \right]^{1/6} \right\}^2$$

\* و بین استوانه افقی و فلز مایع :

$$Nu = 0.53 (Gr \cdot Pr^2)^{1/4}$$

(خواص روابط فوق در دمای فیلم محاسبه می شود)

④ - صفات افقی :

بعد مشخصه

← (بعد مشخصه)

\* صفحه مربعی به ضلع  $\alpha$  .....  $\alpha$

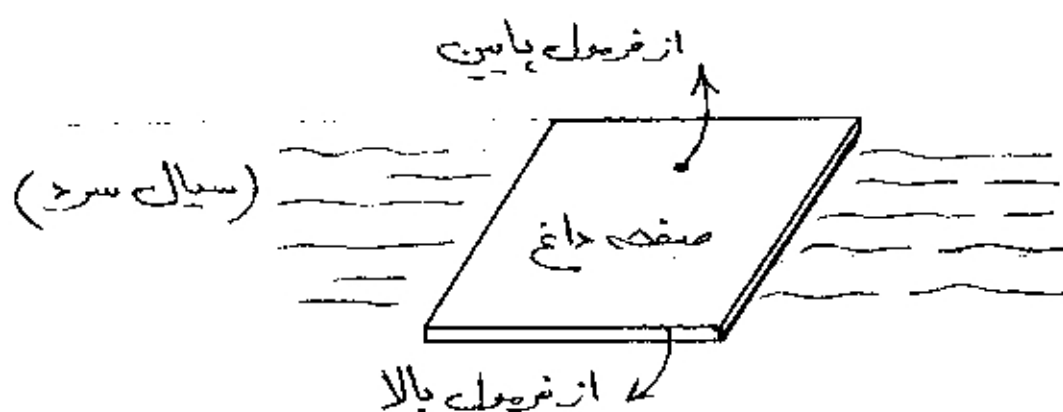
\* مستطیلی  $\alpha$  و  $b$  .....  $\frac{1}{2}(\alpha + b)$

\* دایره‌ای به قطر  $d$  .....  $0.86d \approx 0.9d$

\* برای سایر اشکال (منظم یا غیر منظم)  $L = \frac{A_{سطح}}{P_{محیط ترشده}}$

| شکل هندسی                                   | $R\alpha$                       | $C$  | $m$           |
|---------------------------------------------|---------------------------------|------|---------------|
| سطح بالائی گرم شده یا<br>سطح پایینی سرد شده | $2 \times 10^4 - 8 \times 10^6$ | 0.54 | $\frac{1}{4}$ |
| " " "                                       | $8 \times 10^6 - 10^8$          | 0.15 | $\frac{1}{3}$ |
| سطح بالائی سرد شده یا<br>سطح پایینی گرم شده | $10^5 - 10^8$                   | 0.27 | $\frac{1}{4}$ |

\* سطح بالائی گرم شده یعنی سیال با دمای بالاتر از بالای صفحه افق عبور می کند. اگر صفحه داخل آب قرار گیرد هر دو سطح تبادل حرارت می کنند پس برای صفحه بالائی از یک - فرمول و برای سطح پایینی آن از فرمول دیگر استفاده می کنیم. (بسیار مهم است).



مثال -

⑤ اجسام صلب ( دارای جرم ) :

\* برخی تجربیات بر روی بلوکهای مکعب مستطیل - استوانه‌های توپر کوتاه و کوه توسط  $(Kilg)$  صورت گرفته :

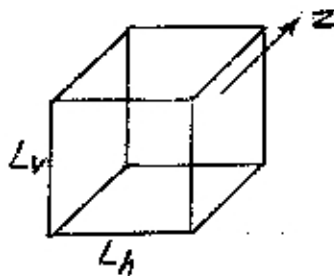
$$Nu = 0.60 Ra^{1/4}$$

$$10^4 < Ra < 10^9$$

$$\left(\frac{L}{d} = 1\right) \leftarrow$$

\* برای استوانه‌های کوتاه :

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_h} + \frac{1}{L_v}$$



\* در مورد استوانه‌های توپر کوتاه  $(L = d)$  چنین داریم :

$$Nu_d = 0.775 Ra^{0.21}$$

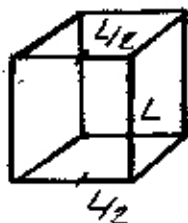
$$10^4 < Ra < 10^6$$

\* و برای سایر اجسام صلب تا همین :

$$Nu = 0.52 Ra^{1/4}$$

$$10^4 < Ra < 10^9$$

بعد مشخصه : مسافتی که سیال در لایه مرزی می‌پیماید.



$$L + \frac{L}{2} + \frac{L}{2}$$

مثلاً :

**فرشاد نسرایلی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 نظام مهندسی: ۱۵۴-۵-۱۷۲۷۶  
 پروانه مهندسی: ۱۵۴-۵-۵۲۸۱۵  
 شماره شهرسازی: ۱۵۴-۵-۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

⑥ صفحه افقی با شار ثابت :

\* برای سطح بالائی گرم شده و سطح پایینی سرد شده -

$$Ra < 2 \times 10^8 \quad N_{UL} = 0.13 (Gr_L Pr)^{1/3}$$

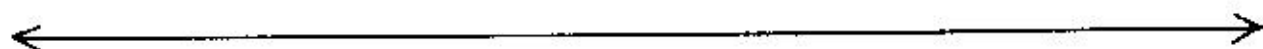
$$2 \times 10^8 < Ra < 10^{10} \quad N_{UL} = 0.16 (Gr_L Pr)^{1/3}$$

\* برای سطح بالائی سرد شده و سطح پایینی گرم شده -

$$10^6 < Ra < 10^{10} \quad N_{UL} = 0.58 (Gr_L Pr)^{1/5}$$

\* خواص حرارتی در دمای  $T_e$  محاسبه می شود به جز  $\beta$  که در  $T_f$  :

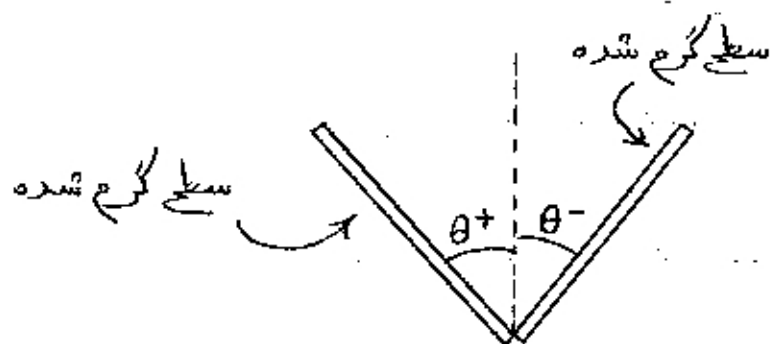
$$T_e = T_w - 0.25 (T_w - T_\infty)$$



جا بجای طبیعی از صفحات شیب دار



Imura و Fujii برای صفحات گرم شده شیب دار که در معرض سیال ۲ قرار گیرند تجربیاتی انجام داده اند :



\* برای حالت  $q''_s = cte$  :

(اگر سمت پایین صفحه گرم باشد)

$$\begin{cases} Nu_e = 0.56 (Gr Pr \cos \theta)^{1/4} \\ \theta < 88^\circ \\ 10^5 < Gr Pr \cos \theta < 10^8 \end{cases}$$

تمام خواص به جز  $\beta$  در دمای  $T_e$  محاسبه می شود و  $\beta$  در دمای  $T_{\infty} + 0.50 (T_W - T_{\infty})$  حساب می شود :

$$T_e = T_W - 0.25 (T_W - T_{\infty})$$

\* در حالت صفحات تقریباً افقی :  $88^\circ < \theta < 90^\circ$

(اگر سمت پایین صفحه گرم باشد)

$$\begin{cases} N_{\text{Nuc}} = 0.58 (Gr Pr)^{1/5} \\ 10^6 < Gr Pr < 10^{11} \end{cases}$$

(و در حالتی که بالای صفحه گرم باشد)

$$\begin{cases} N_{\text{Nuc}} = 0.14 \left[ (Gr Pr)^{1/3} - (Gr Pr)^{1/3} \right] + \\ \quad \quad \quad 0.56 (Gr Pr \cos \theta)^{1/4} \\ -75^\circ < \theta < -15^\circ \\ 10^5 < Gr Pr \cos \theta < 10^{11} \end{cases}$$

| $\theta$ | $Gr$            |
|----------|-----------------|
| -15      | $5 \times 10^9$ |
| -30      | $2 \times 10^9$ |
| -60      | $10^8$          |
| -75      | $10^6$          |

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و مکانیکی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 نظام مهندسی: ۱۵-۴-۵-۱۷۲۷۶  
 پروانه مهندسی: ۱۵-۴-۵-۵۲۸۱۵  
 شماره شهرسازی: ۱۵۴-۵۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

(اگر  $Gr < Gr_c$  باشد مقدار داخل کروشه صفر است)

(رابطه فوق برای حالت  $T = T_{\text{جسم}}$  هم بکار می رود)

\* برای سطوح شای ثابت  $(\tau_s = cte)$  که در معرض هوای باشند می توان از روابط مربوط به صفحات قائم را با اعمال تغییراتی بکار برد :

$$\begin{cases} Nu_x = 0.60 (Gr_x^* Pr G\theta)^{1/5} \\ 10^5 < Gr_x^* < 10^{11} \end{cases}$$

\* رابطه فوق برای حالتیست که چه بالای صفحه گرم باشد و چه پایین صفحه. (تفاوت نمی کند)

\* در حالتی که بالای صفحه گرم باشد :

$$\begin{cases} 10^{10} < Gr_x^* Pr < 10^{15} \\ Nu_x = 0.17 (Gr_x^* Pr)^{1/4} \end{cases}$$

\* در حالتی که پایین صفحه گرم باشد :

$$\begin{cases} Nu_x = 0.17 (Gr_x^* Pr G\theta)^{1/4} \end{cases}$$

\* خلاصی در دمای ذیلع ... کتاب برای حالت  $\tau = cte$  تو صیه کرده از روابط صفحات قائم استفاده شود.

\* برای (استوانه‌های شیب دار) تحت شار ثابت :

$$\left\{ \begin{aligned} NUL &= [0.60 - 0.488 (\sin \theta)^{1.03}] \times \\ &\quad (GrLPr)^{1/4} + 1/2 (\sin \theta)^{1.75} \\ GrLPr &< 2 \times 10^8 \end{aligned} \right.$$

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و مکانیکی  
طراحی - نظارت - اجرا  
۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶  
۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵  
۱۵۴۰۰-۰۱۲۲۲  
شماره شهرسازی:  
پروانه مهندسی:  
نظام مهندسی:

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

(خواص هم در جامی فیلم به جز  $\beta$  که در  $T_{\infty}$  محاسبه می شود)

روابط ساده شده (Simplified) برای هوا :

برای هوا در فشار اتمسفر استاندارد و جام‌های متوسط می توان  
از روابط ساده شده زیر استفاده کرد : (فقط در سیستم SI)

| سطح                      | $10^4 < Ra < 10^9$ لایه                            | فاآرام $Ra > 10^9$          |
|--------------------------|----------------------------------------------------|-----------------------------|
| صفحات و استوانه‌های قائم | $h = 1.42 \left( \frac{\Delta T}{L} \right)^{1/4}$ | $h = 1.31 (\Delta T)^{1/3}$ |
| استوانه افقی             | $h = 1.32 \left( \frac{\Delta T}{L} \right)^{1/4}$ | $h = 1.24 (\Delta T)^{1/3}$ |
| صفحات افقی :             | $h = 1.32 \left( \frac{\Delta T}{L} \right)^{1/4}$ | $h = 1.52 (\Delta T)^{1/3}$ |

الف) سطح گرم شده روبه بالا  
ب) سطح سرد شده روبه پایین  
ج) صفحه گرم شده روبه پایین  
یا صفحه سرد شده روبه بالا

$$h = 0.59 (\Delta T / L)^{1/4}$$

\* در فشارهای غیر اتمسفر باید مقادیر  $h$  تصحیح شود :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{آرام} & \left( \frac{P \text{ (KPa)}}{101.32} \right)^{1/2} \\ \text{ناآرام} & \left( \frac{P \text{ (KPa)}}{101.32} \right)^{2/3} \end{array} \right.$$

جا بجائی طبیعی از کره ها :

(Yuge) رابطه زیر برای جا بجائی طبیعی بین کره و هوا پیشنهاد کرده است :

$$\left\{ \begin{array}{l} Nu = \frac{h d}{K} = 2 + 0.392 Gr^{1/4} \\ 1 < Gr < 10^5 \end{array} \right.$$

(خاص در دمای فیلیم)

\* از رابطه فوق می توان برای سایر گازها هم استفاده کرد و اگر رابطه خوب دیگری در دست نبود می توان برای مایعات هم استفاده کرد.

\* برای آب در اعداد ریلی بالاتر :



**فرشاد سیرایی** - مهندس پایه یک، تاسیسات و مکانیک  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 ۱۵۴-۰۱۲۲۲ - شماره شهرسازی  
 ۱۵۴-۰۱۲۲۲ - پروانه مهندسی  
 ۱۵۴-۰۱۲۲۲ - نظام مهندسی

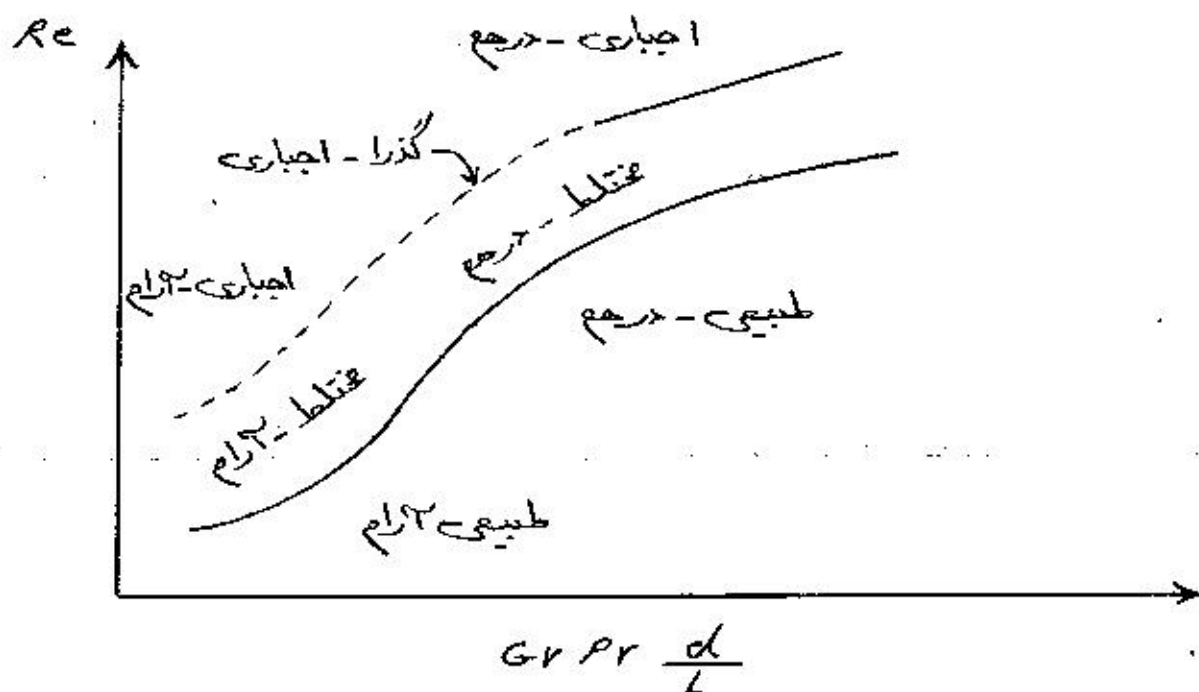
جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$\begin{cases} Nu = 2 + 0.5 (Gr Pr)^{1/4} \\ 3 \times 10^5 < Gr Pr < 8 \times 10^8 \end{cases}$$

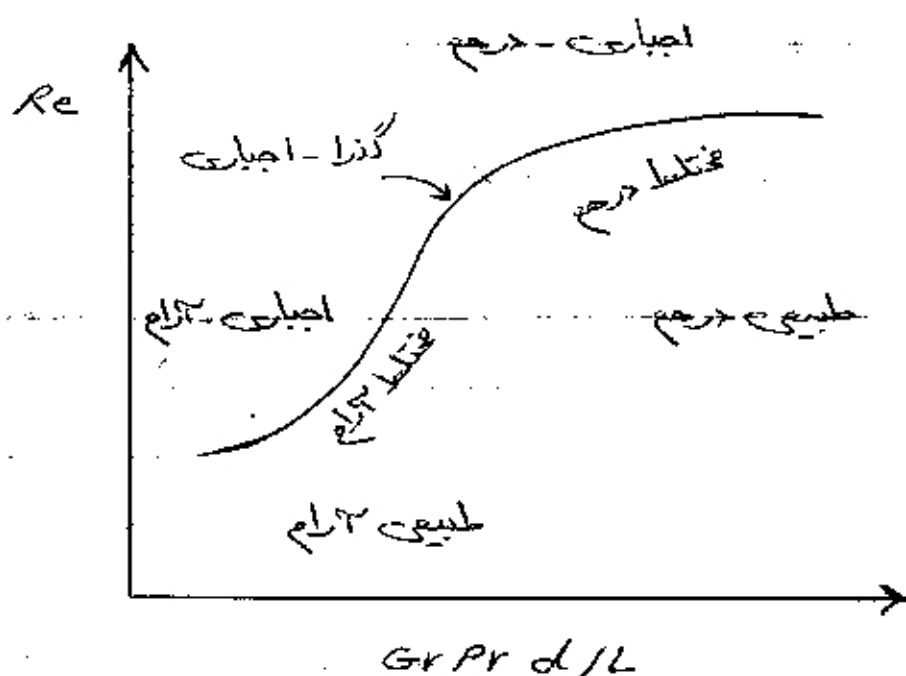


جا بجائی مختلط :

\* گاه حالاتی پیش می آید که سرعت جریان نه آن قدر بالا است که جریان اجباری فرض شود و نه آن قدر پایین است که طبیعی باشد.



