

«نباک او نه نیاست»

تذکر:

در بعضی از مطالب این جزوه ممکن است اشکالات و نواقص وجود داشته باشد

لازم به ذکر است این اشکالات و نواقص مربوط به نویسنده / این جزوه

آن مطالب (دکتر حاج موسی) ندارد (اسمیل برست) می باشد هیچ ربطی به گوینده

در صورت مشاهده هرگونه اشکال اقمالی آنرا از طریق ایمیل زیر به ما اطلاع دهید تا به طرف گردد

E-mail:

ibm_ruby@yahoo.com

Weblog:

mec20.blogfa.com

site:

Sames.ir

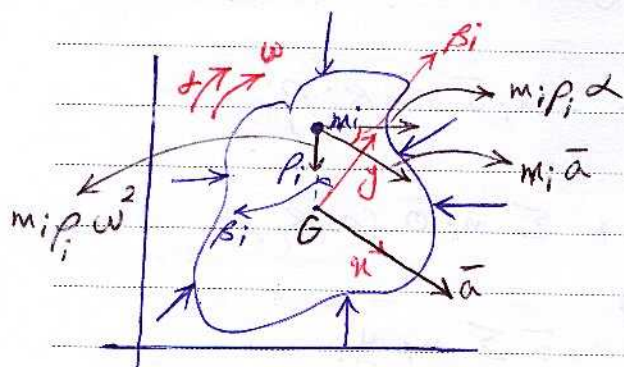
دانشگاه تهران
موسسه تخصصی
مکانیک

این جزوه مربوط به فصل اول
سال تحصیلی ۸۹-۱۳۸۸ می باشد

Dr. Hajmusa

«سینتیک اجسام صلب»

سینتیک اجسام صلب درونی:



G مرکز جرم جسم صلب است

ذره نقطه‌ای $m \sim$ نامدار P از G در تفرقه گیریم و داریم:

$$a_i = \bar{a} + \underbrace{\omega \times (\omega \times r)}_{P_i \omega^2} + \underbrace{\dot{\omega} \times r}_{P_i \dot{\omega}}$$

حال اگر بخواهیم بدانیم نیروی وارد بر ذره را نشان دهیم می‌توانیم در قالب ۳ مؤلفه نشان دهیم

برای ذره i

$$\vec{F}_i = m_i \vec{r}_i \ddot{\alpha} + m_i \bar{a} + m_i \vec{r}_i \omega^2$$

برای کلیه ذرات

$$\sum \vec{F}_i = \sum m_i \vec{r}_i \ddot{\alpha} + \sum m_i \bar{a} + \sum m_i \vec{r}_i \omega^2$$

$$\sum \vec{F} = \ddot{\alpha} \sum m_i \vec{r}_i + \bar{a} \sum m_i + \omega^2 \sum m_i \vec{r}_i$$

$$\sum m_i \vec{r}_i = m \bar{r} = 0$$

$\bar{r}$: نامدار مرکز جرم تا مبدأ مختصات است

P4PCO

$$\Rightarrow \sum \vec{F} = m \bar{a}$$

Subject:

Year:

Month:

2)

Date:



$$I_0 = \frac{1}{12} ML^2 \Rightarrow I_C = \frac{1}{3} ML^2$$

$$I_0 = \frac{1}{2} MR^2$$

همان اینرسی اجسام مختلف: $I_0 = \frac{1}{12} ML^2 \Rightarrow I_C = \frac{1}{3} ML^2$
 جسم صلب، حرکتش، شتاب خودش را دارد اما شتاب کارها، شتاب مرکز جرم است.

علامت بار (-)، منته را منسوب به مرکز جرم می‌کند *

 $\bar{m}_i$

گشتاور وارده بر ذره i حول مرکز جرم

$$\bar{m}_i = \sum \bar{m}_i = m_i \rho_i^2 \alpha + m_i \bar{a} \cos \beta_i \rho_i$$

$$\sum \bar{m}_i = \sum m_i \rho_i^2 \alpha + \sum m_i \bar{a} \cos \beta_i \rho_i$$

$$\sum \bar{m} = \alpha \sum m_i \rho_i^2 + \bar{a} \sum m_i y_i$$

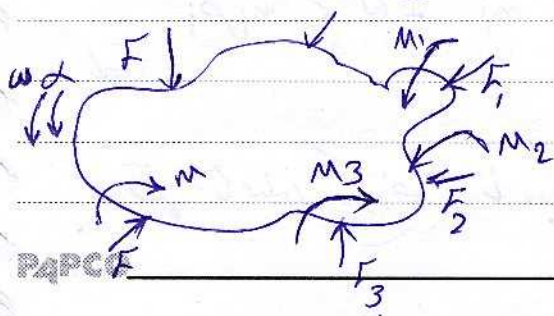
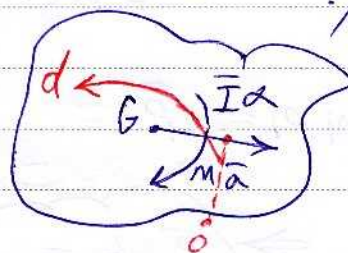
$$\sum m_i \rho_i^2 = \bar{I}, \quad \sum m_i y_i = m \bar{y} = 0$$

داریم:

$$\sum \bar{m} = \bar{I} \alpha$$

$\bar{I}$: همان اینرسی (گشتاور لختی) مرکز جرم است و
 مقاومت جسم در برابر تغییر سرعت زاویه‌ای را همان اینرسی گویند

گشتاور گیر را حول مرکز جرم است و این برابر با محدودیت ایجاد می‌کند
 ابعاد داریم:


 $\equiv$


3) شکل هندسی $\Rightarrow \bar{I} = m \times \bar{k}^2$

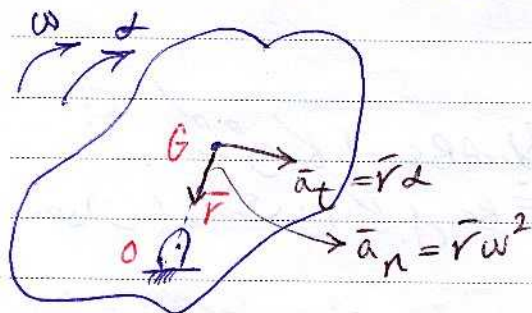
$\bar{k}$: شعاع گیراسیون

$\Rightarrow \sum M_o = \pm \bar{I} \alpha \pm m \bar{a} d$

که محدودیت گشتاور گیر حول نقطه خاص (مركز صير) از بين رفت !!

حالت داریم:
 1) برای جسم صلبی که نیاز انتقال دارد:
 $\sum \bar{M} = 0$, $\sum M_o = m \bar{a} d$

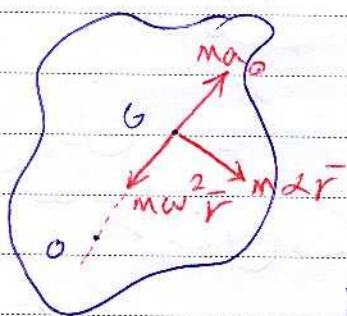
2) جسم صلبی که دارای مرکز دایره‌ای دوران است (نقطه‌ای 0، شتاب ندارد)



$\sum F = m \bar{a}$
 $\sum F_t = m \bar{a}_t = m \bar{r} \alpha$
 $\sum F_n = m \bar{a}_n = m \bar{r} \omega^2$

$\sum M_o = \bar{I} \alpha + m \bar{r}^2 \alpha$

$\Rightarrow \sum M_o = \alpha (\bar{I} + m \bar{r}^2) = I_o \alpha$
 نسبت



3) اگر نقطه‌ای روی جسم صلب داشته باشیم که شتابش صفر نباشد:
 شتابش از مرکز صير بگردد داریم:

$\bar{a} = a_o + \omega \times (\omega \times r) + \dot{\omega} \times r$

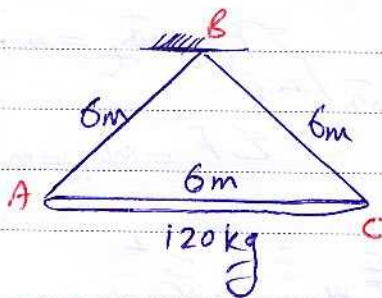
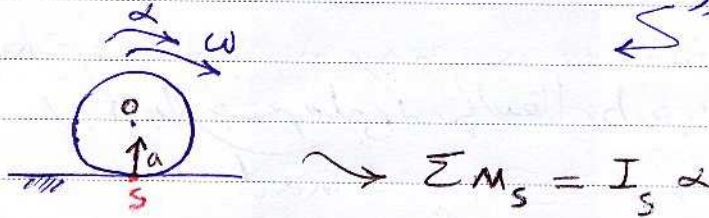
$\Rightarrow \sum M_o = \bar{I} \alpha + m \alpha \bar{r}^2 = \alpha (\bar{I} + m \bar{r}^2) = I_o \alpha$

Subject :

Year . Month . Date . ()

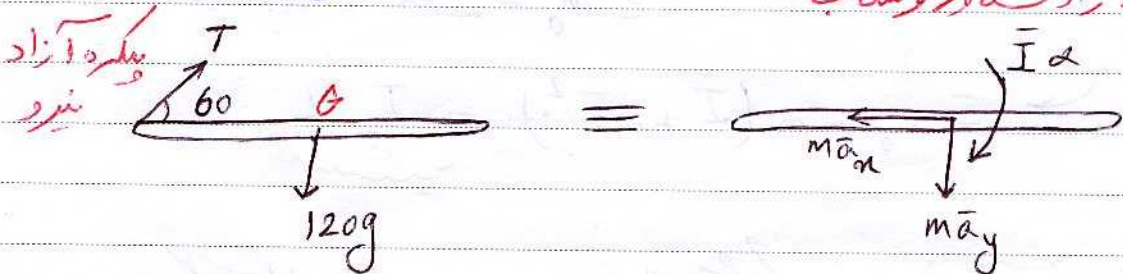
برابر حالت معوم می توان شالی آورد:

اگر دیسک بالایی (مرکز جرم و مرکز هندسی یکی هستند) داشته باشیم که در سطح غلتش دارد



نمال: کشش کابل AB و BC با هم برابر
چون بار به شدن کابل BC

یکباره آزاد گشته و شتاب



چون سیر حرکت مرکز جرم رافعی داریم، این قدر محمول واسه ما به وجود

آمد که چون سیر حرکت A را می دانیم (دلبره از مرکز A شعاع 6m)

با تدار دادن دستگاه در A و بررسی شتاب مرکز جرم داریم، دستگاه را به AC جوش می دهیم.

Subject:

Year: Month: Date: ()

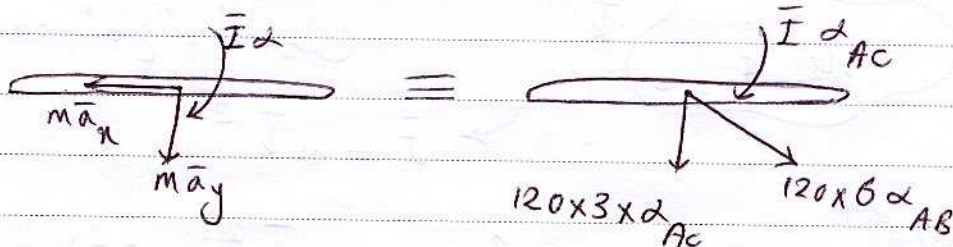
$$\bar{a} = a_A + \omega \times (\omega \times r) + \dot{\omega} \times r$$



$$\bar{a} = a_{A_n} + a_{A_t} + \omega_{AC} \times (\omega_{AC} \times r_{AG}) + \dot{\omega}_{AC} \times r_{AG}$$

چون در صورت کلی: بلافاصله قبل قند است $\Rightarrow$ تنگ در لینک AB و AC
 $\propto$ ایجاد شده است و فرضیت نکرده که ω یکا دارند!!

$$\bar{a} = a_{A_t} + \dot{\omega}_{AC} \times r_{AG}$$



سیر حرکت A مشخص است زیرا:

if: کابل تحت کشش باشد
 سیر حرکت مشخص است

else;

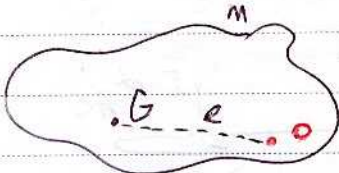
کابل تحت فشار باشد
 T منفی است و سیر حرکت نامشخص است.

اما: ما فرض را بر تحت کشش بودن کابل و $\Rightarrow$ مشخص بودن سیر حرکت می‌گذاریم.

3 متر و 3 مجهول $\leftarrow$ مجهول را سعی می‌ایم
در پیدا کردن یکنواخت، همان انرژی حول مرکزش برابر است با $\frac{1}{12} m L^2$
L از طول میله است

همچنین، همان انرژی میله یکنواخت حول نقطه ابتدایی $= \frac{1}{3} m L^2$

در دایک یکنواخت، همان انرژی حول مرکز برابر است با $\frac{1}{2} m r^2$
r شعاع دایک است

همچنین: k : شعاع ژیراسیون

 $\bar{I} = m \bar{k}^2$

همچنین
$$I_o = \bar{I} + m e^2 = m (\bar{k}^2 + e^2)$$

حال اگر به جای $\bar{k}$ ، k_o را استفاده می‌کنیم $\leftarrow$
 $I_o = m k_o^2$

حال به ادامه مثال می‌پردازیم:

$$\sum \bar{M} = \bar{I} \alpha \Rightarrow -T \sin 60 \times 3 = \frac{1}{12} \times 120 \times 6^2 \times \alpha_{AC}$$

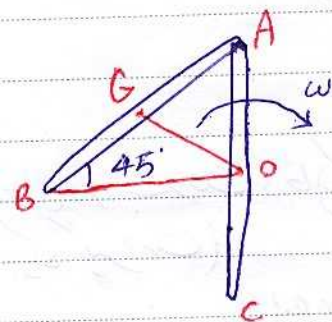
$$\sum F_y = m \bar{a}_y \Rightarrow T \sin 60 - 120g = -360 \alpha_{AC} - 720 \alpha_{AB} \sin 30$$

$$\sum F_n = m \bar{a}_n \Rightarrow T \cos 60 = 720 \alpha_{AB} \cos 30$$

مثال:

$$AB = 0.2 \text{ m}, m_{AB} = 3 \text{ kg}$$

$$\omega_{AC} = 10 \text{ rad/s}$$



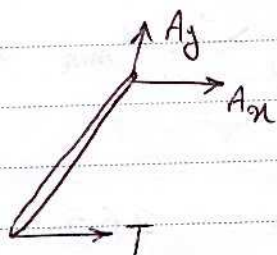
شکل در صفحه افقی قرار دارد

لنگ AC با سرعت زاویه‌ای 10 rad/s می‌چرخد
(سرعت زاویه‌ای ثابت)

لنگ AB در نقطه A به لنگ AC متصل شده است.

← کسین طناب OB = ?