« برای لوله های عمودی »



« برای لوله های افقی »

$$Gz \equiv Re Pr d/L$$

عدد گراتز :

در ناحیه آرام (Brown & Gauvin)

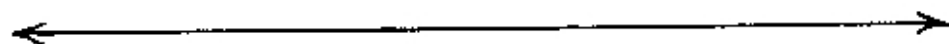
جا بجائی فصلت

$$Nu = 1.75 (\mu_b / \mu_w)^{0.14} \left[ Gz + 0.012 (Gz Gr^{1/3})^{4/3} \right]^{1/3}$$

( $\mu_b$  در  $T_b$ ) و ( $\mu_w$  در  $T_w$ ) و سایر خواص در دمای فیلم عایقه می شود که در جریان داخلی لوله ها متوسط دمای میانگین پالک و دیواره است.

\* ولتی جا بجائی غلط - درجہ (Metals) :

$$Nu = 4.69 Re^{0.27} Pr^{0.21} Gr^{0.07} (d/L)^{0.36}$$



\* معمولاً :  $Gr \gg Re^2$  ← طبیعی  
 $Gr \ll Re^2$  ← اجباری  
 $Gr \approx Re^2$  ← غلط

$$\frac{Gr}{Re^2} > 10 \leftarrow \text{طبیعی}$$



مسئله - صفحه افقی نازکی به قطر 16 cm در دمای  $130^\circ\text{C}$  در مقدار زیادی آب  $70^\circ\text{C}$  نگه داشته شده است. صفحه از هر دو طرف بالا و پایین به طریق جابجائی طبیعی سیال در حرکت می کند. مقدار حرارتی که باید به صورت الکتریکی به صفحه داد تا دمای آن در  $130^\circ\text{C}$  ثابت بماند بیابید.

خواص در دمای فیلم :  $T_f = \frac{130 + 70}{2} = 100^\circ\text{C}$

|                                  |                                |                                       |
|----------------------------------|--------------------------------|---------------------------------------|
| در $100^\circ\text{C}$ ( $T_f$ ) | $\rho = 960.63 \text{ kg/m}^3$ | $Pr = 1.74$                           |
|                                  | $K = 0.66$                     | $\rho_\infty = 979.77 \text{ kg/m}^3$ |
|                                  | $\nu = 0.29 \times 10^{-6}$    | در دمای $T_\infty$ ←                  |

$$\beta = -1/\rho \left( \partial \rho / \partial T \right)_p \approx -1/\rho_f \left( \frac{\rho_{\infty} - \rho_f}{T_{\infty} - T_f} \right)$$

$$\beta = - (1/960.3) \left( \frac{979.77 - 960.63}{70 - 100} \right) \rightarrow$$

$$\beta = 0.65 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{K}^{-1}$$

$$L_c \text{ بعد مشخصه} = \frac{\text{سطح}}{\text{محیط}}$$

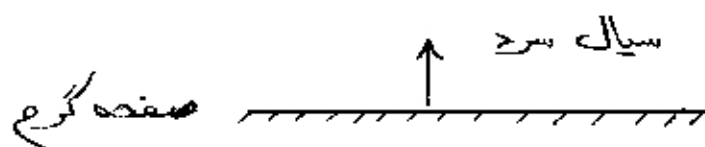
برای دایره :  $L_c = 0.9 d$  اگر از نظر راحتتر

$$L_c = 14.4 \text{ cm}$$

$$Gr = \frac{g \beta \Delta T L_c^3}{\nu^2} = \frac{9.8 (0.65 \times 10^{-3}) (130 - 70) (0.144)^3}{(0.49 \times 10^{-6})^2}$$

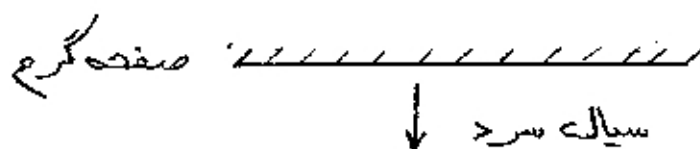
$$Gr = 1.36 \times 10^{10}$$

$$Ra = Gr Pr = 2.36 \times 10^{10}$$



$$Nu_1 = 0.15 Ra^{1/3}$$

$$Nu_1 = 430.5$$



$$Nu_2 = 0.27 Ra^{1/4}$$

$$Nu_2 = 105.8$$

$$\rightarrow (h_1 = 2032.9 \text{ W/m}^2\text{.c} , h_2 = 499.6 \text{ W/m}^2\text{.c})$$

$$q = h_1 A \Delta T + h_2 A \Delta T$$

$$q = (h_1 + h_2) A \Delta T = (2032.9 + 499.6) \frac{\pi}{4} (0.16)^2 (130 - 70)$$

$$q = 30.55 \text{ W}$$

مسئله - تلفات هارتن از یک دیوار قائم که در معرض دیتروژن در فشار ۱۵ و دمای ۴۰°F است را بیا بید. عرض - دیوار ۸ ft و ارتفاع آن ۶ ft است و دمای آن در ۱۲۰°F ثابت است.

$$T_f = \frac{40 + 120}{2} = 80^\circ\text{F}$$

$$80^\circ\text{F} \text{ در } \text{Ne} \quad \left| \begin{array}{l} \rho = 0.0713 \\ \nu = 16.82 \times 10^{-5} \\ K = 0.01514 \end{array} \right.$$

$$Pr = 0.713$$

$$Pr = \frac{1}{T_f} = \frac{1}{80 + 460 (^\circ\text{R})} = \frac{1}{540} \left( \frac{1}{^\circ\text{R}} \right) \rightarrow$$

$$Gr = 3.64 \times 10^{10}$$



$$Ra = Gr \cdot Pr = 2.59 \times 10^{10}$$

$$\frac{\bar{h} L}{K} = 0.10 (Ra)^{1/3} = 295.9 \rightarrow$$

$$\bar{h} = 0.97 \text{ Btu/hr.ft}^2\text{.}^{\circ}\text{F}$$

$$Q = \bar{h} A \Delta T = 0.97 (6 \times 8) (120 - 40) \rightarrow$$

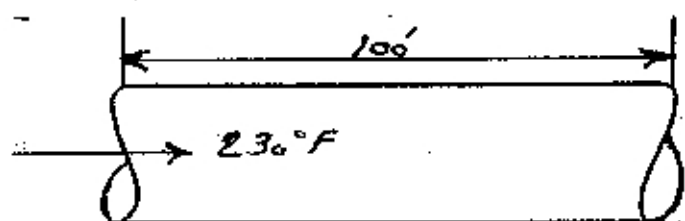
$$Q = 3730 \text{ Btu/hr}$$

حولیت - فصل 7 : 4 و 10 و 16 و 26 و 32

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 نظام مهندسی: ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶  
 پروانه مهندسی: ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵  
 شماره شهرسازی: ۱۵۴۰۰-۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

مسئله - یک لوله افقی به قطر خطی 6" داخل بخار اشباع  $230^\circ\text{F}$  است. در بخار اشباع یعنی اینوترم ( هوای اطراف لوله نیز در این دما  $70^\circ\text{F}$  است. طول لوله 100 ft می باشد. با صرف نظر از مقاومت دیواره جدار لوله ذوب می بخار تقطیر شده در انتهای طول لوله را حساب کنید.



$$T_{\infty} = 70^\circ\text{F}$$

$$* T_f = 70 + 230 / 2 = 150^\circ\text{F}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{خواص هوای } 150^\circ\text{F} \\ \dots \\ \dots \end{array} \right\} \begin{array}{l} Pr = 0.72 \\ \rho = 0.066 \text{ lbm/ft}^3 \\ Cp = 0.241 \text{ Btu/lbm } ^\circ\text{F} \\ \nu = 0.21 \times 10^{-3} \text{ ft}^2/\text{s} \\ K = 0.0164 \text{ Btu/hr-ft-}^\circ\text{F} \end{array}$$

$$\beta = \frac{1}{T_f} = 1/610 \quad (1/^\circ\text{R})$$

$$Gr = \frac{g \beta \Delta T d^3}{\nu^2} = 2.39 \times 10^7$$

$$Ra = Gr \cdot Pr = 1.72 \times 10^7$$

$$Nu_d = 0.53 Ra^{1/4} \quad \text{جول (7-1) هولیج}$$

$$\frac{hd}{K} = 34.13 \rightarrow h = 1.12 \text{ Btu/hr ft}^2 \cdot \text{F}$$

$$(ب) \text{ churchill} \rightarrow h = 1.08$$

$$\dot{Q} = hA(T_w - T_\infty) = 1.12 \left[ \pi (6/12) (100) \right] (230 - 70)$$

$$\dot{Q} = 28123 \text{ Btu/hr}$$

$$\dot{Q} = \dot{m} h_{fg} \approx \dot{m} C_p (\text{بخار}) \Delta T \rightarrow$$

$$\dot{m} = \frac{28123}{(0.242)(230 - 70)} \rightarrow$$

$$\dot{m} = 726 \text{ lbm/hr}$$

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و مکانیک  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 ۱۰۴۰۰-۱۷۲۷۶ (تلفن مهندسی)  
 ۱۰۴۰۰-۰۲۸۱۵ (پروانه مهندسی)  
 ۱۰۴۰۰-۰۱۲۲۲ (شماره شهرسازی)

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

مسئله - هوای اتمسفریک از درون یک لوله افقی به قطر 20 mm با سرعت متوسط 30 mm/s عبور می کند. دمای دیوار لوله در 127°C ثابت است و دمای هجم هوا 27°C است. انتقال حرارت از 20 cm طول لوله چقدر است؟

$$T_f = (T_\infty + T_w)/2 = 77^\circ\text{C}$$

77°C هوائ

$$\rho = 0.998 \text{ kg/m}^3$$

$$\nu = 20.76 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$K = 0.0303 \text{ W/m}\cdot\text{C}$$

$$Pr = 0.697$$

$$\beta = 1/T_f = 1/350 \text{ (1/K)}$$

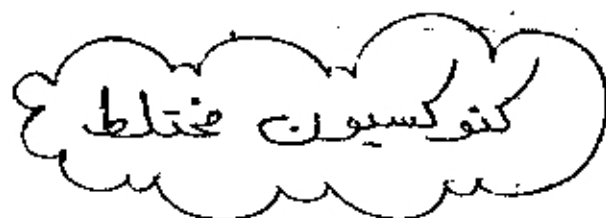
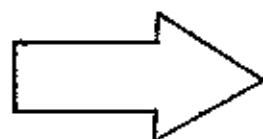
$$27^\circ\text{C} \longrightarrow \mu_b = 1.983 \times 10^{-5} \text{ kg/ms}$$

$$127^\circ\text{C} \longrightarrow \mu_w = 2.286 \times 10^{-5} \text{ "}$$

$$Re = \frac{Vd}{\nu} = (0.03)(0.02) / 20.76 \times 10^{-6} = 28.9$$

$$Gr = \frac{\rho \beta \Delta T d^3}{\nu^2} = 51975$$

$$Gr Pr \frac{d}{L} = 3622.5 : 7-14 \text{ متغير شكل *}$$



« مختلط - LAM »

$$Gz = Re \cdot Pr \cdot d/L = 2.01$$

$$Nu_d = \frac{hd}{K} = 1.75 (\mu_b / \mu_w)^{0.14} \left[ Gz + 0.012 (Gz^{1/3} Gr^{1/3})^{1/4} \right]$$

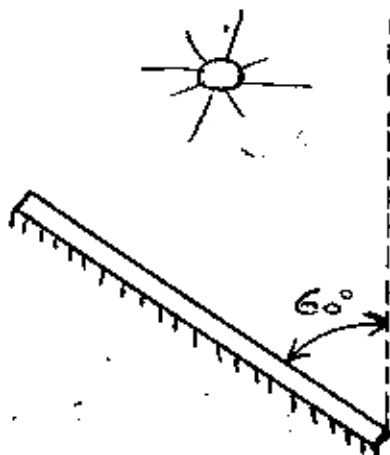
$$\rightarrow \text{« } k = 4.62 \text{ W/m}^2\text{°C »}$$

$$q = h A \Delta T = (4.62) [(1)(0.02)(0.2)] (127 - 27)$$

$$q = 5.8 \text{ W}$$

مسئله - صفحه‌ای به ابعاد  $(1\text{ m} \times 1\text{ m})$  از یک طرف عایق بوده و بالای آن در معرض تابش خورشید است. به صفحه با شدت  $700 \text{ W/m}^2$  تشعشع رسیده و جذب می‌شود. این صفحه حاوی نوری  $60^\circ$  نسبت به خط قائم است. اگر صفحه در معرض هوائی ساکن  $27^\circ\text{C}$  باشد ضریب جابجایی و دمای تعادل صفحه را بیابید.

$$q = h A (T_w - T_\infty)$$



\* باید حتماً نسبت به خط قائم سفیده شود. اگر برای صفحه ضریب جذب داده‌اند باید در مقدار تشعشع ضرب شود.



\* باید مقیاس برای  $(h)$  حسن زده و از رابطه فوق  $T_W$  را بدست آورد. سپس بازنه مقدار  $T_W$  خواص را بدست آورده و مجدداً  $h$  دیگری را از رابطه مربوطه محاسبه نموده و با  $h$  قبلی مقایسه می کنیم :

فرض :  $k = 8$   $\rightarrow$

$T_{\infty} = 8 \text{ (} T_W - 27 \text{)} : \text{ است } 200 \text{ W/m}^2$

$T_W = 114.5^\circ\text{C}$

$T_e = T_W - 0.25 (T_W - T_{\infty}) = 114.5 - 0.25 (114.5 - 27)$

$\ll T_e = 92.6 \gg$

|                                  |                                                  |
|----------------------------------|--------------------------------------------------|
| خواص هوا در $92.6^\circ\text{C}$ | $\nu = 23.2 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ |
|                                  | $k = 0.031 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$       |
|                                  | $Pr = 0.69$                                      |

$T_\beta = T_{\infty} + 0.50 (T_W - T_{\infty}) = 71^\circ\text{C} = 344^\circ\text{K}$

$\rightarrow \beta = \frac{1}{T_\beta} = 1/344 \text{ (} 1/^\circ\text{K} \text{)}$

$Gr_{Pr} = \frac{g \beta \Delta T L^3}{\nu^2} Pr = 3.2 \times 10^9$

سطح گرم شده رو به بالا :

$$N_{De} = 0.14 \left[ (Gr_{e,Pre})^{1/3} - (Gr_{e,Pre})^{1/3} \right] + 0.56 (Gr_{e,Pre} \cos \theta)^{1/4}$$

$$\theta = 60^\circ \longrightarrow Gr_c = 10^8 < Gr_e$$

\* چون  $Gr_c < Gr_e$  است داخل پرا فتر صفر نمی شود :

$$h = 8.08 \text{ W/m}^2\text{-}^\circ\text{C}$$

$$\frac{q}{A} = h (T_W - T_{\infty})$$

امتحان  $T_W$  :

$$T_{\infty} = 8.08 (T_W - 27)$$

$\rightarrow$

$$T_W = 113.6^\circ$$

\* اگر دقت بیشتری بخواهیم با  $T_W$  جدید مراحل قبلی را مجدداً تکرار می کنیم .

# تَشَعُّع Radiation

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و کانکسی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 نظام مهندسی: ۱۷۲۷۶-۰۳-۱۵  
 پروانه مهندسی: ۰۲۸۱۵-۰۳-۱۵  
 شماره شهرسازی: ۰۱۲۲۲-۱۵۳

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

« تئوری های تشعشع » :

۱- تئوری موج (Wave Theory) :

برطبق این نظریه تمام فضای کیهان از ماده فرضی « اتر » پر شده است زیرا « راشر » انتشار امواج الکترومغناطیس - اتر را انتقال حرارت بطریق تشعشع صورت می گیرد .