در صفحه افقی هستیم ← mg ندارد



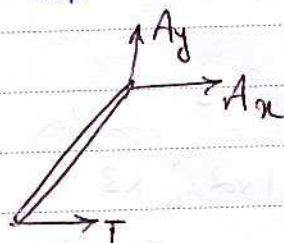
≡

$$OG \times \omega^2 = 1 \times 10^2 = 10$$

$$\Rightarrow \sum M_A = \bar{I} \alpha + m \bar{a} d \Rightarrow T \times 0.2 \sin 45 = 3 \times 10 \times 0.1$$

$$\Rightarrow T = 21.21 \text{ N}$$

حالت α را بطور تفصیلی بررسی کنید: چه می‌کند؟
 $\alpha_{\min} < \alpha < \alpha_{\max}$



$$\equiv \bar{I} \alpha \quad 3 \times 0.1 \times \alpha \quad 3 \times 0.1 \times 10^2$$

فرض می‌کنیم سرعت در حال افزایش باشد ← α

$$\Rightarrow \sum M_A = \bar{I} \alpha + m \bar{a} d \Rightarrow T \times 0.2 \sin 45 = \frac{1}{12} \times 3 \times (0.2)^2 \times \alpha + 30 \times 0.1$$

$$\Rightarrow T = \frac{3 - 0.01\alpha}{0.2 \sin 45} \Rightarrow$$

اگر α باشد $\rightarrow T$ منفی است

$$\Rightarrow 3 - 0.01\alpha = 0 \Rightarrow \alpha_{\max} = 300$$

حال اگر سرعت در حال کاهش باشد $\leftarrow \alpha$ (جهت α را معکوس یکدگر است)

$$\Rightarrow T \times 0.2 \sin 45 = \frac{1}{12} \times 3 \times (0.2)^2 \alpha + 30 \times 0.1$$

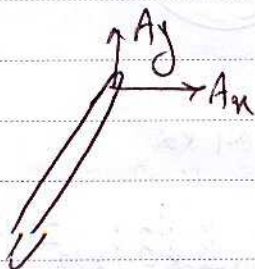
$$\Rightarrow T = \frac{3 + 0.01\alpha}{0.2 \sin 45}$$

اگر α باشد $\rightarrow T$ مثبت است

$$\Rightarrow \alpha_{\min} = \frac{40 \times 0.2 \times \sin 45 - 3}{0.01} = -265.6$$

$$\Rightarrow -265.6 < \alpha < 300$$

حال اگر $\alpha = -300$ $\leftarrow$ شتاب زاویه ای بیش AB و همچنین A_x, A_y را باید:



$$\begin{aligned} \sum \bar{I} \alpha &= 0.14 \times 300 \times 3 \quad \text{و} \quad 0.1 \times 10^2 \times 3 \\ &= 0.14 \times 18^2 \times 3 \quad \text{و} \quad 0.1 \times 2 \times \frac{AB}{AB} \times 3 \end{aligned}$$

برای بدست آوردن a_G و چون سیستم یکپارچه است، به راحتی می توان a_G را نوشت $\leftarrow$ دستگاه را در A گذاشته و G را بررسی می کنیم (به تنگ AB جفت می کنیم)

$$a_G = a_{A_t} + a_{A_n} + \omega \times (\omega \times r) + \dot{\omega} \times r$$

$\Rightarrow \bar{a} = a_G \rightarrow$ شکل منفرد قبل این 4 مولفه را پیدا داریم
($\alpha_{AB} \propto$ پاد ساعتگرد فرض شود)

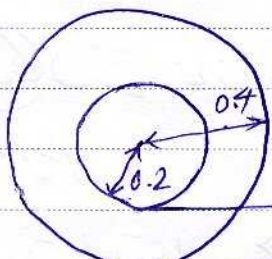
چون در لحظه پاره شدن طناب متوقف است $\leftarrow \omega_{Ac}$ (نقطه)

$$\Rightarrow \sum M_A = \bar{I} \alpha + m \bar{a} d \Rightarrow$$

$$0 = \frac{1}{12} \times 3 \times (0.2)^2 \times \alpha + 0.3 \alpha_{AB} \times 0.1 + 42 \times 0.15 \sin 45^\circ - 127 \times 0.1 \cos 45^\circ \Rightarrow \alpha_{AB} =$$

مثال:

بعد از 1.2m جابجایی مقدره
سرعت مرکز مقدره و $\omega = ?$



30 N

$$m = 10 \text{ kg}$$

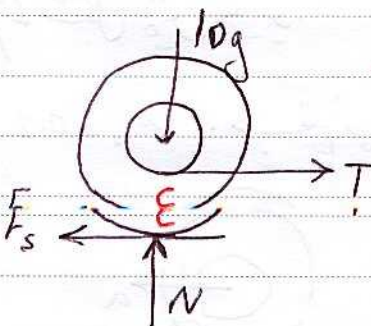
$$\bar{k} = 0.3$$

عبر طناب ناچیز است.

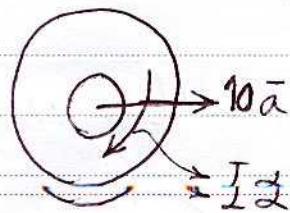
برای حل این مسئله داریم:

$$\mu_s = 0.3$$

$$\mu_d = 0.15$$



$\equiv$



$\leftarrow$ 4 مجهول و 3 معادله، اما:

(چون سطح صاف است $\leftarrow P$ بی‌تأثیر می‌شود $\leftarrow a_n$ منفردی شود)

با فرض غلتش کامل داریم (البته شکل نیز باید بالایش باشد)
 حال I دیگر مجهول نیست زیرا α به $\bar{a}$ مرتبط می شود

$$\alpha = \frac{\bar{a}}{r}$$

$$\sum M_c = I_c \alpha \Rightarrow 30 \times 0.2 = (10 \times 0.3^2 + 10 \times 0.4^2) \times \frac{\bar{a}}{0.4}$$

$$\Rightarrow \bar{a} = 0.26 \quad I_0 = \bar{I} + md^2$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N = 10g$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow 30 - F_s = 10 \times 0.26 \Rightarrow F_s = 30 - 2.6 = 27.4$$

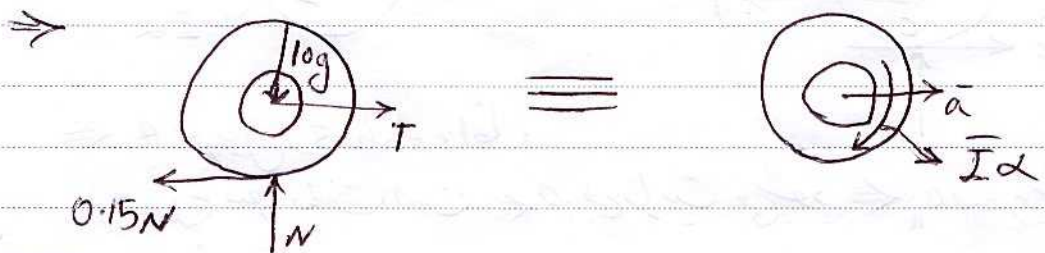
نیروی اصطکاک مورد نیاز جهت عدم لغزش
 همچنین داریم:

$$F_{s \max} = 0.3 \times 10g = 3g \rightarrow \text{فرض درست است!}$$

دکتر حاج موسی:

باین μ هیچ شکلی پیش نمی آید μ_s برابر 0.2
 می گیریم تا مشکل پیش نیاید.