۲- تئوری کوانتوم (ماکس - پلانک) :

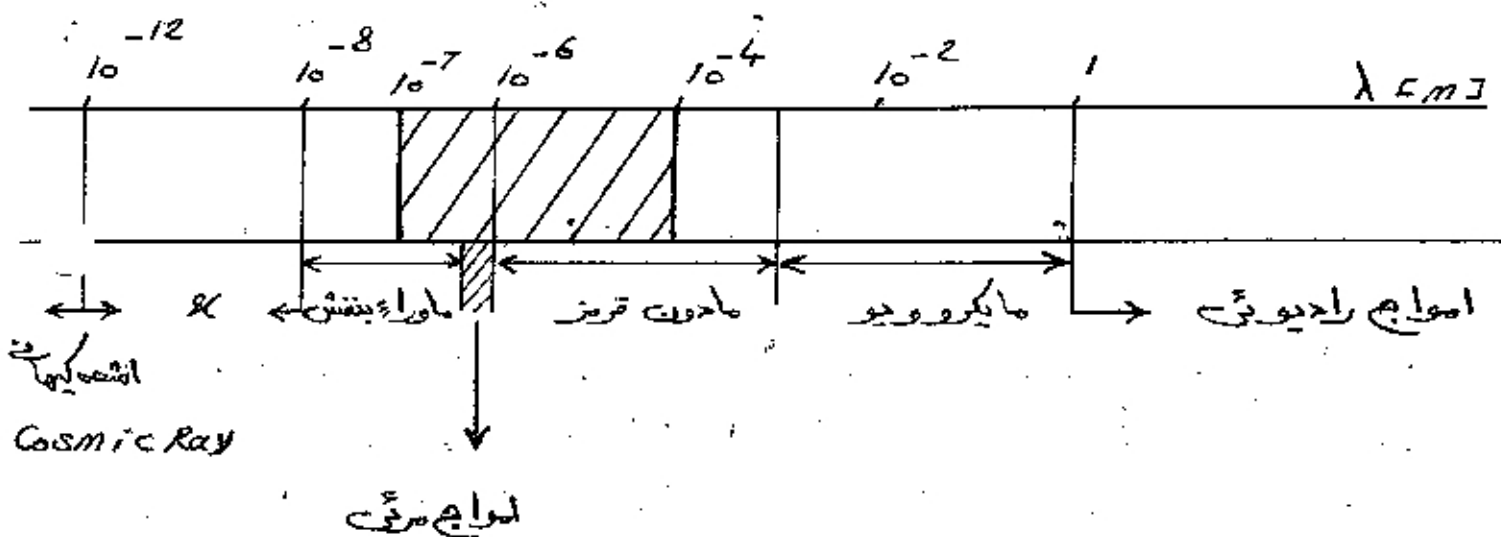
قسمتی از اتمها و مولکولهای جسم وقتی گرم می شوند تحریک شده و تمایل دارند به سطح انرژی پایین تر برگردند و در این رابطه انرژی اضافی خود را بصورت امواج الکترومغناطیس منتشر می کنند . مقدار این انرژی پیوسته نبوده و بصورت کوانتائی است :

$$E = h \cdot \nu \quad (\text{انرژی هر کوانتوم})$$

فرکانس ارتعاش

ثابت پلانک  $h = 6.625 \times 10^{-34}$

# امواج الکترو مغناطیس



\* امواج مرئی از  $10^{-7}$  تا  $10^{-4}$  متری پوشانده، به عبارتی از  $100 \mu m$  -  $0.1$  و یا  $10^3 - 10^6 \text{ Å}$

\* چگالی انرژی تشعشع شده (به انرژی واحد حجم) در یک طول موج خاص عبارتست از:

$$u_{\lambda} = \frac{8 \pi h c \lambda^{-5}}{e^{\frac{hc}{\lambda k T}} - 1}$$

(ثابت بولتزمن) :  $k = 1.38066 \times 10^{-23} \text{ J/mole-}^{\circ}K$

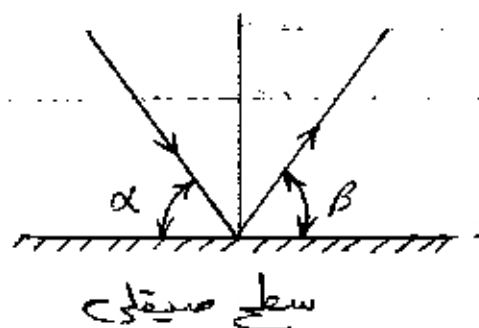
\* با افتراق گیر از رابطه در تمام طول موجها مشعشع می شود  
که قدرت تشعشعی با توان چهارم دمای مطلق پیوستگی دارد.  
پس :

$$E_b = \sigma T^4$$

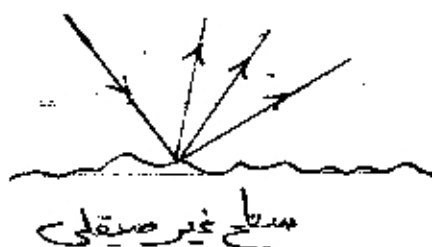
$E_b$  - قدرت تشعشعی جسم سیاه بازاء واحد زمان از واحد سطح  
ثابت استفان بولتزمن :  $\sigma = 5.669 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$

چند نکته :

۱- خصوصیات فیزیکی تشعشع حرارتی مثل امواج مرئی است.



بازتاب طیفی (specular)



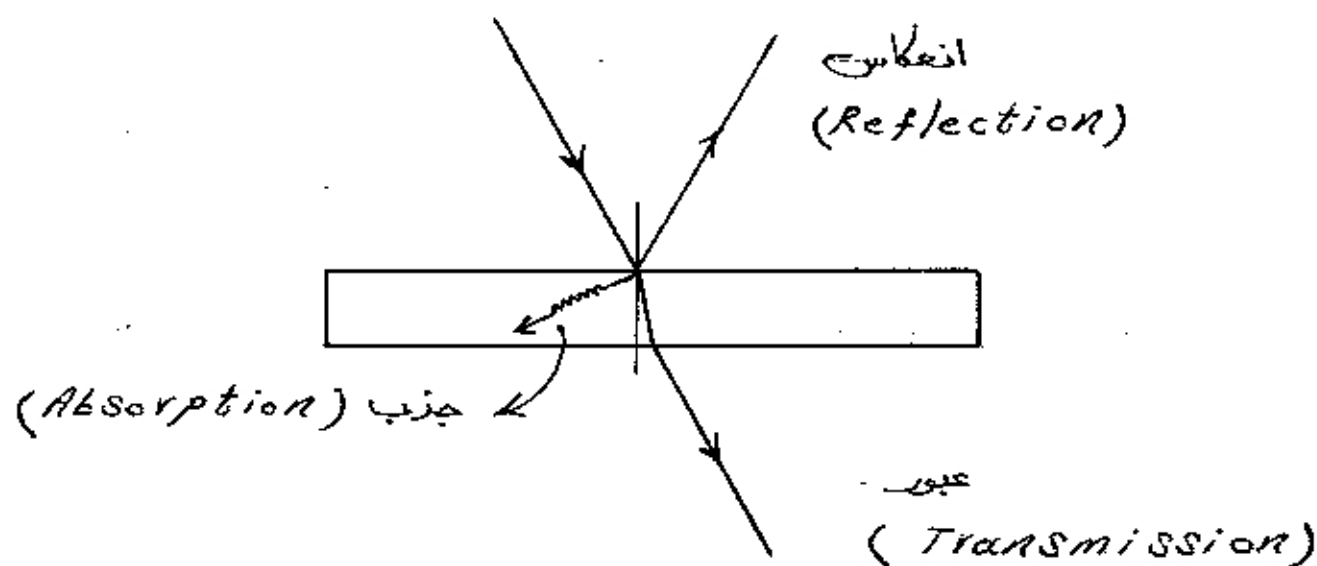
بازتاب پخش (diffusion)



۲ - اثر حرارتی امواج تشعشعی هنگامی ظاهر می شود که با سولکولهای جرم برخورد نماید.

۳ - انتقال حرارت تشعشعی بین دو جرم هرگز قطع نمی شود مگر اینکه دمای آنها به صفر مطلق برسد.

\* از آنکه توان تشعشعی ( $Q$ ) که به جسم رسیده در حالت کلی -  
مقتضی از آن جذب شده، مقلی منعکس و مقادیر هم  
عبور می کند.



$$Q = Q_r + Q_t + Q_a$$

ضریب جذب (Absorptivity) :

$$\alpha = \frac{Q_a}{Q}$$

$$\tau = \frac{Q_t}{Q}$$

: *Transmissivity* ضریب عبور

$$\rho = \frac{Q_r}{Q}$$

: *reflectivity* ضریب انعکاس

$$\alpha + \tau + \rho = 1$$

برای هر جسم

: *Black Body* جسم سیاه

جسمی است که تمام تابشش را جذب می کند :

$$\alpha = 1 \quad \text{و} \quad \rho = \tau = 0$$

: *White Body* جسم سفید

جسمی است که تمام تابشش را منعکس می کند :

$$\tau = \alpha = 0 \quad \text{و} \quad \rho = 1$$

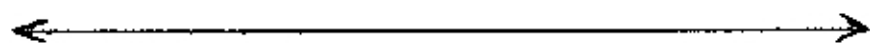
: *Transparent Body* جسم شفاف

جسمی است که به تشعشع رسیده را عبور می دهد :

$$\alpha = \rho = 0 \quad \text{و} \quad \tau = 1$$

جسم مات :

جسمی است که تشعشع از آن عبور نمی کند :  $\alpha + \rho = 1$  و  $\tau = 0$



ضریب نشر *emissivity* :

$$\varepsilon = \frac{\text{قدرت تشعشعی جسم مورد نظر}}{\text{قدرت تشعشعی جسم سیاه در همان دما و سطح و طول موج}}$$

$$\varepsilon = \frac{E}{E_b} = \frac{E}{\sigma T^4} \quad \varepsilon = f(\lambda \text{ و } T) \quad (\text{شکل هندسی و } \lambda \text{ و } T)$$

$$\varepsilon_\lambda = \frac{E_\lambda}{E_{b\lambda}} \quad (T = T_b) \quad * \text{ در هر طول موج خاص :}$$

\* ضریب نشر کلی :

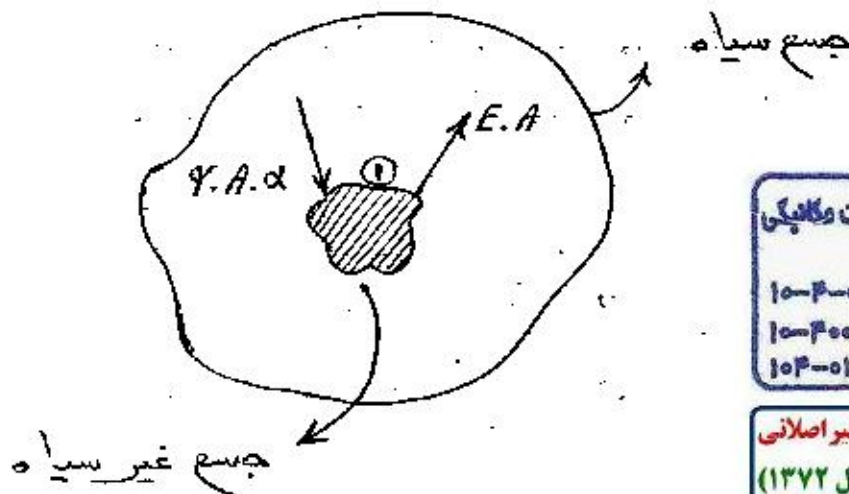
$$\varepsilon = \frac{E}{E_b} = \frac{\int_0^\infty E_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty E_{b\lambda} d\lambda} = \frac{\int_0^\infty E_\lambda d\lambda}{\sigma T^4}$$

جسم خاکستری (gray Body) :

جسمی است که غیر سیاه بوده و ضریب نشر آن به طول موج بستگی ندارد :

$$\epsilon = \epsilon_\lambda$$

قانون کیرشهف (Kirckhoff) در تشعشع :



**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶ - مقام مهندسی  
 ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵ - پروانه مهندسی  
 ۱۵۴۰۰-۱۲۲۲ - شماره شهرسازی

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

الف - جسم ① غیر سیاه است : در حالتی که تعادل حرارتی وجود دارد مجموع تشعشعاتی صادر از جسم ① برابر است با مجموع تشعشعات جذب شده توسط آن :

$$E.A = \gamma.A.\alpha \quad (1)$$

ج) جسع ① سیاه است : در حالتی که تعادل داریم وجود دارد :

$$(\alpha = 1) \rightarrow E_b \cdot A = q \cdot A \cdot 1 \quad (3)$$

$$\text{طرفین (3) } \div \text{ طرفین (1)} \rightarrow \frac{E}{E_b} = \alpha \rightarrow$$

$$\alpha = \epsilon$$

\* بر اساس نتایج تئوری پلانک قدرت تشعشعی یک جسع سیاه در هر طول موج و دمای بخصوص عبارتست از :

$$E_{b\lambda} = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{c_2/\lambda T}}$$

۱- طول موج  $(\lambda)$  [ $\mu m$ ]

۲- دما  $(T)$  [ $^{\circ}K$ ]

۳-  $C_1 = 3.743 \times 10^8$

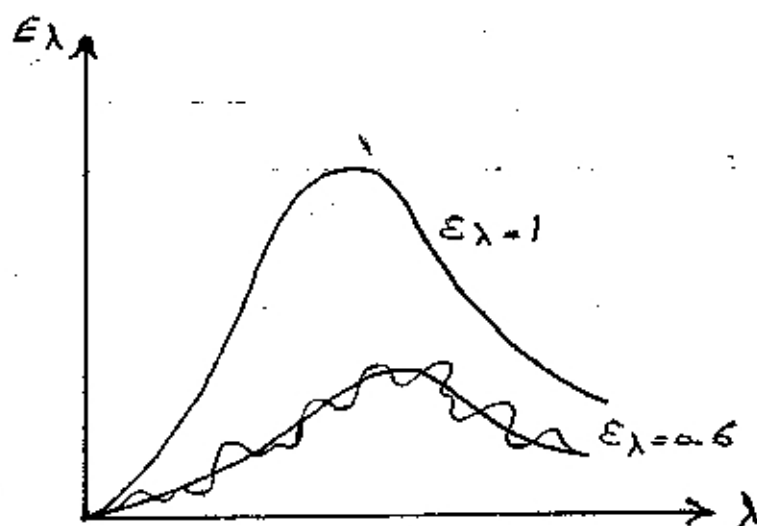
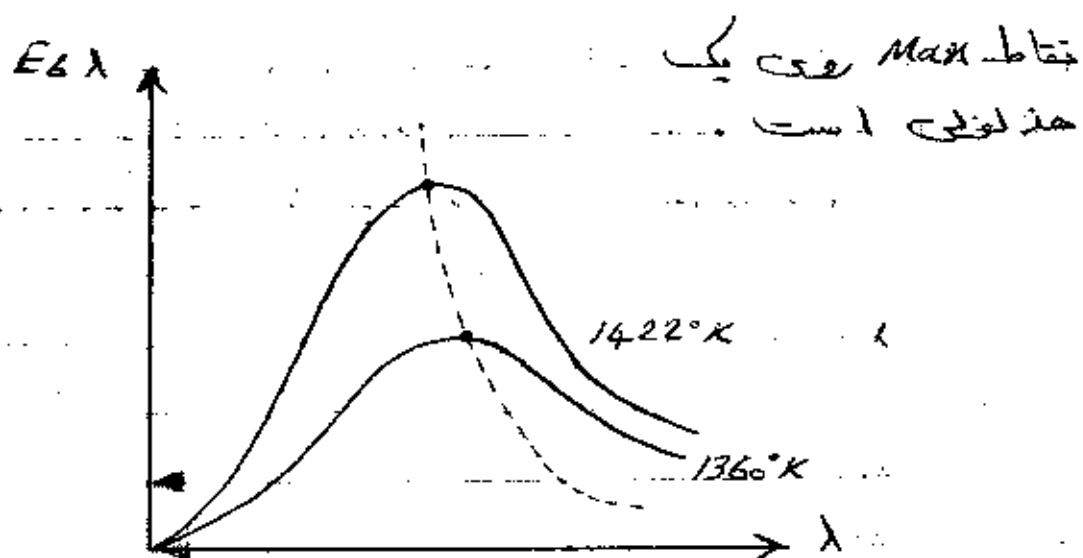
۴-  $C_2 = 1.4387 \times 10^4$

$$\left[ \frac{W \cdot \mu m^4}{m^2} \right]$$

$$\left[ \frac{\mu m - ^{\circ}K}{1} \right]$$

\* اگر طول موج افزایش یابد تا حدی قدرت تشعشعی بالایی رود و سپس کاهش می یابد :





قانون Wien: رابطه بین دما و طول موجی که در طی آن  
قدرت تشعشعی Max است را می دهد:

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2897.6 \text{ } [\mu\text{m} \cdot \text{°K}]$$

↓      ↓

$\mu\text{m}$      $^{\circ}\text{K}$

\* برای محاسبه (کثریت چشمشع) بین طول موج  $\lambda_1$  تا  $\lambda_2$  می توان از جدول (Dunkle) که بر حسب  $\lambda \cdot T$  [  $\mu m \cdot K$  ] درج شده استفاده کرد. (جدول 8-1 هولیت).

$$\frac{\lambda T}{\frac{E_{b_0-\lambda}}{E_{b_0-\infty}}}$$


---


$$\lambda_1 T \longrightarrow$$

$$\lambda_2 T \longrightarrow$$

$$E_{b_{\lambda_1 - \lambda_2}} = E_{b_{0-\infty}} \left( \frac{E_{b_{0-\lambda_2}}}{E_{b_{0-\infty}}} - \frac{E_{b_{0-\lambda_1}}}{E_{b_{0-\infty}}} \right)$$

از جدول Dunkle

$$\frac{E_{b_{0-\lambda}}}{E_{b_{0-\infty}}} = \frac{\int_0^{\lambda} E_{b_{\lambda}} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{b_{\lambda}} d\lambda} = \frac{\int_0^{\lambda} E_{b_{\lambda}} d\lambda}{\sigma T^4}$$

مثال - از یک صفحه شیشه ای مربعی به ضلع 30 cm برای مشاهده تشعشع یک کوره استفاده می شود. ضریب عبور شیشه از طول موج 0.2 تا  $3.5 \mu m$  برابر 0.5 بوده. ضریب نشر آن تا طول موج  $3.5 \mu m$  برابر 0.3 و به ازای طول موجهای بالاتر 0.9 است. به غیر از محدوده طول

موج  $0.2 - 3.5 \mu m$  ضریب عبور شیشه صفر است. فرض کنید که کوره جعبه سیاه در دمای  $2000^\circ C$  است. مطلوب است محاسبه انرژی های جذب شده و عبور کرده از طریق شیشه.

$$\begin{cases} \lambda_1 T = (0.2)(2273^\circ K) = 454.6 \mu m \cdot K \\ \lambda_2 T = (3.5)(2273^\circ K) = 7955.5 \mu m \cdot K \end{cases}$$

از جدول  $Dwight$  →  $\begin{cases} \frac{E_{b,0-\lambda_1}}{E_{b,0-\infty}} = 0 \\ \frac{E_{b,0-\lambda_2}}{E_{b,0-\infty}} = 0.85443 \end{cases}$

(در جدول کوچکتر از 555.6 صفر در نظر می گیریم.)

$$E_{b,0-\infty} = \sigma T^4 = 5.669 \times 10^{-8} (2273)^4$$

$$E_{b,0-\infty} = 1513.3 \text{ kW/m}^2 \quad \begin{array}{l} \text{قدرت تشعشعی کوره} \\ \text{به عنوان جعبه سیاه} \end{array}$$

$$E_{b,\lambda_1-\lambda_2} = E_{b,0.2-3.5} = 1513.3 (0.85443 - 0) \text{ kW/m}^2$$

12611

$$Q_{\text{glass}} = (E_{b,0.2-3.5}) \times A \quad \xrightarrow{A = 0.01 \text{ m}^2}$$

$$Q_{\text{glass}} = 116.4 \text{ kW}$$

$$\text{تَشْعِشْع کل عبور کرده} = \tau \cdot Q_{\text{glass}} = 0.5 (116.4) = 58.2 \text{ kW}$$

$$\text{تَشْعِشْع کل جذب شده} = \alpha_{0-3.5} (116.4) + \alpha_{3.5-\infty} (19.8)$$

$$\begin{aligned} * \quad \alpha_{\text{glass}} &= E_{b_{0-\infty}} (A) \left( \frac{E_{b_{0-\infty}}}{E_{b_{0-\infty}}} - \frac{E_{b_{0-\lambda_2}}}{E_{b_{0-\infty}}} \right) = \\ &= 1513.3 (1 - 0.85443) (0.3)^2 = 19.8 \text{ kW} \end{aligned}$$

( برای طول موج بیشتر از 3.5 )

$$\text{تَشْعِشْع کل جذب شده} = 52.76 \text{ kW}$$

$$** \quad (116.4 + 19.8) - 52.76 - 58.2 = 25$$

( این مقدار هم منعکس شده است )

عامل شکل در تَشْعِشْع

\* تعریف - عامل شکل (shape factor) نشانگر مقدار تَشْعِشْع است که از یک جسم به جسم دیگر با توجه به موقعیت مکانی و هندسی می تواند برسد.

\* کسوت از تَشْعِشْع که جسم ① را ترک کرده و به جسم ②

رسیده :  $(F_{12})$ 

\* کسی از تشعشع که جسم ② را ترک کرده و به ① رسیده :  $F_{21}$   
 \* " " " " " " " " :  $F_{m1}$

\* توان تشعشعی که سطحی جسم سیاه ① را ترک کرده و به جسم ② رسیده می شود :

$$(E_{b1} A_1 F_{12})$$

\* توان تشعشعی که سطحی جسم سیاه ② را ترک کرده و به جسم ① رسیده می شود :

$$(E_{b2} A_2 F_{21})$$

$$Q_2 = E_{b2} A_2 F_{21} - E_{b1} A_1 F_{12}$$

\* در نهایت پس از برقراری تعادل حرارتی :  $(T_1 = T_2)$

$$Q_2 = 0$$

$$E_{b2} A_2 F_{21} = E_{b1} A_1 F_{12} \rightarrow$$

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21}$$

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶  
 ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵  
 ۱۵۴۰۰-۰۱۲۲۲

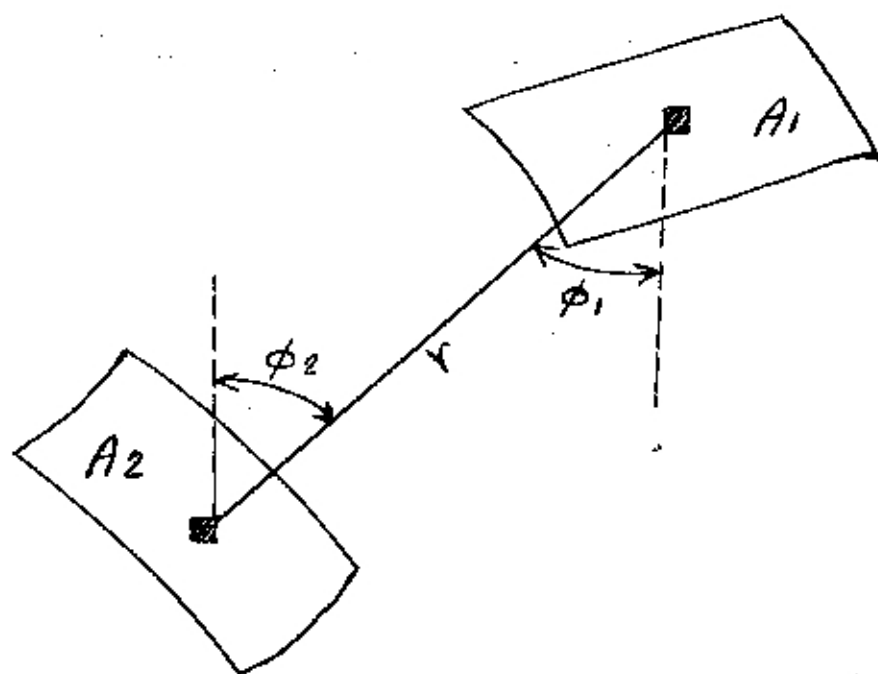
جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

اصل برگشت پذیری در عامل شکلهما



$$Q_2 = A_1 F_{12} \sigma (T_2^4 - T_1^4)$$

مبادله تشعشع دو  
جسم سیاه



$$A_1 F_{12} = \iint \cos \phi_1 \cos \phi_2 \frac{dA_1 \cdot dA_2}{R^2}$$

\* به جای استفاده از روش تحلیلی فوق برای یا فکت عامل شکل می توان از منحنیهای 8-12 تا 8-16 هولمز استفاده کرد.

« ادامه »



$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21}$$

۱- اصل برگشت پذیری :

$$\begin{cases} F_{12} + F_{13} + \dots + F_{1n} = 1 \\ F_{11} = 0 \end{cases}$$

۲- برای اجسام تخت و محدب :

$$F_{11} + F_{12} + \dots + F_{1n} = 1$$

۳- برای اجسام مقعر :

\* بین جسم تحت (a) و جسم (b) که از آن تاجع تشکیل شده :

$$A_a F_{ab} = A_a F_{a1} + A_a F_{a2} + \dots + A_a F_{an}$$

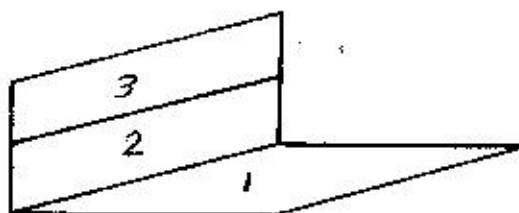
$$F_{ab} = F_{a1} + F_{a2} + \dots + F_{an}$$



$$A_b F_{ba} = A_1 F_{1a} + A_2 F_{2a} + \dots + A_n F_{na}$$

برعکس :

مثال -  $(F_{13})$  را بیابید .

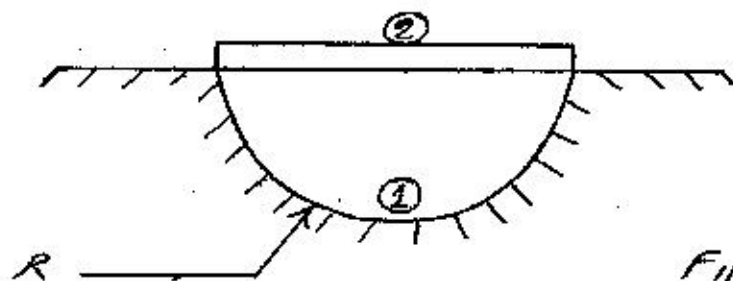


**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و کانکسی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 ۱۵۳-۵-۱۷۲۷۶ نظام مهندسی  
 ۱۵۳-۵-۰۲۸۱۵ پروانه مهندسی  
 ۱۵۳-۵-۱۲۲۲ شماره شهرسازی

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$\begin{cases} F_{1\alpha} = F_{12} + F_{13} \\ F_{1\alpha} \text{ از جدول 8-14 حولی} \end{cases} \rightarrow F_{13}$$

مثال - گودی نیم کره ای به شعاع  $R$  نسبت به سطح فوتاتی روی آن :



$F_{11}$  و  $F_{12} = ?$

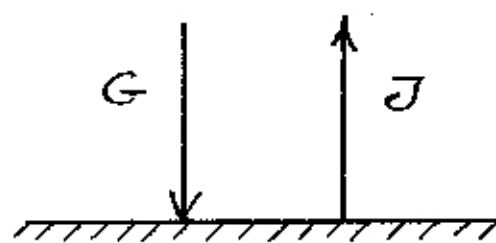
جسم تحت  $F_{21} = 1$  و  $A_1 F_{12} = A_2 F_{21}$

$$F_{12} = F_{21} \frac{A_2}{A_1} = (1) \frac{\pi R^2}{2\pi R^2} \rightarrow F_{12} = \frac{1}{2}$$

\* برای جسم مقعر :

$$F_{11} + F_{12} = 1 \rightarrow F_{11} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

مبادله تشعشع بین اجسام غیر شفاف و غیر سیاه (خاکستری)



$G$  (irradiation) : شدت تشعشعی که در واحد زمان به واحد سطح جسم می‌رسد.

$J$  (Radiosity) : شدت تشعشعی که در واحد زمان واحد سطح جسم را ترک می‌کند.

$$* \quad J = \epsilon E_b + \rho G$$

\* انعکاس تشعشع رسیده به جسم + تشعشع ناشی از جسم =  $J$

$$\alpha + \rho = 1 = \epsilon + \rho \rightarrow \rho = 1 - \epsilon$$

$$J = \epsilon E_b + (1 - \epsilon) G$$

$$G = \frac{J - \epsilon E_b}{1 - \epsilon}$$

\* تبادل خالص حرارت جسم فوق :  $\dot{Q}/A = J - G$

$$\dot{Q}/A = J - \frac{J - \epsilon E_b}{1 - \epsilon} = \frac{\cancel{J} - J\epsilon - \cancel{J} + \epsilon E_b}{1 - \epsilon}$$

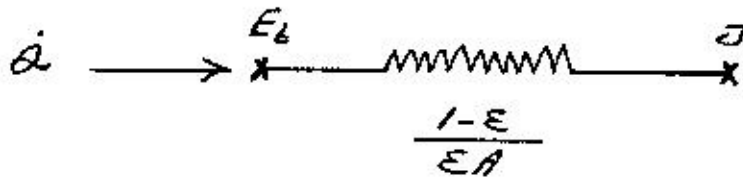
$$\dot{Q}/A = \varepsilon (E_b - J) / (1 - \varepsilon)$$

$$\rightarrow \dot{Q} = \frac{E_b - J}{\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon A}}$$

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و کانکسی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 نظام مهندسی: ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶  
 پروانه مهندسی: ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵  
 شماره شهرسازی: ۱۵۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

\* از مقایسه رابطه فوق با قانون اهم:  $(I = \frac{\Delta V}{R})$



\*  $\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon A}$  (مقاومت سطحی) - جرم در برابر تشعشع گویند.

\* بین دو جرم ① و ② نیز پس از اینکه از هر کدام تشعشع باندازد  $J_1$  و  $J_2$  جدا شد میزان رسیدن  $J_1$  و  $J_2$  بستگی به عامل شکل بین این دو جرم دارد:

$$\begin{cases} J_1 A_1 F_{12} & \text{تشعشع که سطح ① را ترک کرده و به ② رسیده} \\ J_2 A_2 F_{21} & \text{" ① " " ② " "} \end{cases}$$

$$\rightarrow \dot{Q}_2 = J_2 A_2 F_{21} - J_1 A_1 F_{12} = (J_2 - J_1) A_1 F_{12}$$

$$\left( \dot{Q}_2 = \frac{J_2 - J_1}{\frac{1}{A_1 F_{12}}} \right)$$

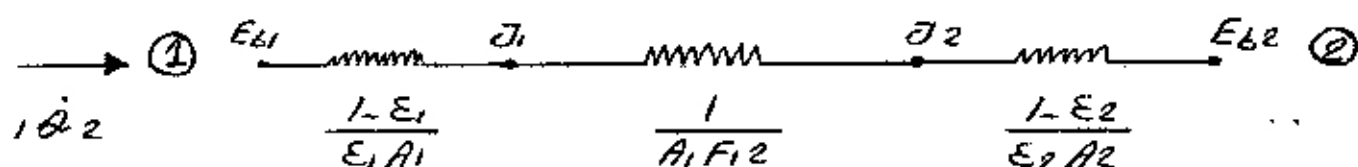


\* از مقایسه با قانون اهر :



\*  $\frac{1}{A_1 F_{12}}$  را (مقاومت فضائی) جمع در مقابل تشعشع گویند.

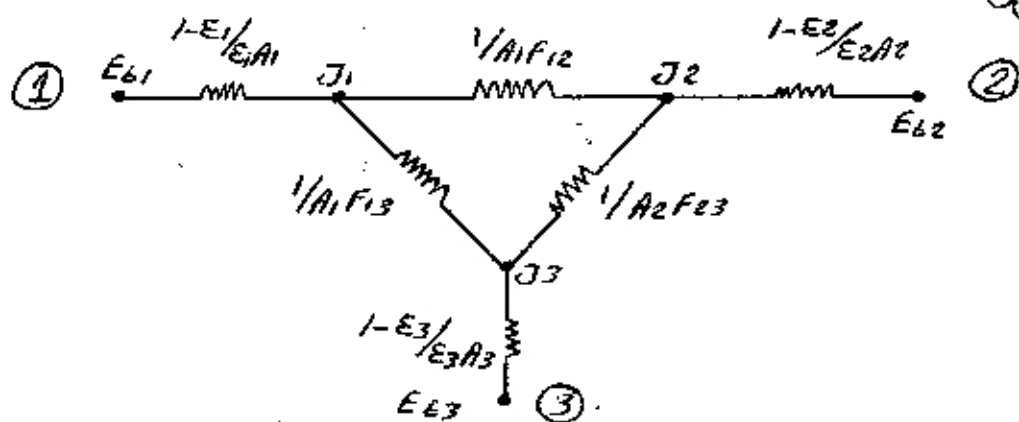
\* چسب مدار معادل برای تشعشع میان دو جسم غیر سیاه به شکل زیر است :



$$q_{12} = \frac{\sigma (T_2^4 - T_1^4)}{\frac{1-E_1}{E_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1-E_2}{E_2 A_2}}$$

« مدار معادل برای اجسامی است که شفاف نباشند »

برای 3 جسم :



\* با توجه به قوانین کیرشهف در الکتریکسیت جمع جبری جریانهای ولده به هر گره صفر است :

برای گره  $(J_1)$  :

$$\frac{E_{b1} - J_1}{\frac{1 - \epsilon_1}{\epsilon_1 A_1}} + \frac{J_2 - J_1}{\frac{1}{A_1 F_{12}}} + \frac{J_3 - J_1}{\frac{1}{A_1 F_{13}}} = 0$$

برای گره  $(J_2)$  :

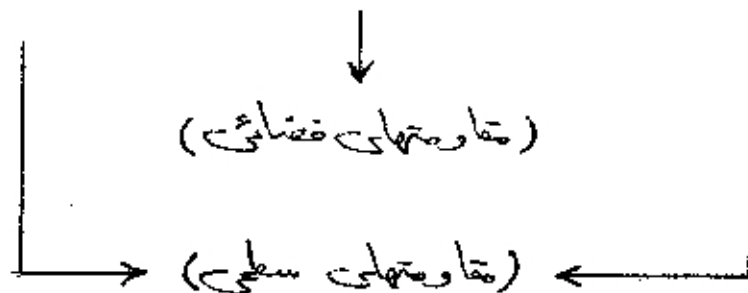
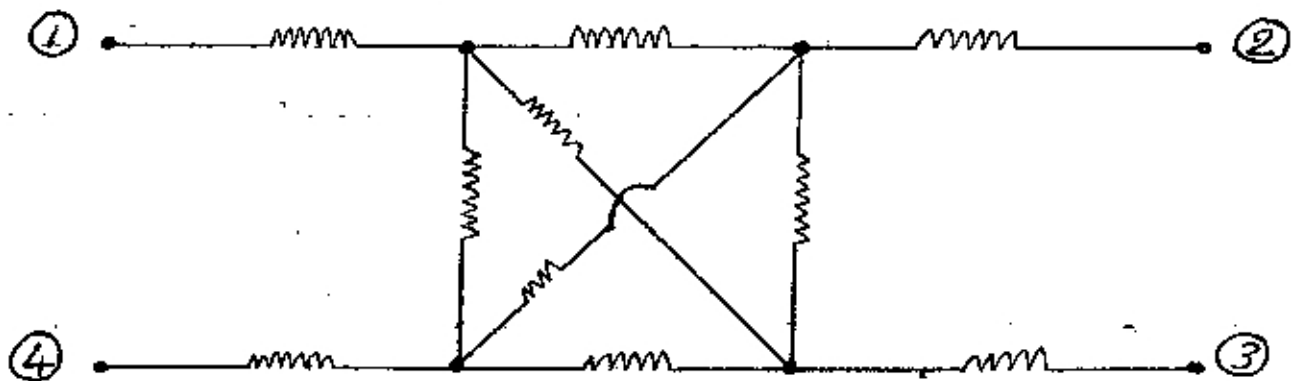
$$\frac{E_{b2} - J_2}{\frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2 A_2}} + \frac{J_1 - J_2}{\frac{1}{A_1 A_{12}}} + \frac{J_3 - J_2}{\frac{1}{A_2 F_{23}}} = 0$$

برای گره  $(J_3)$  :

$$\frac{E_{b3} - J_3}{\frac{1 - \epsilon_3}{\epsilon_3 A_3}} + \frac{J_1 - J_3}{\frac{1}{A_1 F_{13}}} + \frac{J_2 - J_3}{\frac{1}{A_2 F_{23}}} = 0$$

\* از دستگاه سه معادله ای فوق مقادیر  $J_1$  و  $J_2$  و  $J_3$  بدست می آید. ماهه جریانها را ورودی فرض می کنیم و اگر یکی از آنها منفی درآمد آن را اصلاح می کنیم و مثبت می کنیم.