که $\mu_s = 0.2$ ، جسم می لغزد $\Leftarrow F_s$ به N مربوط است!



$$\Rightarrow \sum F_y = 0 \Rightarrow N = 10g$$

$$\sum \bar{m} = \bar{I} \alpha \Rightarrow -0.15 \times 10g \times 0.4 + 30 \times 0.2 = -10 \times 0.3^2 \times \alpha$$

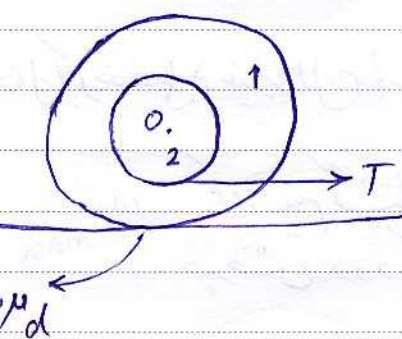
حالت الاستتباب در نظر گرفته می شود

$$\Rightarrow \alpha = -0.13 \Rightarrow$$

$$\sum F_x = m \bar{a}_x \Rightarrow 30 - 0.15 \times 10g = 10 \bar{a} \Rightarrow \bar{a} = 1.52$$

$$v^2 = 2 \bar{a} x \Rightarrow v = \sqrt{2 \times 1.2 \times 1.52}$$

برای بدست آوردن ω از فرمول $\omega^2 = 2\alpha\theta$ نمی توان استفاده کرد چون تکلیف
 $v = at$ را از فرمول $\omega = \alpha t$ حل باید $\omega = \alpha t$ را از فرمول $v = at$ بدست می آوریم پس
 از فرمول $\omega = \alpha t$ و $\omega = v/r$ داریم



مثال:
 حال اگر در همان مثال قبلی
 دو دیسک به هم جوش نخورده شده باشند
 (رو به هم متصل شده باشند و متصل نیز
 روان باشد)

$$m_1 = 6 \text{ kg}$$

$$r_1 = 0.4 \quad k_1 = 0.25$$

$$m_2 = 4 \text{ kg}$$

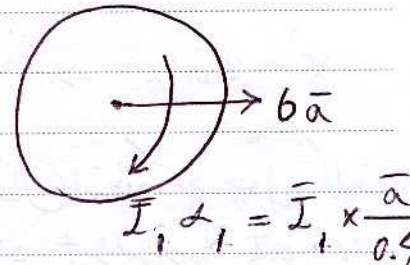
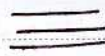
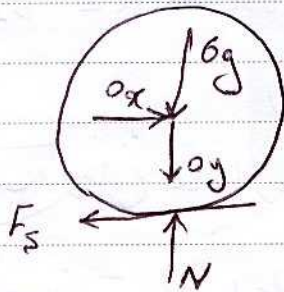
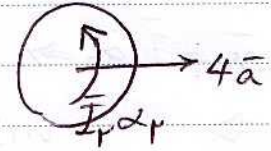
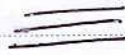
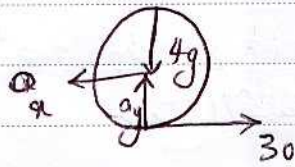
$$r_2 = 0.2 \quad k_2 = 0.15$$

$$\mu_s = 0.2$$

$$\mu_d = 0.15$$

ω دو دیسک و $\leftarrow$

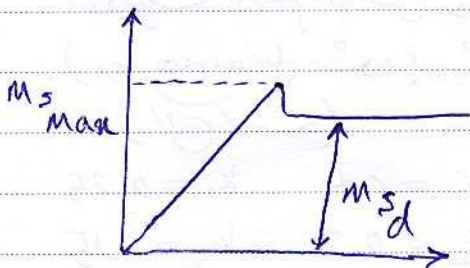
یکپاره آزاد دو دیسک را رسم می‌کنیم (با فرض غلظت)



← تعداد و مجهول ($F_s, N, \alpha_2, \bar{a}, a_y, a_x$)

مانند مثال قبل حل می‌شود! ...

حال اگر مفصل غیر رول باشد ←



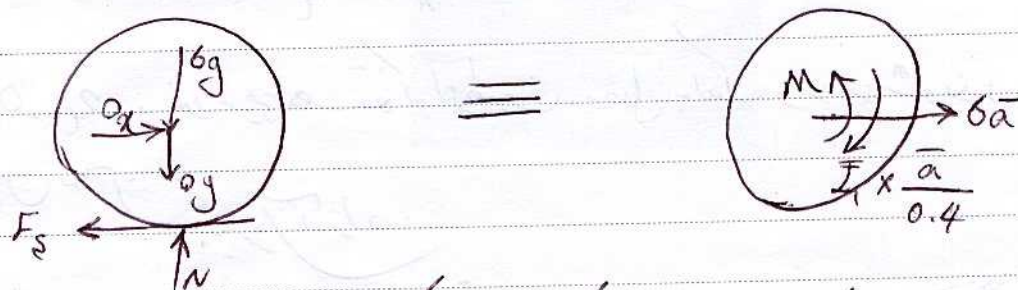
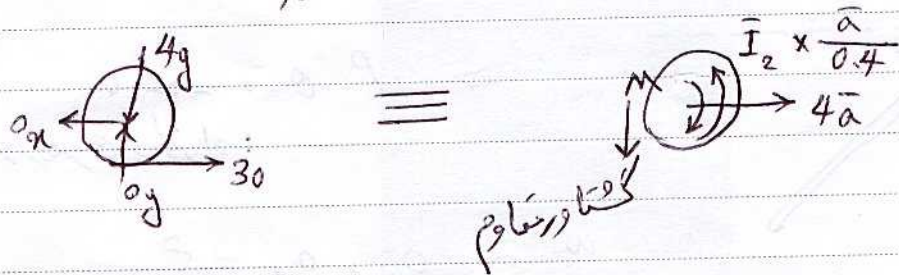
$M_{s_{max}}$ ؛ که لزعم گشتاور صحت عدم
چرخش دو دیسک نسبت به هم

حال اگر در این مثال داشته باشیم

$$M_{s_{max}} = 2 \text{ N.m} , M_{sd} = 0.18$$

حلی: نمی‌دانیم که سیستم یکپارچه عمل می‌کند (دو دیسک نسبت به هم نمی‌چرخند) یا نه!

← با فرض غلتش کامل و یکبار چرخش کردن سیستم داریم:



← 4 حالت امکان دارد رخ دهد که باید بررسی کرد!!!!

- 1) غلتش و یکبار چرخش کردن سیستم
- 2) لغزش و یکبار چرخش کردن سیستم
- 3) غلتش و یکبار چرخش نبودن سیستم
- 4) لغزش و یکبار چرخش نبودن سیستم

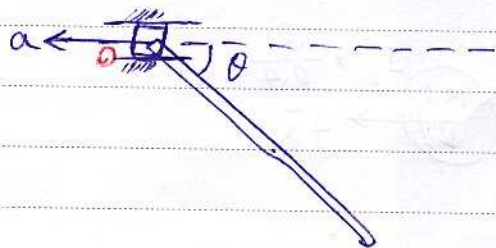
حال اگر در فرض اول (غلتش و یکبار چرخش کردن سیستم) $F_s > F_{s_{max}}$ ←

فرض غلتش بودن است و اگر $m > m_{s_{max}}$ (گشتاور مقاوم) ←

فرض یکبار چرخش بودن سیستم و استیلاست و ... به همین ترتیب سایر حالات

ex) حال اگر T را به ما نداده باشند $\leftarrow T$ را طور دقیق بپنداریم که سیستم در آنجا رها می‌شود و یکبار چرخش می‌کند

مثال:

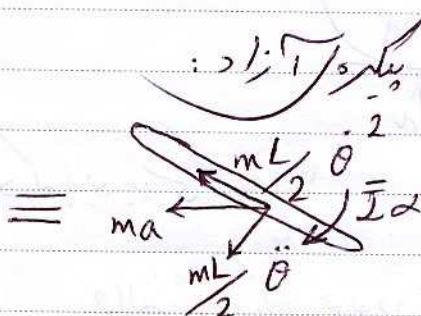
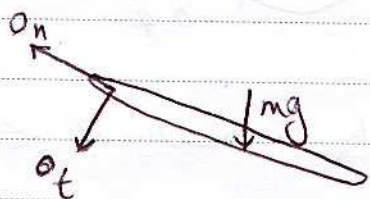


$$\Rightarrow \text{if } \theta = 0 \Rightarrow \omega = 0$$

حال در هر θ دلخواه:

$$\omega, \alpha, O_n, O_t = ?$$

O_n, O_t ز نیروی هسته که از طرف محفل به لنگ وارد می شوند؛
اولین قدم:



وقتی مرکز داشی دوران داریم، $\bar{a}_t, \bar{a}_n$ تعریف می کنیم نه $\bar{a}_y, \bar{a}_x$

$$\vec{a}_G = \vec{a}_O + \omega \times (\omega \times r) + \dot{\omega} \times r$$

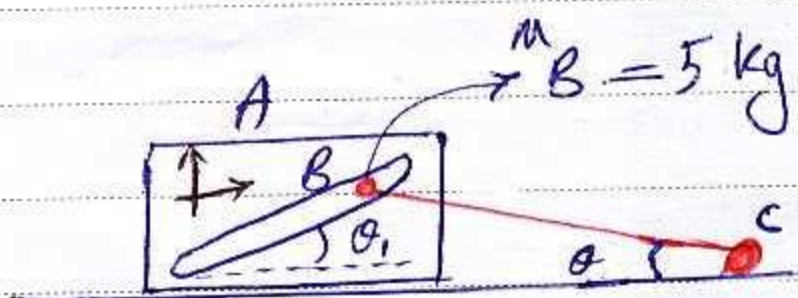
دستگاه را در هر مدار داده
و به لنگ جوش می دهیم
و مرکز داشی دوران نیست.

$$\sum M_O = I \alpha + m \bar{a}_d$$

$$\Rightarrow mg \frac{L}{2} \cos \theta = \frac{1}{12} mL^2 \ddot{\theta} + \frac{mL^2}{4} \ddot{\theta} + m \frac{L}{2} \sin \theta$$

که θ بر حسب θ یافت می شود $\Leftarrow$ با استفاده از فرمول $\omega d\omega = \alpha d\theta$
 θ بر حسب θ یافت می شود

$$\sum F_t = m a_t \Rightarrow a_t = \dots, \sum F_n = m a_n \Rightarrow O_n = \dots$$



$$, \theta_1 = 37^\circ, m_C = 1 \text{ kg}$$

$$m_A = 5 \text{ kg}$$

$$L_{Bc} = 0.5 \text{ m}, \theta = 60$$

همه چیز ساکن است،

اصطکاک ناچیز است.

موانعی داریم که سیستم تعادل استاتیکی دارد ← حال با برداشتن موانع حرکت آغاز می شود و در حال کمر شدن است

$$V_A, V_C = ? \quad \leftarrow \quad \theta = 30^\circ \quad \text{در موقعیتی که}$$

اصطکاک ناچیز ←

$$E_1 = E_2$$

$$\Rightarrow 0 = -5g \times \frac{1}{2} (\sin 60 - \sin 30) + \frac{1}{2} \times 2 \times V_A^2 + \frac{1}{2} \times 5 \times V_B^2 + \frac{1}{2} \times 1 \times V_C^2$$

در استار κ هیچ نیرویی به سیستم وارد نمی شود ← بقای اندازه حرکت خطی

$$\Delta G_\kappa = 0 \Rightarrow G_{1\kappa} = G_{2\kappa} \Rightarrow$$

$$0 = 1 \times V_C - 2 \times V_A + 5 V_B_\kappa$$

حرکت را کاملاً فرضی هستند.

دستگاه را بر روی A می گذاریم ←

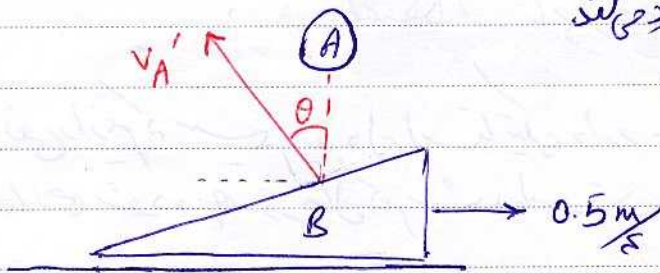
$$V_B = V_A + V_{rel}$$

حال دستگاه را رول می‌گذاریم.

$$\vec{v}_B = \vec{v}_C + \vec{\omega} \times \vec{r}$$

مثال:

پس از اینکه A به B برخورد می‌کند
قبل از برخورد، B ثابت است
بعد از برخورد نیز، B در استای
نی نمی‌تواند حرکت کند



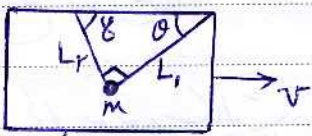
بعد از برخورد B با سرعت $0.5 \frac{m}{s}$ به سمت راست حرکت می‌کند

سوالات امتحان میان ترم دوم دبیرستان دانشگاه تهران (دانشگاه مهندسی مکانیک)
سنتک ذرات

تاریخ آزمون: 2 آذر 1388
استاد: دکتر محمد علی حاج موسی
13-16

تذکره: تمامی سوالات به صورت عددی بوده و لطفاً محاسبه به صورت پارامتری تغییر یافته به علت در دسترس نبودن سوالات

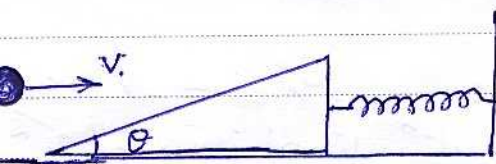
(1) θ_{max} شتاب ترمز و θ_{max} شتاب پیشرو
رایب گونه ای باید که شکل هندسی درون قاب
تغییر نکند.



L_1 و L_2 و θ مشخص هستند

(ب) حال اگر قاب 1.5 برابر θ_{max} شتاب ترمز، ترمز کنید $\Leftarrow$ شتاب زاویه
یکای از این 2 کتاب رایباید.

(2) پس از برخورد گوی با سطح (با سرعت v)
سطح به اندازه d متر جابجایی شود



θ و k ضربه هم معلوم هستند مطلوب است:

$\Leftarrow$ سرعت گوی پس از برخورد با سطح θ ؟؟

(ب) زاویه ای که گوی با سطح افق پس از برخورد می سازد؟؟

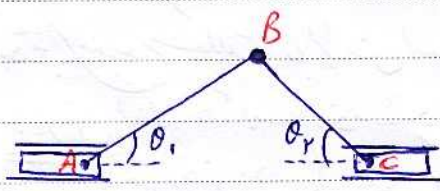
(پ) ضربه برخورد سطح θ ؟؟ ($\theta = ?$)

(3) در A, B, C، مفصل های غیر روان قرار دارد، ابتدا سیستم تعادل دارد.