برای  $(\epsilon)$  جعبه



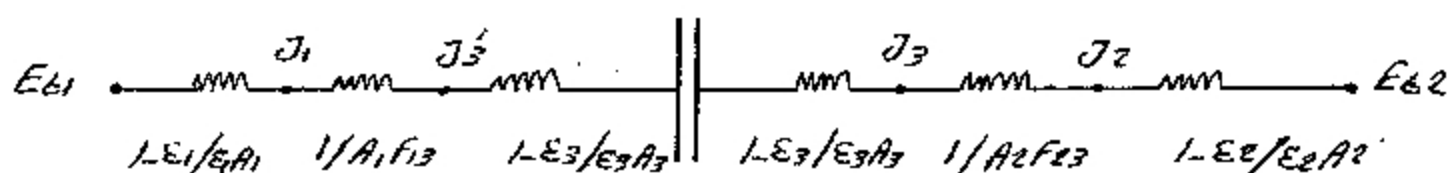
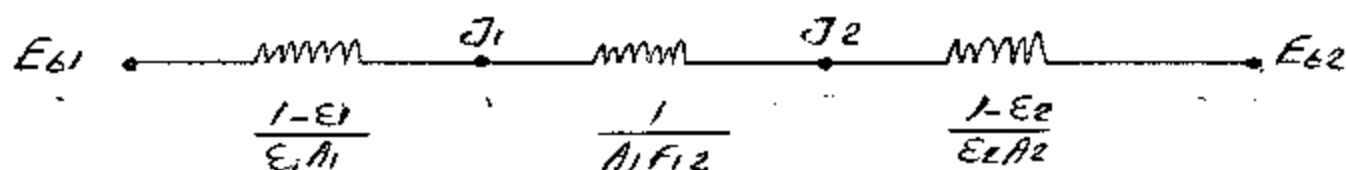
### حالات خاص

\* در حالات زیر می توان از مقاومت سطحی جسم صرف نظر کرد :

- ۱- جسم مزبور سیاه باشد.
- ۲- اگر مساحت جسم مزبور در مقایسه با اجسام دیگر خیلی بزرگ باشد.
- ۳- اگر جسم عایق باشد. ( عایق تشعشعی )

سپرهای تشعشعی radiation shields :

\* مثلاً در سفایح فضائی، فلاسک و فویل یکپیده شده در دور لوله‌های عایق بندی شده. خصوصیت این سیرها بالا بودن ضریب انعکاس آنها است.



$$\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 \quad \text{فرض -}$$

$$F_{12} = F_{13} = F_{23} = 1$$

$$A_1 = A_2 = A_3 = A$$

در حالت بیرون سیر :

$$Q = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{2 \left( \frac{1-\epsilon}{\epsilon A} \right) + \frac{1}{A F_{12}}}$$

در حالت بایک سیر :

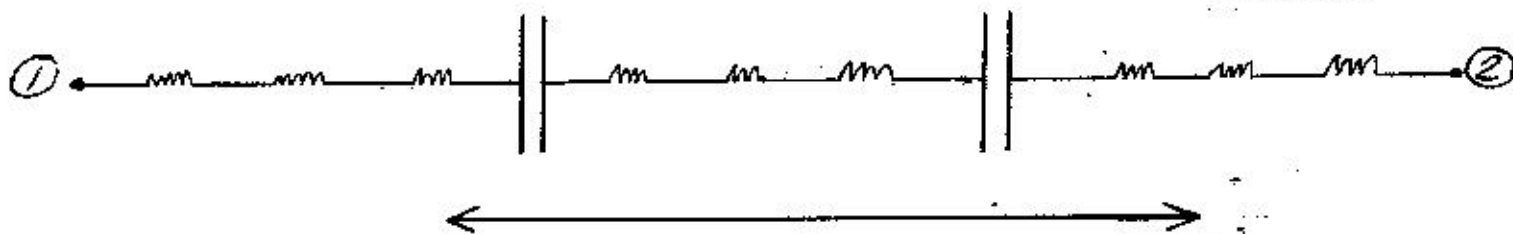
$$Q = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{4 \left( \frac{1-\epsilon}{\epsilon A} \right) + \underbrace{\left( \frac{1}{A F_{13}} + \frac{1}{A F_{23}} \right)}_{2/A}}$$

انتقال حرارت بایک سیر = انتقال حرارت بدون سیر 50%

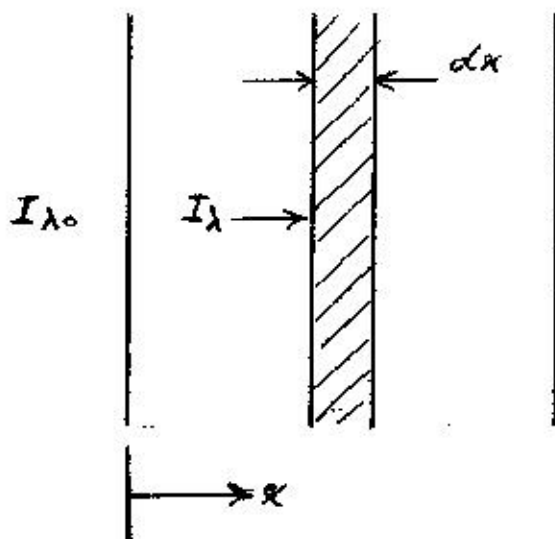
$$\text{بدون سیر } Q = \frac{1}{n+1} \text{ یا } n \text{ سیر } Q$$

البته فقط با فرضهایی که کرده ایم.

(۲) سیر



تشعشع از گازها



**فرشاد سیرایی** - مهندس پایه یک تاسیسات و مکانیکی  
طراحی - نظارت - اجرا  
۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶ نظام مهندسی  
۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵ پروانه مهندسی  
۱۵۴۰۰-۰۱۲۲۲ شماره شهرسازی

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)



\* کاهش در شدت پخش جفتگی به فاصله طی شده تابعی از مقدار مولکولهای موجود در مسیر و نوع گاز دارد :

$$dI_{\lambda} = -\alpha_{\lambda} I_{\lambda} dx$$

ضریب جذب

$$\int_{I_{\lambda_0}}^{I_{\lambda}} \frac{dI_{\lambda}}{I_{\lambda}} = \int_0^x \frac{-\alpha_{\lambda} dx}{1} \rightarrow$$

$$\ln \frac{I_{\lambda}}{I_{\lambda_0}} = -\alpha_{\lambda} x \rightarrow$$

$$\frac{I_{\lambda}}{I_{\lambda_0}} = e^{-\alpha_{\lambda} x}$$

ضریب عبور  $\tau$

$\rightarrow$

$$\tau = e^{-\alpha_{\lambda} x}$$

قانون Beer

\* اگر گاز انعکاس نداشته باشد :

$$\alpha + \tau = 1 \rightarrow \alpha = 1 - e^{-\alpha_{\lambda} x}$$

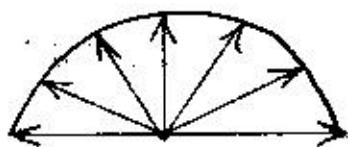
**فرشاد نیرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 نظام مهندسی: ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶  
 پروانه مهندسی: ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵  
 شماره شهرسازی: ۱۵۴۰۰-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)



Egbert و Hottel منحنی‌هایی برای عا سب ضریب نشر  $\text{CO}_2$  و  $\text{H}_2\text{O}$  بدست آورده‌اند. بعد مشخصه در این منحنی‌ها با س «طول متوسط اشعه» یا «mean beam length» نامیده می‌شود.

تعریف - اگر شعاع بین گاز و ظرف مورد نظر مبادل با شعاع باشد که بین آن گاز با نبع گره‌ای به شعاع مخصوص برقرار است به شعاع این نبع گره طول متوسط اشعه گویند.



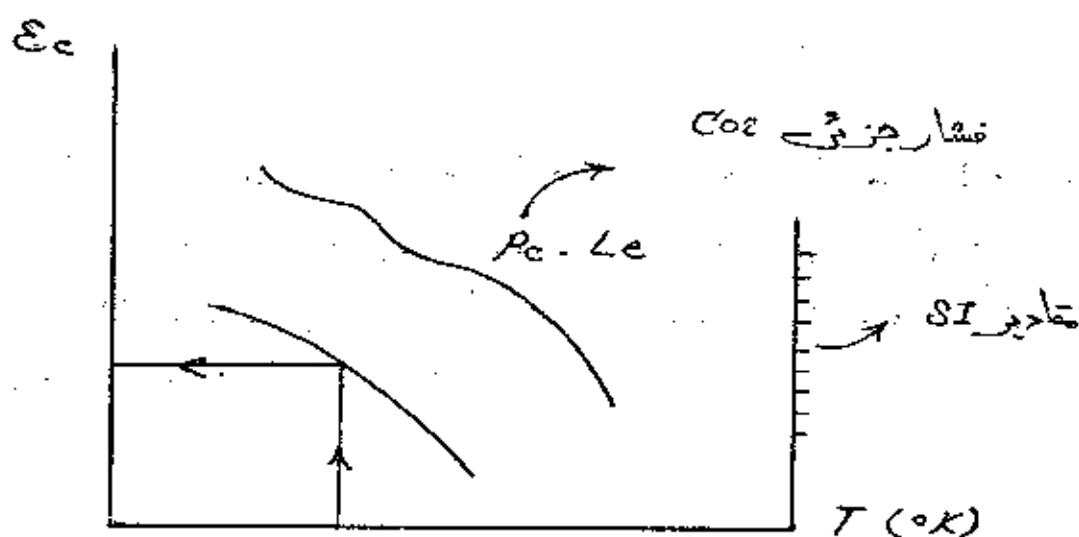
\* مقدار طول متوسط اشعه ( $L_e$ ) در جدول 8-2 هولمن برای تعدادی حالات وجود دارد.

\* شکل‌های 8-34 تا 8-38 هولمن برای عا سب ضریب نشر  $\text{CO}_2$  و  $\text{H}_2\text{O}$  بکار می‌رود. در هنگام استفاده از این - شکلها رابطه زیر را می‌توان بکار برد:

$$\epsilon = \epsilon_c C_c + \epsilon_w C_w - \Delta \epsilon$$

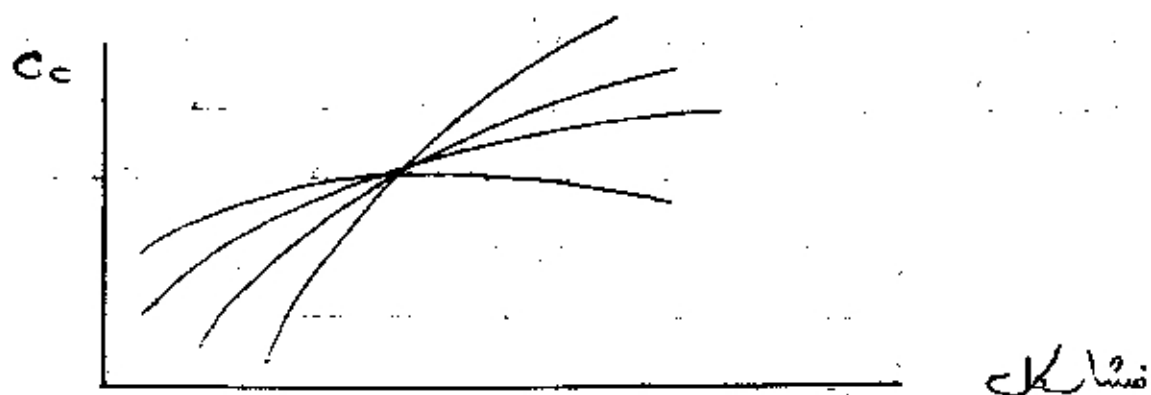
شکل 8-34 - ضریب نفوذ  $\text{CO}_2$  به تنهایی در فشار کل  $1 \text{ atm}$  می دهد.

شکل 8-35 - ضریب نفوذ  $\text{H}_2\text{O}$  به تنهایی در فشار کل  $1 \text{ atm}$  می دهد.



(8-34)

شکل 8-36 - ضریب تصعیم برای حالتی که فشار کل - مخلوط شامل  $\text{CO}_2$  غیر از  $1 \text{ atm}$  است را می دهد ( $C_c$ ).



شکل 8-37 - ضریب تصحیح برای حالتی که فشار کل مخلوط شامل  $H_2O$  بیشتر یا کمتر از  $1 \text{ atm}$  است  
 ضریب دهد (CW).

شکل 8-38 - ضریب تصحیح برای حالتی که مخلوط  $H_2O$  و  $CO_2$  با هم وجود دارد می دهد. ( $\Delta E$ )

$$* \text{ جزئی } P = \sum_{i=1}^n P_i$$

ر باید توجه کرد که به جز  $CO_2$  و  $H_2O$  بقیه گازهای موجود در مخلوط تشعشع ندارند و باید تنها فشار جزئی  $CO_2$  یا  $H_2O$  را در نظر گرفت.

\* برای مشکلاتی که در جدول 8-2 داده شده است طول متوسط اشعه از رابطه زیر بدست می آید :

$$L_e = 3.6 \frac{V}{A}$$

$V$  - حجم  
 $A$  - سطح

الف) مبادله تشعشع بین یک ظرف سیاه با گازی که درون آن احاطه شده است :

\* گازی به دمای  $T_g$  درون ظرف سیاهی به دمای  $T_w$  قرار دارد.

(تشیع جذب شده گاز) - (تشیع صادر از گاز) = (تشیع مبادله شده)

$$\dot{Q}/A = \epsilon_g (T_g)^4 - \alpha_g (T_w)^4$$

$$(\alpha_g (T_w) = \alpha_c + \alpha_w - \Delta \alpha) \leftarrow$$

با استفاده از شکل‌های گفته شده.

$$\begin{cases} \alpha_c = C_c \epsilon'_c \left( \frac{T_g}{T_w} \right)^{0.65} \\ \alpha_w = C_w \epsilon'_w \left( \frac{T_g}{T_w} \right)^{0.45} \\ \Delta \alpha = \Delta \epsilon \end{cases} \quad * \text{ بطوریکه:}$$

$\epsilon'_c$  از شکل 8-34 و  $\epsilon'_w$  از شکل 8-35 با استفاده از دمای  $T_w$  و با استفاده از  $P_{wLe} \left( \frac{T_w}{T_g} \right)$  و  $P_{cLe} \left( \frac{T_w}{T_g} \right)$  بدست می‌آید.

(ب) برای گازی که بین دو صفحه موازی (یا دو استوانه هم محور خود رقت) سیاه به دماهای  $T_1$  و  $T_2$  قرار دارد.

برای سطح ① :

انرژی صادره - انرژی وارده = انرژی خالص مبادله شده

$$q_1 = G_1 A_1 - E_{b1} A_1$$

برای سطح ② :

$$q_2 = G_2 A_2 - E_{b2} A_2$$

$$\begin{cases} G_1 A_1 = G \text{ مربوط به سطح ②} + G \text{ مربوط به گاز} \\ G_1 A_1 = F_{g1} \epsilon_g (T_g) A_g \sigma T_g^4 + \tilde{\epsilon}_g (T_2) A_2 \sigma T_2^4 A_1 \end{cases}$$

$$\tilde{\epsilon}_g = 1 - \alpha_g$$

( $\alpha_g$  به روش گفته شده بدست می آید)

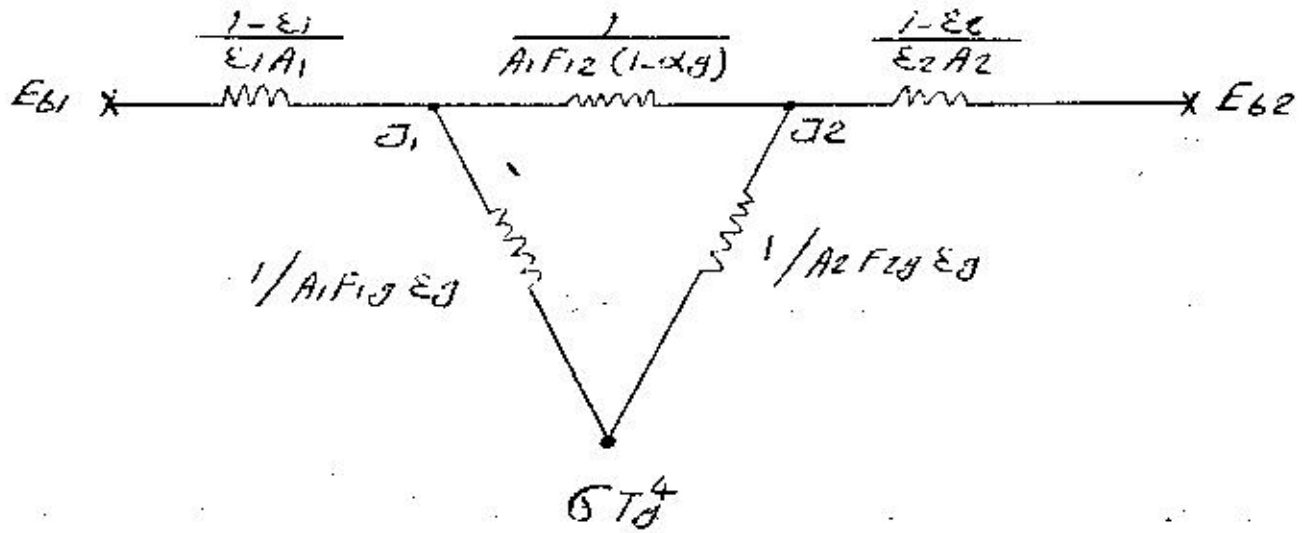
$$\begin{cases} G_2 A_2 = G \text{ مربوط به سطح ①} + G \text{ مربوط به گاز} \\ G_2 A_2 = F_{g2} \epsilon_g (T_g) A_g \sigma T_g^4 + \tilde{\epsilon}_g (T_1) A_1 \sigma T_1^4 A_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_1 = A_2 = A_g \\ F_{g1} = F_{g2} = F_{21} = F_{12} = 1 \end{cases}$$

در صفحات معانی :



\* اگر سطوح فرق خاکستری باشند از مدار زیر استفاده می شود :



**فرشاد سیرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و کالبدی  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 نظام مهندسی: ۱۵-۴-۵-۱۷۲۷۶  
 پروانه مهندسی: ۱۵-۴-۵-۵۲۸۱۵  
 شماره شهرسازی: ۱۵۴-۵۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

## جوشش و تقطیر

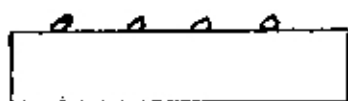
\* حالت خاصی از جابجائی است که در آن تغییر فاز معطرح است و در صنعت کاربردهای فراوانی دارد مانند کندانسور، دیگ بخار و ...

## تقطیر (Condensation)

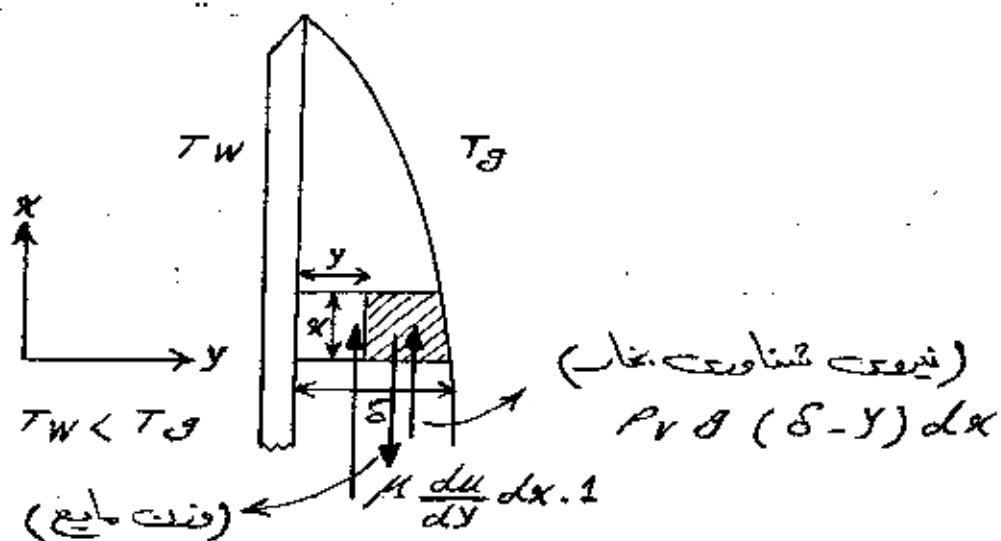
اگر بخار در معرض سطحی باشد که دمای آن کمتر از دمای اشباع بخار باشد ضمن انتقال حرارت بطریق جابجائی، بخار بر روی سطح تقطیر می شود.

(Film) لایه‌ای  
(dropwise) قطره‌ای

انواع تقطیر



## تقطیر آرام روی صفحه قائم



\* با فرض توزیع خطی دما در لایه مرزی

فشار مایع = نیروی شناوری + نیروی برشی

$$\mu \frac{du}{dy} dx + P_v g (\delta - y) dx = P_g (\delta - y) dx$$

\* از رابطه فوق مقدار  $\delta$  با اعمال شرط مرزی بدست می‌آید.  
پس از آن بر اساس موازنه انرژی بصورت زیر :

$$\Delta m h_{fg} = K dx \frac{T_g - T_W}{\delta}$$

مقدار  $\delta$  بدست می‌آید.

$$\delta = \left[ \frac{4 \mu x K (T_g - T_W)}{g h_{fg} P (P - P_v)} \right]^{1/4}$$

\* وبا خوشنویسی موازنه انرژی بصورت :

$$h_x dx (T_g - T_w) = K dx \frac{T_g - T_w}{\delta}$$

$$h_x = \frac{K}{\delta}$$

خواهیم داشت :

$$h_x = \left[ \frac{g h_{fg} K^3 P (P - P_v)}{4 \mu x (T_g - T_w)} \right]^{1/4}$$

$$\bar{h} = \frac{1}{L} \int_0^L h_x dx = \frac{4}{3} h_{x=L}$$

$$\bar{h} = 0.943 \left[ \frac{P (P - P_v) g h_{fg} K^3}{L \mu (T_g - T_w)} \right]^{1/4}$$

\* اگر دمای بخار اشباع نبوده و یا توزیع دما خطی نباشد در رابطه فوق بجای  $h_{fg}$  از  $h'_{fg}$  استفاده می شود :

$$\left\langle h'_{fg} = h_{fg} + 0.68 C (T_g - T_w) \right\rangle$$

← برای ویژه مایع

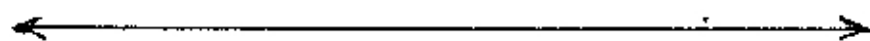
- \* رابطه فوقه برای استوانه های قائم کوتاه هم با شرط زیر کاربرد دارد :

$$Pr \geq 0.5$$

$$\frac{CT_f}{h_{fg}} \leq 1$$

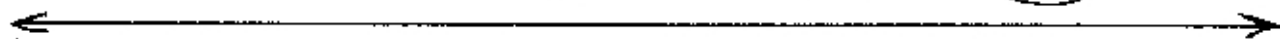
(بعد مشخصه  $L$ ) است

- \* خواص هم در دمای فیلم به جز  $h_{fg}$  در دمای اشباع (مثلاً در فشار اتمسفریک دمای اشباع آب  $100^\circ\text{C}$  است). تمام خواص مربوط به بخار اندیس  $(v)$  دارد و خواص مایع بدون اندیس است و یا اندیس  $(L)$  دارد.



- \* اگر در ضخامت لایه منی گسیختگی وجود داشته باشد ضریب جابجایی باید (20%) بیشتر در نظر گرفته شود :

$$\bar{h} = 1.13 \left[ \frac{P(P-P_v) g h_{fg} K^3}{L \mu (T_g - T_w)} \right]^{1/4}$$

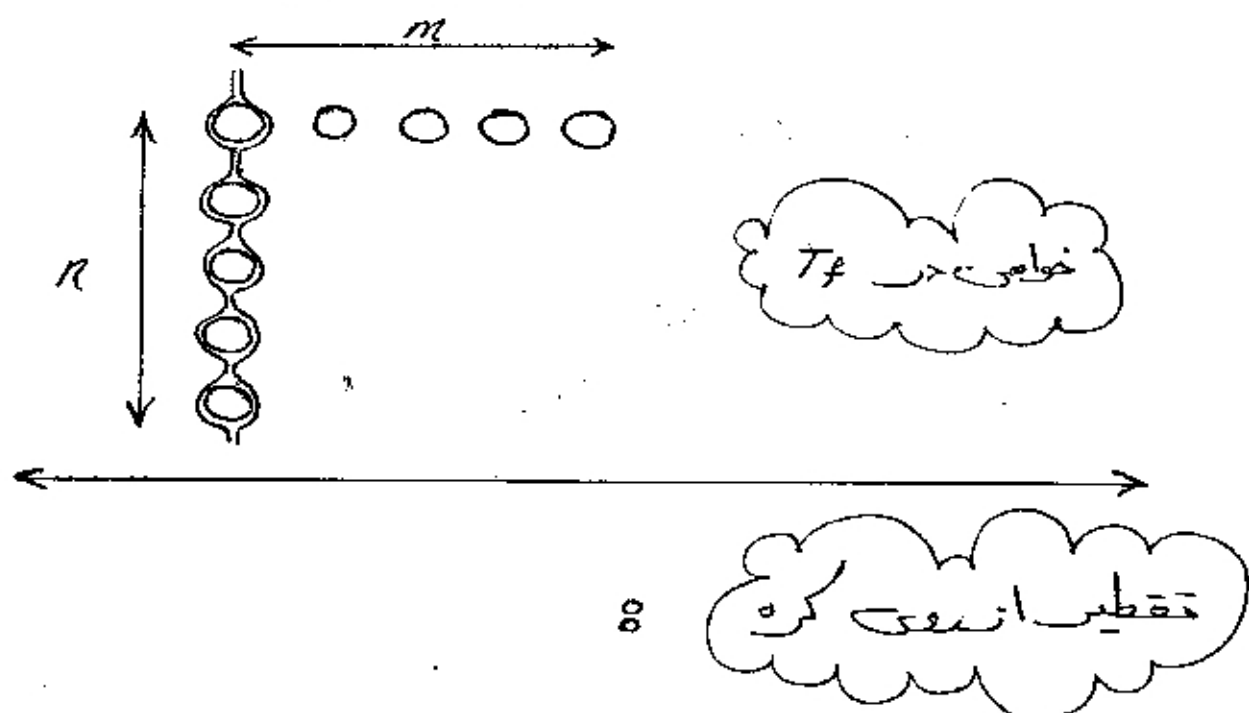


:

تعیین روی استوانه افقی :

$$\bar{h} = 0.725 \left[ \frac{P(P-P_v) g h_{fg} K^3}{\mu L (T_g - T_w)} \right]^{1/4}$$

\* اگر بجای یک لوله  $n$  لوله بالای یکدیگر واقع شده باشند در رابطه فوق بجای  $d$  ،  $nd$  قرار می گیرد:



$$\bar{h} = 1.13 \left[ \frac{\rho (P - P_v) g h_f g K^3}{L \mu (T_g - T_w)} \right]^{1/4}$$

\* اگر صفحه یا استوانه دارای زاویه  $\phi$  نسبت به افق باشد در رابطه فوق (صفحات و استوانه های قائم) بجای  $(g \sin \phi)$  استفاده می کنیم.

$$Re = \frac{\rho V D_H}{\mu} = \frac{4 \rho V A}{P \mu} = \frac{4 \dot{m}}{P \mu}$$

A - سطح مقطع جریان  
P - محیط تر شده



\* در مورد صفحات قائم و استوانه‌های قائم  $P$  در واقع عرض یا قطر صفحه است. در مورد لوله‌های افقی  $P = \pi d$  است. عدد  $Re$  بحرانی 1800 است.

$$\dot{q} = \dot{m} h_{fg} = \bar{h} A_s (T_g - T_w)$$

$$\dot{m} = \frac{\bar{h} A_s (T_g - T_w)}{h_{fg}}$$

→

$$Re = \frac{4 \bar{h} A_s (T_g - T_w)}{P \mu h_{fg}}$$

\* اگر دمای بخار بالاتر از دمای اشباع باشد باز هم می‌توان معادلات قبل را یک‌بار برده و بجای دمای بخار از همان دمای اشباع در فشار سیستم استفاده کرد.

←————→

تقطیر روی صفحه یا استوانه قائم طی جریان مغشوش :

$$\bar{h} = 0.0077 Re_L^{0.4} \left[ \frac{\kappa^3 P (P - P_v) g}{\mu^2} \right]^{1/3}$$

« Kirkbride »

## تقطیر لایه‌ای درون لوله‌های افقی

\* برای تقطیر مبردها در سرعت کم :

$$\bar{h} = 0.555 \left[ \frac{P(P-P_v) g K^3 h'_{fg}}{\mu_d (T_g - T_w)} \right]^{1/4}$$

در شرایط ورود به لوله  
انرژیابی می‌شود.

$$Re = \frac{d G_v}{\mu_v} < 35000$$

$$G = \frac{\dot{m}}{A} \quad \text{سرعت جرمی}$$

\* برای سرعت‌های بالاتر :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\bar{h} d}{K_f} = 0.026 Pr_f^{1/3} Re_m^{0.8} \quad (\text{mixture} - m) \\ Re_m = \frac{d}{\mu} \left[ G + G_v \left( \frac{P}{P_v} \right)^{1/2} \right] \\ Re_v > 20000 \\ Re_{\text{مایع}} = \frac{dG}{\mu} > 5000 \end{array} \right.$$

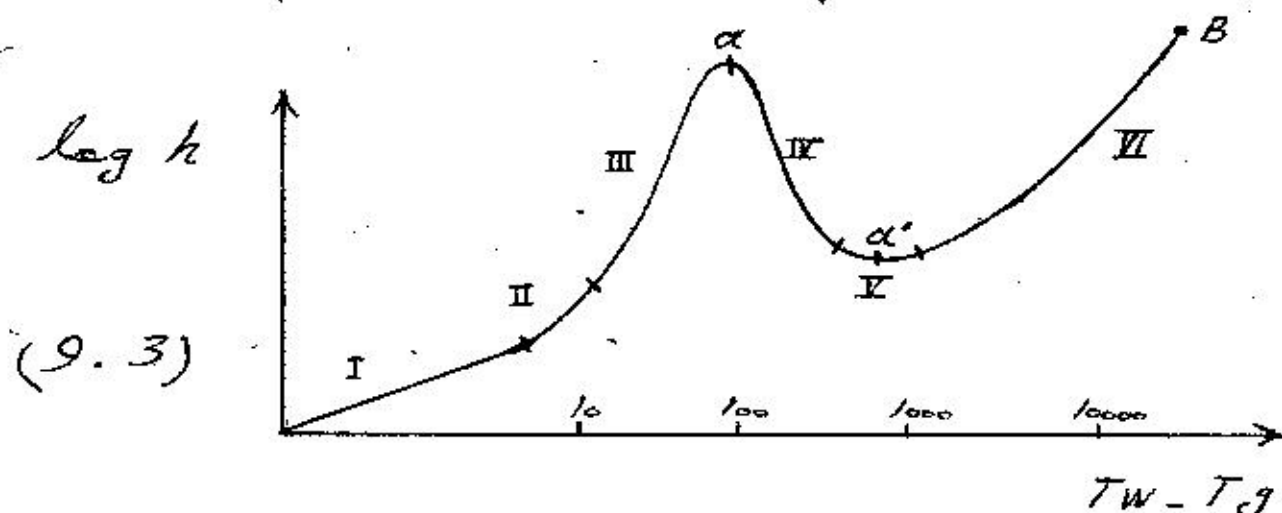
(در حفره‌ای حتی  $Re_m$  در دمای تبلیع مناسبه شود)

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و مکانیک  
 طراحی - نظارت - اجرا  
 نظام مهندسی: ۱۵۴-۵-۱۷۲۷۶  
 پروانه مهندسی: ۱۵۴۵۵-۵۲۸۱۵  
 شماره شهرسازی: ۱۵۴-۵۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
 دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

# جوشش Boiling

\* اگر دمای سطح بالاتر از دمای مایعی باشد که در تماس با آن است انتقال حرارت بطریق جوشش صورت می گیرد. اگر سطح مورد نظر کاملاً درون مایع باشد به آن جوشش استقراری (Pool Boiling) گویند.



- |       |                                                |
|-------|------------------------------------------------|
| (I)   | جایجائی طبیعی                                  |
| (II)  | جوشش هسته ای ناپایدار                          |
| (III) | جوشش هسته ای پایدار                            |
| (IV)  | جوشش لایه ای ناپایدار                          |
| (V)   | جوشش لایه ای پایدار                            |
| (VI)  | انتقال حرارت جایجائی به همراه تشعشع            |
| B     | نقطه سوختن و پارگی سطح گداخته (Burn out Point) |
- (Nucleate Boiling)
- (Film Boiling)

در خواص (II و III) : (رابطه Rohsenow)

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \mu h_{fg} \sqrt{\frac{g(P - P_v)}{g_c \delta}} \left[ \frac{c(T_w - T_{\text{saturate}})}{h_{fg} P_v^S C_{sf}} \right]^3$$

ثابت تناسب که در  
سیستم انگلیسی برابر  
- 32.17  $\frac{\text{ft} \cdot \text{lb}_m}{\text{lb}_f \cdot \text{s}^2}$   
است. در SI (1) است.

کشش سطحی  
جدول (9.1)  
برای آب.