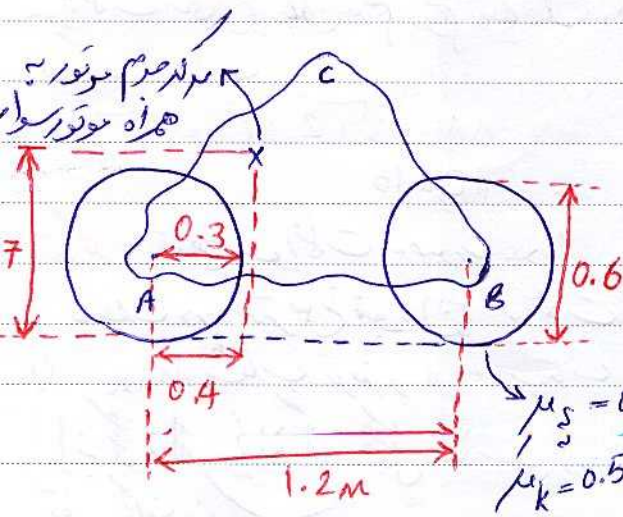
حال دستگاه را می شود θ_1 و θ_2 به

θ'_1 و θ'_2 تبدیل می شوند $\Leftarrow \omega, \alpha$

لنگ در AB, BC در وضعیت جدید؟؟



مثال:



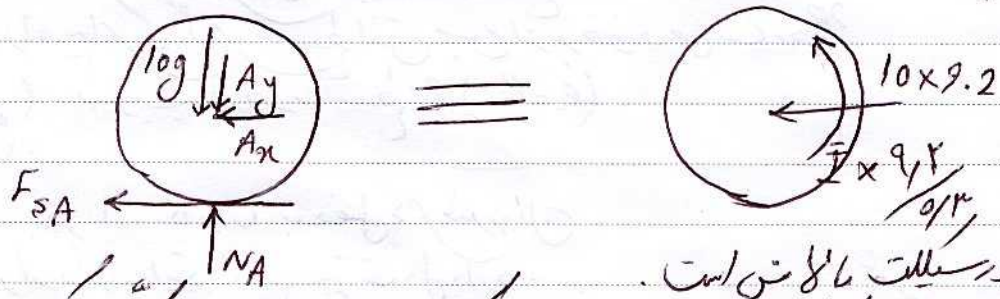
موتور سیکلت با سرعت 120 km/h در حال حرکت است. ناگهان باغی به نام 70 m از خود می بیند (در خطای که عکس العمل نشان می دهد نامیده است) از مانع همان 70 m است.

تصور کنید موتور سیکلت دیسکی (موتور هیچ محدودیتی از نظر ترمز ندارد)

همچنین موتور سیکلت ما، ترمز عقب ندارد!! (گشتاور مقاوم از طرف ترمز در تیکه آزاد وجود ندارد)

جرم بدن موتور سیکلت $m_A = m_B = 10 \text{ kg}$ $m_C = 170 \text{ kg}$
 به جز چرخ ها، به همراه جرم شش $\bar{k}_A = \bar{k}_B = 0.25 \text{ m}$, $k_C = 0.5$

$v = 120 \text{ m/s} \Rightarrow v^2 - v_0^2 = -2a \Delta x \Rightarrow a = -9.26 \text{ m/s}^2$
 کتاب ترمز (حد اقل شتاب ترمز جهت برخورد نکردن با مانع)
 هیچ عقب:



چرخ عقب موتور سیکلت بالایی است. با فرض اینکه حرکت کند شدن موتور سیکلت نهال باشد (نه کله می کند و نه سر می خورد) حرکت بدن موتور سیکلت انتقالی است

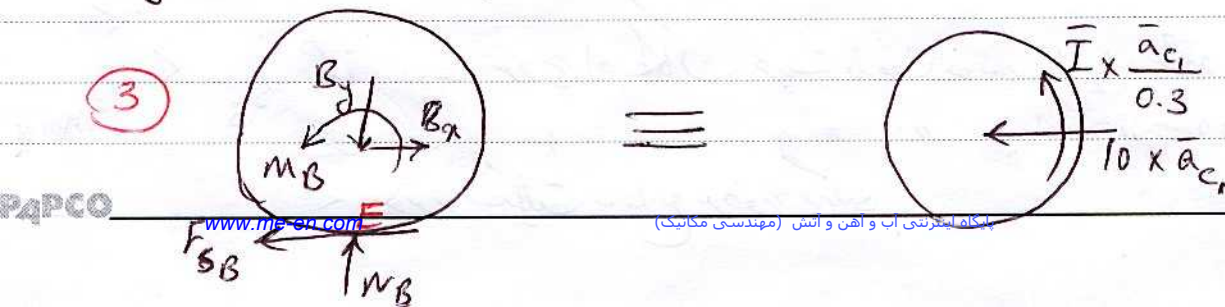
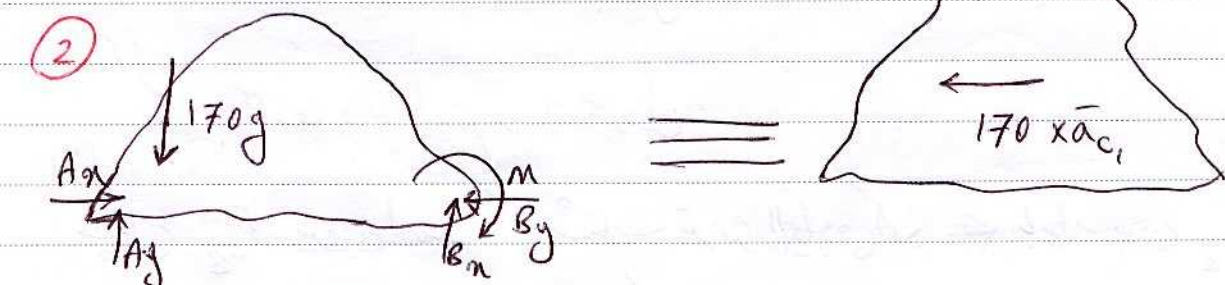
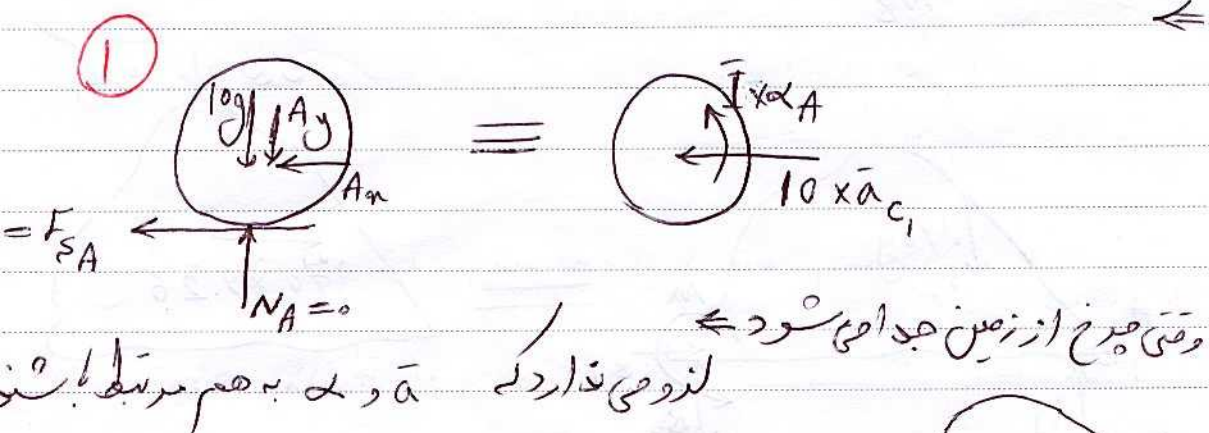
همچنین N_A نیز باید مثبت شود تا موتور سیکلت کله نکند!