ثابت تجربی از  
جدول (9.2)

مارک مخصوص مایع

آب :  $S = 1$

سایر مایعات :  $S = 1.7$

خواص در خواص : شار حرارتی ماکزیمم (نقطه  $\alpha$ )  
۱ شیب

$$\left(\frac{\dot{Q}}{A}\right)_{\text{max}} = (0.18) P_v h_{fg} \left[ \frac{\delta (P - P_v) g g_c}{P_v^2} \right]^{\frac{1}{4}} \left[ \frac{P_v}{P} + 1 \right]^{\frac{1}{2}}$$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
طراحی - نظارت - اجرا  
نظام مهندسی: ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶  
پروانه مهندسی: ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵  
شماره شهرسازی: ۱۵۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)



الف - لوله افقی :

$$\left\{ \begin{aligned} k &= h_c \left( \frac{h_c}{h} \right)^{1/3} + h_r \\ h_c &= 0.62 \left[ \frac{1}{D \mu_{VF} (T_W - T_{Sat.})} \left( \frac{K_{VF}^3 P_{VF} (P_L - P_{VF}) g (h_{fg} + 0.4 C_{pVF} \Delta T)}{D \mu_{VF} (T_W - T_{Sat.})} \right)^{1/4} \right] \\ h_r &= \frac{\sigma \epsilon (T_W^4 - T_{Sat.}^4)}{T_W - T_{Sat.}} \end{aligned} \right.$$

ک - ثابت استفان بولتزمن  
ع - ضریب نشر سطح تشعشع کننده  
دما برحسب درجه کلوین  
همه خواص جز  $(P_L)$  و  $(h_{fg})$  در دمای فیلم

« و یا »

$$\left| k = h_c + h_r \left[ \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{h_r}{h_c} \left( \frac{1}{2.62 + \frac{h_r}{h_c}} \right) \right] \right|$$

(خطا  $\pm 0.3\%$ )  $(0 < \frac{h_r}{h_c} < 10)$

« و یا »

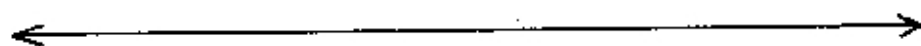
$$\left| k = h_c + \frac{3}{4} h_r \right|$$

(خطا  $\pm 5\%$ )  
( $\frac{h_r}{h_c} < 1$ )

(ب) لوله های قائم :

$$\begin{cases} h = 0.002 Re^{0.6} \left[ \frac{g P_v (P - P_v) K_v^3}{\mu_v} \right]^{1/3} \\ Re = \frac{4 \dot{m}}{\pi D \mu_v} \end{cases}$$

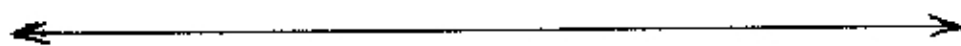
« خواص ه در های اشباع »



(ج) صفحه افقی : برای جوشش پتان ، تراکمید کربن ، بنزن و الکل اتیلک .

$$h = 0.425 \left[ \frac{K_v^3 P_v (P - P_v) g (h_{fg} + 0.4 C_p (T_w - T_{sat}))}{\mu_v (T_w - T_{sat}) \sqrt{\frac{C_p g_c}{g (P - P_v)}}} \right]^{1/4}$$

\* خواص ه در های اشباع ، کشش سطحی ، اندیس ل برای مایع و  $\gamma$  برای بخار است .

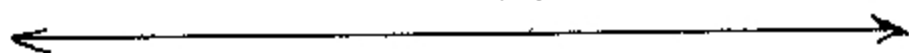


شماره ای مینیم (a') :



$$\left(\frac{\dot{Q}}{A}\right)_{min} = (0.09) P_{VF} h_{fg} \left[ \frac{g(P_L - P_{VF})}{P_L + P_{VF}} \right] \left[ \frac{g_c \delta}{g(P_L - P_{VF})} \right]^{\frac{1}{4}}$$

(خواص هر کدام در اندیس خودش بدست می‌آید)

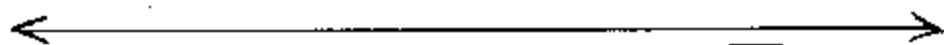


\* هنگامی که مایع از داخل کانالی عبور کرده و در همان موقع - در حال جوشش است :

$$\left(\frac{\dot{Q}}{A}\right)_{کل} = \left(\frac{\dot{Q}}{A}\right)_{جوشش} + \left(\frac{\dot{Q}}{A}\right)_{جابجایی اجباری}$$



$$Nu = 0.019 Re^{0.8} Pr^{0.4}$$



\* روابط ساده شده برای آب در جوشش

\*\* آب در اطراف یک سطح غوطه‌ور در فشار اتمسفریک - در سیستم (SI) :

| سطح   | $\frac{\dot{q}}{A} \left( \frac{KW}{m^2} \right)$ | $h \left( \frac{W}{m^2K} \right)$ |
|-------|---------------------------------------------------|-----------------------------------|
| افقی  | $\frac{\dot{q}}{A} < 16$                          | $1042 (\Delta T_K)^{1/3}$         |
| "     | $16 < \frac{\dot{q}}{A} < 240$                    | $5.56 (\Delta T_K)^3$             |
| عمودی | $\frac{\dot{q}}{A} < 3$                           | $537 (\Delta T_K)^{1/4}$          |
| "     | $3 < \frac{\dot{q}}{A} < 63$                      | $7.96 (\Delta T_K)^3$             |

\* تصحیح برای فشارهای غیر اتمسفریک :

$$h_p = h_i \left( \frac{p}{p_i} \right)^{0.4}$$

در فشار اتمسفریک

فشار غیر اتمسفریک



**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی

طراحی - نظارت - اجرا

۱۵۳۰۰-۱۷۲۷۶

نظام مهندسی

۱۵۳۰۰-۰۲۸۱۵

پروانه مهندسی

۱۵۳-۰۱۲۲۲

شماره شهرسازی

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی

دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

**R&D Department**

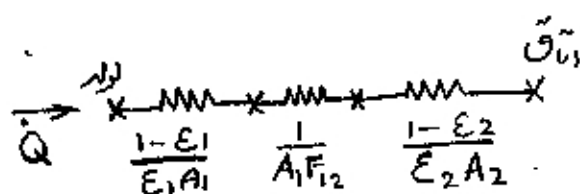


جزوه آموزشی  
درس انتقال حرارت (۱) و (۲)

# نمونه تمرینات و سوالات امتحانی

## درس انتقال حرارت

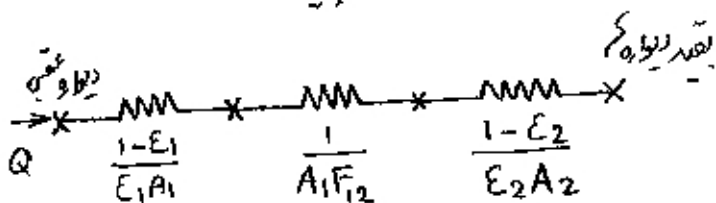
مسئله - لوله بلند که قطر 5 cm در اتاقی که دمای 27°C دارد عمودی کند و سطح لوله 1100°C با فرض اینکه ضریب نشر لوله 0.6 باشد (تلف حرارت از واحد طول لوله را بکار ببرید)   
 بکار ببرید   
 لوله در صورت در یک فضا  $F_{12} = 1$  استوانه



$$Q_2 = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-E_1}{E_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1-E_2}{E_2 A_2}} \Rightarrow Q_2 = \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-E_1}{E_1} + \frac{1}{F_{12}} + \frac{A_1}{A_2} \frac{1-E_2}{E_2}}$$

$$Q_2 = \frac{5.669 \times 10^{-8} [\pi (0.05)(1)] ((373)^4 - (300)^4)}{\frac{1-0.6}{0.6} + 1} \Rightarrow Q_2 = 60 \frac{W}{m}$$

مسئله (2) یک کوره الکتریکی مکعب شکل به ابعاد 0.3m وجود دارد بطوریکه دیواره عقبی آن در 300°C و بقیه دیواره که در 100°C میباشد تمام سطح شکستی را به ضریب نشر 0.8 فرض می‌کنند. حرارت خالص مبادله شده بین دیواره عقبی با سایر دیواره‌ها را بیابید.



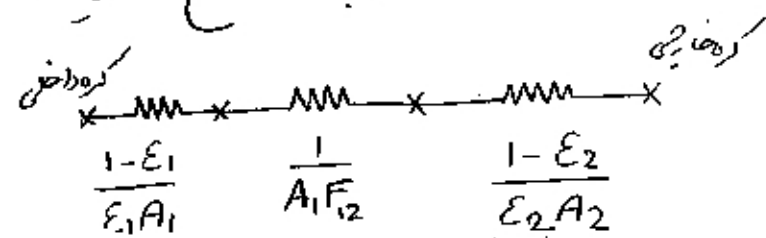
$$F_{12} = 1$$

$$Q_2 = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-E_1}{E_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1-E_2}{E_2 A_2}} \Rightarrow Q_2 = \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-E_1}{E_1} + \frac{1}{F_{12}} + \frac{A_1}{A_2} \frac{1-E_2}{E_2}}$$

$$Q_2 = \frac{5.669 \times 10^{-8} [(0.3)^2] (573^4 - 373^4)}{\frac{1-0.8}{0.8} + 1 + \frac{(0.3)^2}{5(0.3)^2} \left( \frac{1-0.8}{0.8} \right)} \Rightarrow Q_2 = 348 W$$

مثال (۳): دو کره هم مرکز به قطری 30 cm و 36 cm هموی اکسیرن مایع در کره داخلی بوده بطوریکه اکسیرن در  $-183^{\circ}\text{C}$  بجای می گردد. دمای کره خارجی  $20^{\circ}\text{C}$  بوده و فرض کنید که با حفظ کردن از خواص دیواره کره داخلی دمای آن در دمای اشباع اکسیرن میباشد.

اگر ضریب نشر بر دو کره 0.05 و دمای میان اکسیرن  $\frac{51.2 \text{ kcal}}{\text{kg}}$  باشد چه مقدار اکسیرن بجای خواهد شد. از روشهای دیگر انتقال حرارت بجز تشعشع مقرر کنید.



داخلی بخارجی  
مدب به فقر  $F_{12} = 1$

$$Q_2 = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\epsilon_1}{\epsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2 A_2}} \Rightarrow Q_2 = \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\epsilon_1}{\epsilon_1} + \frac{1}{F_{12}} + \frac{A_1}{A_2} \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2}}$$

$$Q_2 = \frac{4.9 \times 10^{-8} [4\pi (0.3)^2] (90^4 - 293^4)}{\frac{1-0.05}{0.05} + 1 + \frac{(0.3)^2}{(0.36)^2} \left( \frac{1-0.05}{0.05} \right)} \Rightarrow Q_2 = 0.21 \frac{\text{kcal}}{\text{hr}}$$

بدون در نظر گرفتن عداوت

$$Q_2 = \dot{m} h_{fg} \Rightarrow \dot{m} = \frac{0.21}{51.2} = 0.0041 \frac{\text{kg}}{\text{hr}}$$

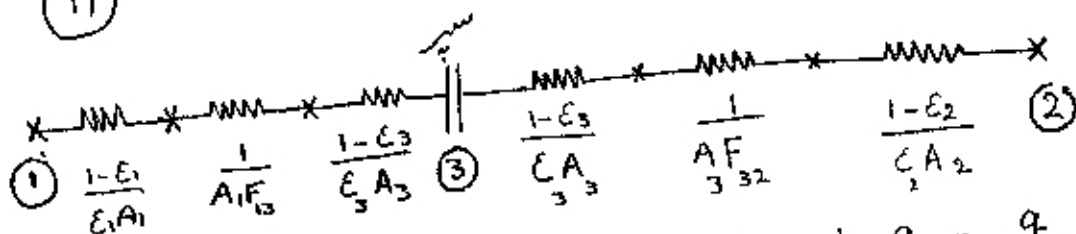
مثال (۴): تابستان 72: لوله ای به قطر خارجی  $D_1 = 3 \text{ cm}$  داخل یک سیال  $T_1 = 100 \text{ K}$  در دمای  $T_1 = 100 \text{ K}$

بوده و ضریب نشر لوله  $\epsilon_1 = 0.15$  است. سپر تشعشعی بقطر  $D_3 = 5 \text{ cm}$  و ضریب نشر  $\epsilon_3 = 0.05$  در دو طرف سطح آن لوله بطور هم محور با آن قرار گرفته و فضای بین آن دو خلا میباشد. سطح خارجی سپر تشعشعی در دمای محیطی است که جسم سیاه محسوب شده و به دمای  $T_2 = 300 \text{ K}$  است. بطوریکه:

(الف) دمای سپر تشعشعی  
(ب) درصد کاهش در تلفات حرارتی در هنگام وجود سپر  
نسبت به حالت بدون سپر از سایر اشکال انتقال حرارت  
بجز تشعشع مقرر کنید.

(11)

حل مسئله (ف):

در حالت تعادل:  $q_3 = q_2 = q_1$ 

$$\frac{\sigma(T_1^4 - T_3^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{13}} + \frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3 A_3}} = \frac{\sigma(T_3^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3 A_3} + \frac{1}{A_3 F_{32}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}$$

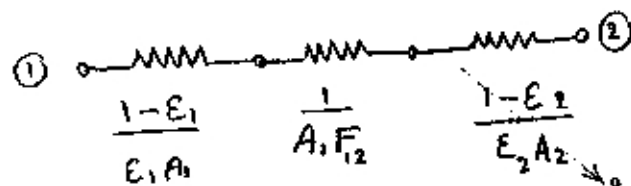


$$F_{13} = 1$$

$$F_{32} = 1$$

$$= \frac{100^4 - T_3^4}{\frac{1-0.15}{0.15(\pi)(0.03)(1)} + \frac{1}{\pi(0.03)(1)(1)} + \frac{1-0.05}{0.05(\pi)(0.08)}} \Rightarrow T_3 = 265^\circ \text{K}$$

$$= \frac{100^4 - 300^4}{\frac{1-0.05}{0.05(\pi)(0.05)} + \frac{1}{\pi(0.05)(1)}}$$

در حالت تعادل:  $q_3 = q_2 = q_1$ 

$$q_3 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_3^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{13}} + \frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3 A_3}} \Rightarrow q_3 = \frac{5.669 \times 10^{-8} (100^4 - 265^4)}{191.69} \Rightarrow q_3 = 1.432 \text{ W/m}^2$$

$$q_2 = \frac{\sigma(100^4 - 300^4)}{\frac{1-0.15}{0.15(\pi)(0.03)(1)} + \frac{1}{\pi(0.03)(1)(1)}} \Rightarrow q_2 = 6.41 \text{ W/m}^2$$

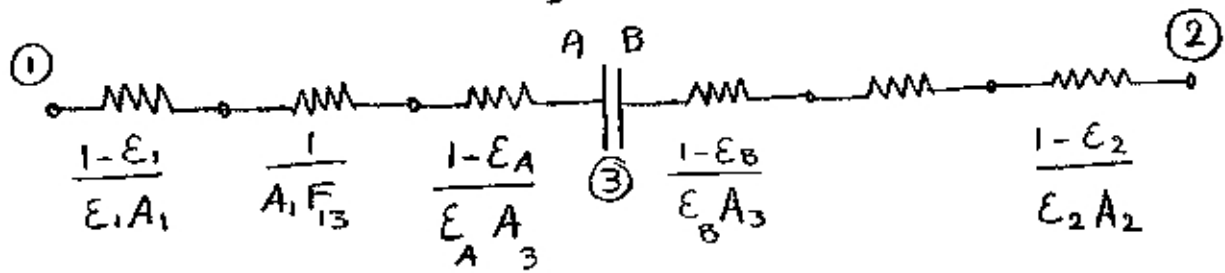
$$\% \text{ کاهش} = \frac{q_{\text{بدون}} - q_{\text{پس}}}{q_{\text{بدون}}} = 77.8\%$$



سؤال (۵): دو صفحه موازی بزرگ ① و ② به ترتیب دارای ضرایب نشر ۰.۵ و ۰.۸ در دو

طرف مقابل هم بوده و در دماهای  $300^\circ\text{C}$  و  $100^\circ\text{C}$  نگاه داشته می شوند. صفحه نسبی که ضرایب نشر در دو وجه A و B آن ناشناخته است طاعت بین

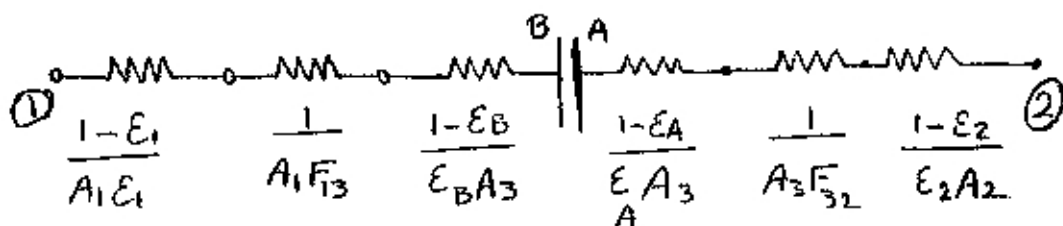
آن دو قرار می گیرد وقتی طرف A به نسبی جسم ① است صفحه سوم به دمای تعادل  $287^\circ\text{C}$  رسیده و وقتی وجه B آن بطرف صفحه ① است دمای تعادل آن صفحه به  $140^\circ\text{C}$  میرسد ضرایب نشر طرفین A و B را حساب کنید.



$${}_1q_3 = {}_2q_3$$

$$q_3 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_3^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{13}} + \frac{1-\varepsilon_A}{\varepsilon_A A_3}} = \frac{\sigma(T_3^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_B}{\varepsilon_B A_3} + \frac{1}{A_3 F_{32}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}$$

$$\begin{aligned} F_{13} = F_{32} = 1 \\ A_1 = A_2 = A_3 \end{aligned} \Rightarrow \frac{573^4 - 560^4}{\frac{1-0.5}{0.5} + 1 + \frac{1-\varepsilon_A}{\varepsilon_A}} = \frac{560^4 - 373^4}{\frac{1-\varepsilon_B}{\varepsilon_B} + 1 + \frac{1-0.8}{0.8}}$$



$$q_3 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_3^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{13}} + \frac{1-\varepsilon_B}{\varepsilon_B A_3}} = \frac{\sigma(T_3^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_A}{\varepsilon_A A_3} + \frac{1}{A_3 F_{32}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}$$

$$\frac{573^4 - 413^4}{\frac{1-0.5}{0.5} + 1 + \frac{1-\epsilon_B}{\epsilon_B}} = \frac{413^4 - 373^4}{\frac{1-\epsilon_A}{\epsilon_A} + 1 + \frac{1-0.8}{0.8}} \Rightarrow \begin{cases} \epsilon_A = 0.916 \\ \epsilon_B = 0.102 \end{cases}$$

جسمی که ضریب نشر کم، ضریب انعکاس بالا داشته باشد، گریز مایع خوب است.  $\epsilon + \rho = 1$

مثال (۴): گازهای خروجی حاصل از احتراق در  $2500^\circ R$  حاوی  $CO_2$  در فشار جزئی  $0.008 \text{ atm}$  و بخار آب در فشار جزئی  $0.16 \text{ atm}$  بوده و فشار مطلق آن  $2 \text{ atm}$  است. دیگر اجزای مخلوط شامل  $O_2$ ،  $N_2$  می باشد. ضریب نشر مخلوط گاز برای یافتن درجه اشباع طولی نقطه  $3 F+$  تعیین کنید.

شکل 8-34 تا 8-38 برای گازها در پیرامون

$$\epsilon = \epsilon_c C_c + \epsilon_w C_w - \Delta \epsilon \quad \text{① وجود } CO_2 \text{ و } H_2O$$

$\downarrow$  ضریب تصحیح برای گازها  
 $\downarrow$  برای  $CO_2$   
 $\downarrow$  برای آب  
 $\downarrow$  تصحیح جهت وجود  $CO_2$  و  $H_2O$

جدول شکل 8-2 ← طول متوسط اشعه است

$$L = 0.95 D$$

$$= 0.95 (3)$$

$$L = 2.85 F+$$

$$P_c L = (0.008)(2.85) = 0.228$$

شکل 8-34 ← اشعه جهت  $CO_2$   
رفع اشغال

$$T_g = 2500^\circ R \xrightarrow{8-34} \epsilon_c = 0.085$$

$$\left| \begin{array}{l} \text{تصحیح برای فشار} \\ \text{طول غیر اشباع} \end{array} \right| P_t = 2 \text{ atm} \xrightarrow{8-36} C_c = 1.2$$

$$P_c L = 0.228$$

$$P_w L = (0.16)(2.85) = 0.456$$

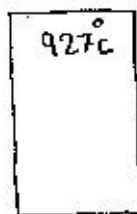
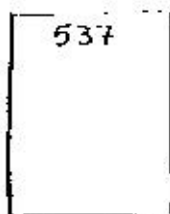
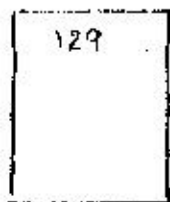
$$8-35 \rightarrow \underline{C_w = 0.115}$$

$$T_g = 2500^\circ K$$

$$\frac{P_w + P_c}{2} = 1.08$$

$$8-37 \rightarrow \underline{C_w = 1.5}$$

$$P_w L = 0.456$$



\*

$$\frac{P_w}{P_c + P_w} = 0.67$$

$$8-38 \rightarrow \underline{\Delta C = 0.015}$$

$$P_c L + P_w L = 0.684$$

در رابطه ① داریم:

$$C = (1.2)(0.085) + 1.5(0.115) - 0.015$$

$$\Rightarrow \underline{C = 0.26}$$

انتقال حرارت بین دیواره ردکش و گاز (تشنه) چقدر است.

حرارت خدب شده - انرژی داده شده = حرارت مبادله شده

$$\frac{q}{A} = \epsilon_g (T_g)^4 - \alpha_g (T_w)^4$$

← ضریب جذب دیواره

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات و مکانیک  
طراحی - نظارت - اجرا  
نظام مهندسی: ۱۰۴-۰-۱۷۲۷۶  
پروانه مهندسی: ۱۰۴-۰-۰۲۸۱۵  
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

مسئله (۷): بخار استیاع و دفعه ۱ روی صفحه شیشه‌ای به ارتفاع  $100\text{ cm}$  تقطیر می‌گردد و دمای صفحه  $80^\circ\text{C}$

است و طول است: ۱/ ضخامت لایه مزی در سطح  $50\text{ cm}$

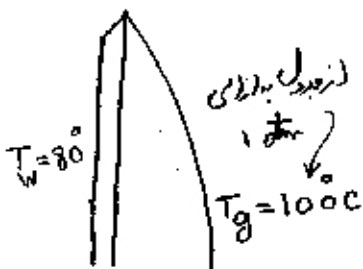
۲/ فزیب  $\rho$  جایی در سطح  $50\text{ cm}$

۳/ فزیب جایی متوسط

۴/ دی بخار تقطیر شده بر روی صفحه

۵/ فزیب جایی متوسط در حاشیه صفحه  $60^\circ$  نفت به جایی تمام خواص

\* جدول ترمودینامیکی (جدول بخار آب)



$$\Rightarrow T_f = \frac{100 + 80}{2} = 90^\circ$$

آیا جریان آرام است یا نه؟  
فرض می‌کنیم جریان آرام است

خواص مایع استیاع

|                              |                              |                                                  |
|------------------------------|------------------------------|--------------------------------------------------|
| در دمای $T_f$                | $\mu = 3.186 \times 10^{-4}$ | $\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$      |
|                              | $\rho = 965.3$               | $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$                   |
|                              | $\rho_v = 0.4235$            | $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$                   |
|                              | $k = 0.676$                  | $\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$ |
| $100^\circ\text{C}$ در $T_g$ | $h = 2257$                   | $\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$                    |

$$\delta = \left[ \frac{4 \mu k (T_g - T_w) x}{g h_{fg} \rho (\rho - \rho_v)} \right]^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \delta = \left[ \frac{4 (3.186 \times 10^{-4}) (0.676) (100 - 80) (0.5)}{9.8 (2257 \times 10^3) (965.3 - 0.423)} \right]^{\frac{1}{4}}$$

$$\delta = 1.43 \times 10^{-4} \text{ m} \Rightarrow \delta = 0.143 \text{ mm}$$

$$h_{x=50} = \frac{k}{\delta} = \frac{0.676}{1.43 \times 10^{-4}} = 4730 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$\bar{h} = 0.943 \left[ \frac{k^3 h_{fg} g P (P - P_v)}{\mu L (T_g - T_w)} \right]^{1/4}$$

$$L = 1 \text{ m} \Rightarrow \bar{h} = 5300 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} = h (T_g - T_w) = 5300 (100 - 80) = 106000 \text{ W}$$

در سطح 1 m<sup>2</sup>

$$\dot{q} = \dot{m} h_{fg} \Rightarrow \dot{m} = \frac{\dot{q}}{h_{fg}} = \frac{106000}{2257 \times 10^3} = 0.047 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

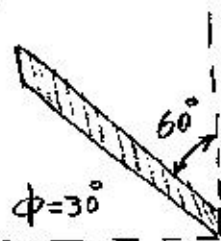
$$Re = \frac{4 \dot{m}}{P \mu} = \frac{4 (0.047)}{(1) (3.186 \times 10^{-4})} \Rightarrow P = W = 1 \rightarrow Re = 589$$

پس فرض آرام صحیح است.

$$\bar{h} = 0.943 \left[ \frac{k^3 h_{fg} g P (P - P_v) \sin 30^\circ}{\mu L (T_g - T_w)} \right]^{1/4}$$

$$L = 1 \text{ m}$$

زاویه  $\phi = 30^\circ$  نسبت به افق

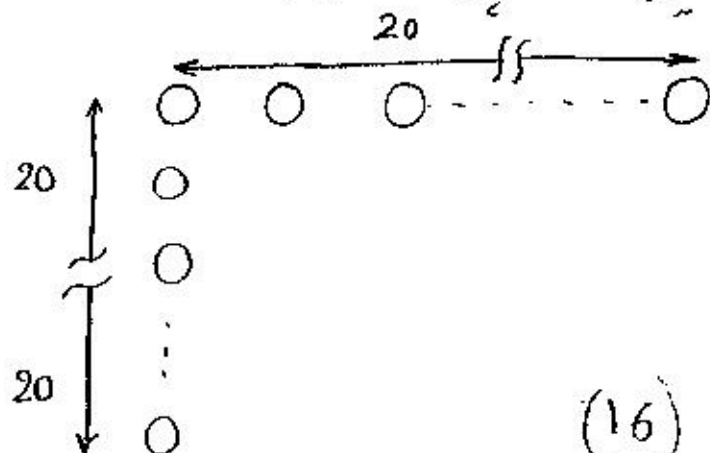


$$\Rightarrow \bar{h}_{\phi=30^\circ} = 4457 \text{ یعنی } h = 5300 \times (\sin 30^\circ)^{1/4} = 4457$$

مثال (۸): از یک آرایش مربعی 400 لوله به قطر  $\frac{1}{4}$  اینچ بخار در فشار اتمسفر

استفاده می‌گردد. در اثر جریان خفک‌کننده‌ای از داخل لوله‌های دیواره آنها در

88°C ثابت می‌ماند. مقدار بخار تقطیر شده در هر ساعت از واحد طول لوله را حساب کنید.



**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
طراحی - نظارت - اجرا  
تلفن: ۱۵۴۰۰۱۷۲۷۶  
پروانه مهندسی: ۱۵۴۰۰۰۲۸۱۵  
شماره شهرسازی: ۱۵۴۰۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی  
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$T_f = \frac{100 + 86}{2} = 94^\circ\text{C}$$

خواص آب در  $94^\circ\text{C}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho = 963.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ p_v \approx 0 \\ \mu = 3.06 \times 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \\ k = 0.678 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}} \end{array} \right.$$

$$100^\circ\text{C} \rightarrow h_{fg} = 2255 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

بافتن آب برون :

$$\bar{h} = 0.943 \left[ \frac{k^3 h_{fg} \rho (P - P_v)}{\mu (md) (T_g - T_w)} \right]^{1/4}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d = \frac{1}{4}'' = 0.0127 \text{ m} \\ n = 20 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \bar{h} = 6597.4 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$\frac{Q}{L} = h \left( \frac{A}{L} \right) (T_g - T_w) = h (n^2 \pi d) (T_g - T_w)$$

$$\frac{Q}{L} = 1263.5 \frac{\text{KW}}{\text{m}}$$

$$\frac{Q}{L} = \frac{\dot{m} h_{fg}}{L} \Rightarrow \frac{\dot{m}}{\text{L}} = \frac{1263.5}{2255 \times 10^3} \times 3600 = 2017 \frac{\text{g}}{\text{hr}}$$

\* فرمول  $\dot{Q} = \bar{h} A (T_g - T_w)$  را محاسبه  $A$  باید که اولاً در حالت جریع یعنی اگر  $(m \times n)$  تا لوله داشت باشد :

$$A = (m \times n) \pi D L$$



9-11 (امتیاز 9): مکث لوله غیر عایق حاوی آب سرد  $2^\circ\text{C}$  از داخل فضای گرم و مرطوب بدی که هوای  $35^\circ\text{C}$  و رطوبت نسبی  $80\%$  در داخل مکث حاواند میگذرد اگر قطر لوله

$5\text{ cm}$  و طول آن  $7.5\text{ m}$  باشد مقدار بخار تبخیر شده بر روی لوله را حساب کنید در این رابطه فرض کنید که لوله در معرض بخار اشباعی در فشار  $1\text{ atm}$  موجود در هوا است.

$$\phi = \frac{P_v}{P_g} \rightarrow P_v = \phi P_g = 0.8(5.628) = 4.5\text{ kPa}$$

سپس دمای بخار اشباع در  $4.5\text{ kPa}$  ( $T_g$ ) از جدول آب بدست آمده  
 دماوی را در دمای فیلم  $T_f = \frac{T_g + 2^\circ}{2}$  حساب کرده و مطابق جدول قبل  
 برای  $n=1$  محاسبه می کنیم.

و مثال 9-17 هون حل کرد \*

مثال (9): مکث  $1\text{ cm}$  مسی قطر  $2\text{ cm}$  بطور افقی درون آب  $68^\circ\text{F}$  در فشار اتمسفر قرار

دارد دمای مس  $300^\circ\text{F}$  است انتقال حرارت به اندازه  $1\text{ W}$  در هر طول مس چهقدر است.  
 اشاره به جوشش کرده است.

$$\Delta T = T_w - T_{\text{sat}} = 300 - 212 = 88^\circ\text{F}$$

منتهی کتاب جهت  $1\text{ cm}$  مسی به این منتهی که برای منتهی جوشش هستیم منتهی  $1\text{ cm}$  درجه  $III$  و  $IV$  می افتد در جوشش هسته ای هستیم.

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \mu h_{fg} \sqrt{\frac{g(P - P_v)}{g_c \sigma}} \left[ \frac{c(T_w - T_{\text{sat}})}{h_{fg} Pr^S C_{SF}} \right]^3$$

خواص در دمای اشباع حبت این فرمول  $212^\circ\text{F}$

$$h_{fg} = 970.4 \frac{\text{Btu}}{\text{lbm}}$$

$$P = 59.97 \frac{\text{Btu}}{\text{ft}^3}$$

$$v = 0.0373$$

$$\mu = 0.682 \frac{\text{lbm}}{\text{ft} \cdot \text{hr}}$$

$$Pr = 1.74$$

$$C = 1.007 \frac{\text{Btu}}{\text{lbm} \cdot ^\circ\text{F}}$$

$$\sigma = 0.004$$

$$C_{SF} = 0.013$$

$$g_c = g = 32.2$$

$$S = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{Q}}{A} = 1.666 \times 10^6 \frac{\text{Btu}}{\text{hr}}$$

حبت اشباع تخمین فوق مقدار  $\frac{\dot{Q}}{A}$  یا  $\frac{\dot{Q}}{A}$  ماکزیم مقایسه

میکنیم در صورت بزرگتر شدن  $\frac{\dot{Q}}{A}$  نسبت به مقدار ماکزیم

حس با اشتباه است و ما باید از رابطه جوشش لایه ای استفاده کنیم.

$$\left(\frac{\dot{Q}}{A}\right)_{\max} = 0.18 P_v h_{fg} \left[ \frac{\sigma (P - P_v) g g_c}{P_v^2} \right]^{\frac{1}{4}} \left[ 1 + \frac{P_v}{P} \right]^{\frac{1}{2}}$$

خواص در دمای اشباع

$$\left(\frac{\dot{Q}}{A}\right)_{\max} = 4.82 \times 10^5 \frac{\text{Btu}}{\text{hr} \cdot \text{ft}^2}$$

پس حبت با خط است و در نهایت جوشش لایه ای هستیم در رابطه جوشش لایه ای خواص باید در دمای فیلم ماکزیم.

$$T_F = \frac{212 + 300}{2} = 256^\circ\text{F}$$

$$h_{fg} = 970.4 \frac{\text{Btu}}{\text{lbm}}$$

$$k_{vf} = 0.015 \frac{\text{Btu}}{\text{hr} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}}$$

$$P = 59.97 \frac{\text{Btu}}{\text{ft}^3}$$

$$P_{vf} = 0.0348 \frac{\text{lbm}}{\text{ft}^3}$$

$$\mu_{vf} = 8.98 \times 10^{-6} \frac{\text{lbm}}{\text{ft} \cdot \text{hr}}$$

$$C_{P_{vf}} = 0.482 \frac{\text{Btu}}{\text{lbm} \cdot ^\circ\text{F}} \rightarrow$$

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
طراحی - نظارت - اجرا  
نقلمهندسی: ۱۰۴-۰-۱۷۲۷۶  
پروانه مهندسی: ۱۰۴-۰-۰۲۸۱۵  
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر گورش امیراصلانی  
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

(۱۴)

$$h_c = 0.62 \left[ \frac{(k_{vf} \rho_{vf} (P - P_{vf}) g (h_{fg} + 0.4 C_{p_{vf}} (T_w - T_{sat})) \times (3600)^2)}{D \cdot M_{vf} (T_w - T_{sat.})} \right]^{\frac{2}{12}}$$

فوت  $\frac{2}{12}$  ←

$$h_c = 30.84 \frac{\text{Btu}}{\text{s-ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}}$$

$$h_r = \frac{\sigma \epsilon (T_w^4 - T_{sat}^4)}{T_w - T_{sat}} = 0.0581 \frac{\text{Btu}}{\text{s-ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}}$$

$$^\circ\text{F} + 460 = ^\circ\text{R}$$

$$T_w = 760^\circ\text{F}$$

$$T_{sat.} = 672$$

چون  $h_r$  کوچک است و آن صرف نظر می کنیم.

$$h_c \approx h$$

$$\frac{q}{L} = h \left( \frac{A}{L} \right) \Delta T = h (\pi d) (T_w - T_{sat.})$$

$$= 1422 \frac{\text{Btu}}{\text{s-ft}}$$

**فرشاد سرایی** - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی  
طراحی - نظارت - اجرا  
نقلمهندسی: ۱۰۴-۰-۱۷۲۷۶  
پروانه مهندسی: ۱۰۴۰۰-۰۲۸۱۵  
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی  
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)