همچنین ترمز نیز باید توانایی ایجاد گشتاور m_B را داشته باشد (در اطلاعات باید حداکثر گشتاور مقاوم ترمز را به ما بدهند)

سوال:

اگر $N_A < 0$ شود $\Leftarrow$ بدن موتور سیکلت با چه سرعت زاویه ای کله می کند؟

ابتدا با در نظر گرفتن $N_A = 0$ ، شتاب موتور سیکلت را در آستانه کله گیری پیدا می کنیم



$$\textcircled{1} \quad \sum \bar{M} = \bar{I} \alpha \Rightarrow 0 = \bar{I} \alpha \Rightarrow \alpha_A = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -A_y - 10g = 0 \Rightarrow A_y = -10g$$

$$\sum \bar{F}_x = m \bar{a}_x \Rightarrow \dot{A}_x = \dot{\bar{a}}_{c_1} \Rightarrow \bar{a}_{c_1} = \frac{\dot{A}_x}{10}$$

$$\textcircled{2} \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y = 170g \quad \begin{matrix} A_y = -10g \\ B_y = 180g \end{matrix}$$

$$\sum F_x = m \bar{a}_{c_1} \Rightarrow A_x - B_x = -170 \bar{a}_{c_1} \Rightarrow B_x = 180 \bar{a}_{c_1}$$

$$\sum \bar{M}_B = m \bar{a} d \Rightarrow m_B - 10g \times 1.2 - 170g \times 0.8 =$$

$$-170 \bar{a}_{c_1} \times 0.4$$

← جرم مرکز جاذبه را مرکز ضرب

$$\Rightarrow m_B = 148g - 68 \bar{a}_{c_1}$$

$$\textcircled{3} \quad \sum F_y = m \bar{a}_y \Rightarrow N_B - 10g - B_y = 0 \Rightarrow N_B = 10g + 180g = 190g$$

$$\sum M_E = I_E \alpha \Rightarrow -148g + 68 \bar{a}_{c_1} + 180g \times 0.3 = 10 \left((0.25)^2 + (0.3)^2 \right) \times \frac{\bar{a}_{c_1}}{0.3}$$

$$\Rightarrow \bar{a}_{c_1} = -12.42 \frac{m}{s^2} \rightarrow$$

استایکام باعث شدن می شود
چون $9.76 < 12.42$ ← که نمی کند

همچنین:

$$\sum F_x = m \bar{a}_x \Rightarrow -F_{\bar{B}} + 110 \bar{a}_{c_1} = -10 \times 12.42$$

$$\Rightarrow F_{\bar{B}} = 23.09 / 1 N$$

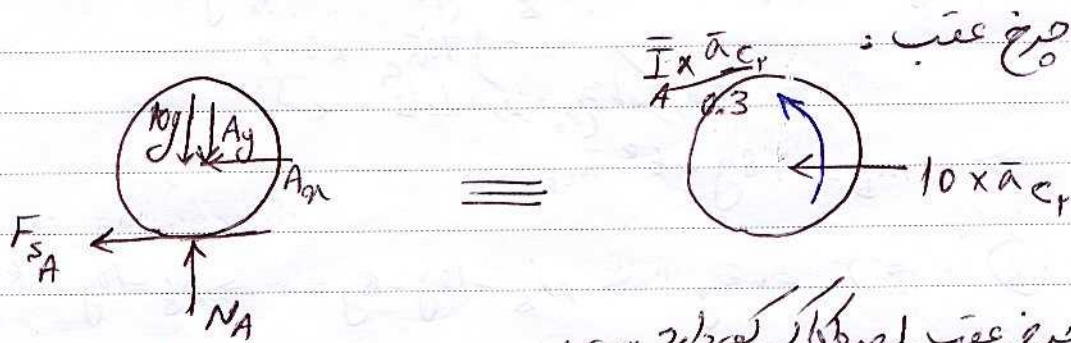
$$F_{s \max} = 0.6 \times 190 \text{ g} = 111.8 \text{ N}$$

کلاً حمال است که موتور در آن ستانده و قرار گیرد
چون F_s که نیاز داریم تا مین نمی شود.

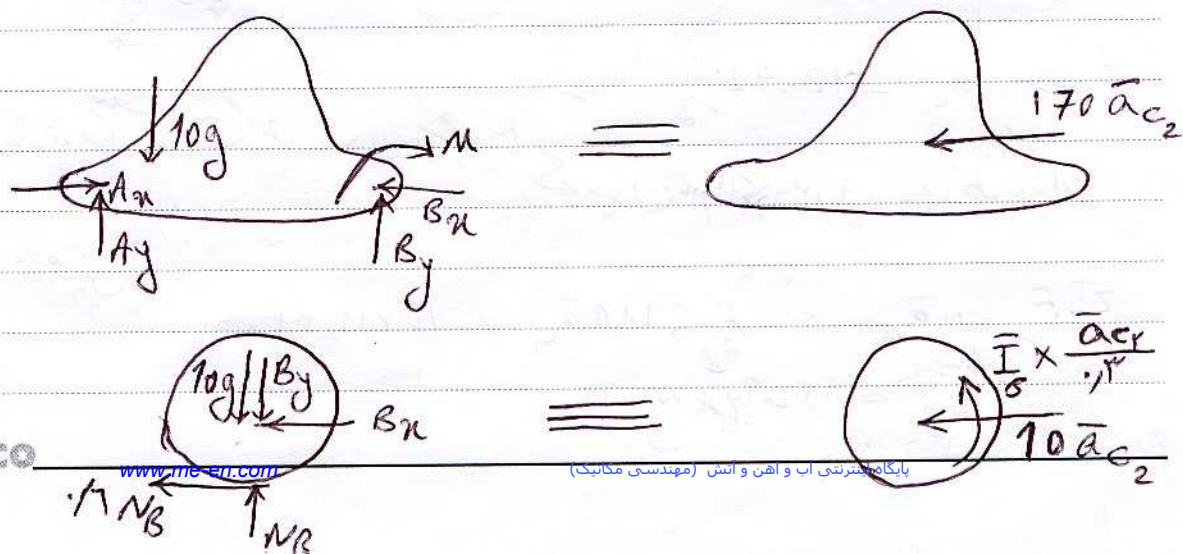
$$\Rightarrow 2359.8 = \mu_s \times 190 \text{ g} \Rightarrow \mu_{s \min} = 1/26$$

پس: برای اینکه در آن ستانده و قرار گیرد باید $\mu_s > 1/26$

در کتابی که مقدار $12/32$ موتور شروع به سر خوردن می کند. این
کتاب چه قدر است؟



چرخ عقب را می توان گفت دارد پس: به راحتی می توان آنرا تا مین کرد پس برای
چرخ عقب سر خوردنی در کار نیست.



حال اگر $\bar{a}_c > 9.126$ بود $\Leftarrow$ آن گاه موتور به مانع برخورد نمی کند

else:

به مانع برخورد می کند

در این شرایط سرعت آن در برخورد با مانع $\bar{a} = 14 \text{ m/s}$ به دست می آید

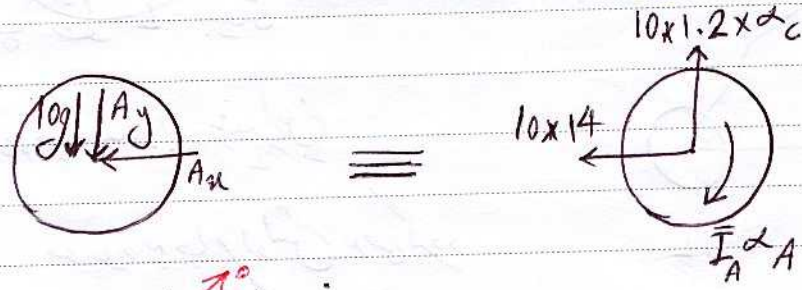
(ex)

مثاب بریزیت مرکز جرم جابجی

(ex)

حال اگر $\mu = 1.18$ و $\bar{a} = 14 \text{ m/s}$ به دست می آید
مثاب زاویه برخورد به کله کردن می کند:

چرخ عقب:

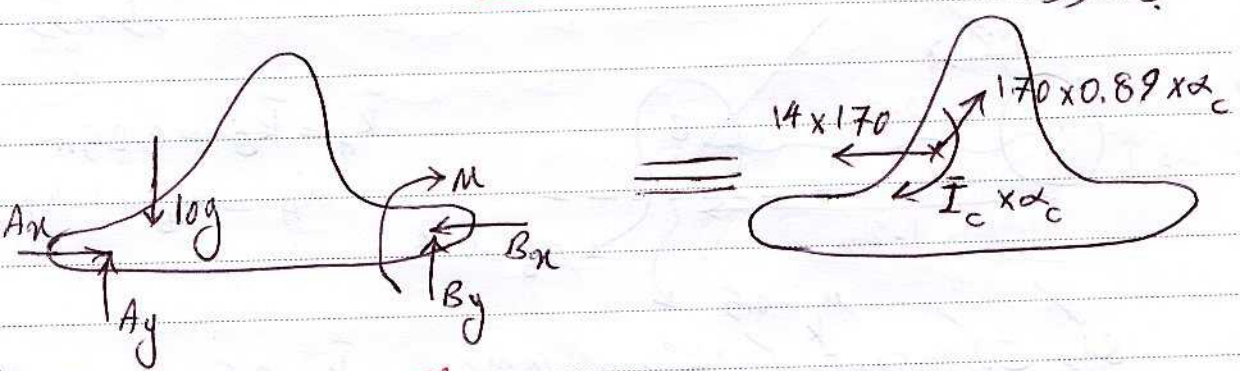


$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + \vec{\dot{\omega}} \times \vec{r}_{AB}$$

چون مثاب زاویه برخورد را در نظر

بروز موتور: $\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + \vec{\dot{\omega}} \times \vec{r}_{AB}$

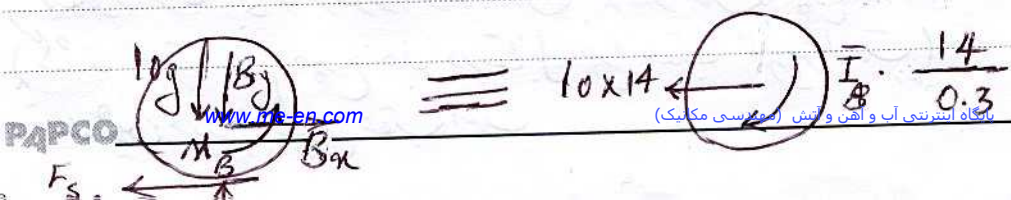
بروز موتور:



$$\vec{a}_G = \vec{a}_B + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + \vec{\dot{\omega}} \times \vec{r}_{BG}$$

عمود بر B_C

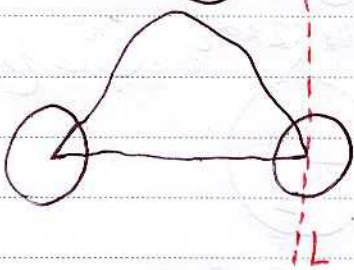
چرخ جلو:



← ۹ معادله مجهول ← α را می یابیم

سوال: حال بالین شتاب وقتی که می کند آیا موتور سیکلت به حالت اولیه برمی گردد یا به جلو برمی گردد؟

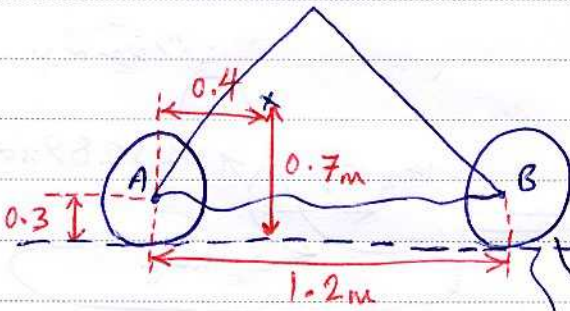
به وسیله α اگر بدست آوریم باید ۵ ماکزیمم را بدست بیاوریم سپس اگر به ازای آن $\max$ زاویه را بگیریم! مرکز جرم بدن موتور سیکلت است چه خط L بیفتد



که موتور می افتد!! در غیر این صورت: موتور به چاراولش برمی گردد

حل شده در کلاس بعد از ظهر!

مثال: x مرکز جرم موتور سیکلت به همراه موتور سوار



$$\bar{k}_A = \bar{k}_B = 0.25m$$

$$m_A = m_B = 10kg$$

$$\mu_s = 0.6$$

$$\mu = 0.5$$

$$m_c = 170, \bar{k}_c = 0.5m, a = 10 \frac{m}{s^2}$$

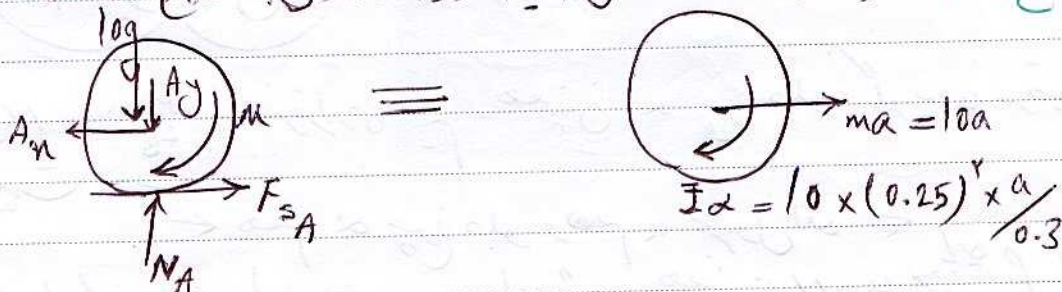
شتابی که شروع به حرکت می کند

منقول از: بدن موتور سوار بدون در نظر گرفتن چرخ است (گشتاور تمام چرخ جلو در مقابل چرخ عقب ناچیز است) موتور به دینامیک عقب است

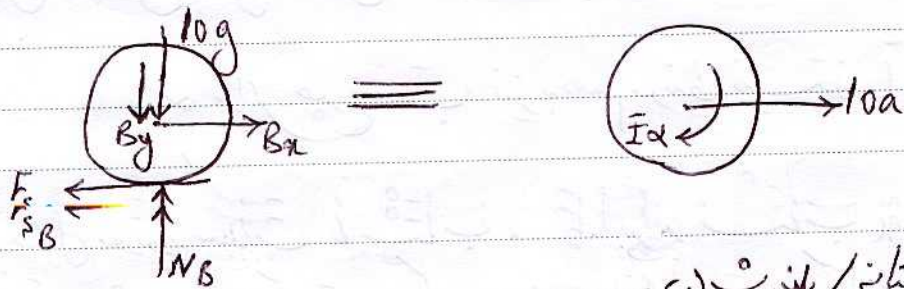
۱۴) فرد بدون اینکه حرکتی به بدن خود منتقل کند، بلند کردن جرم موتور سیکلت می شود یا نه؟

پیکره آزاد تک تک اجزا را می کشیم:

چرخ عقب: (با فرض غلتش کامل و اینکه موتور سوار و موتور به یک چیز زنی شده است)

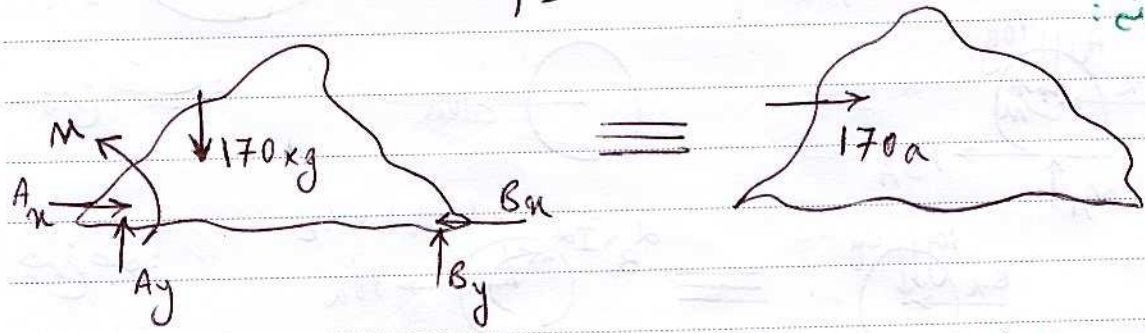


چرخ جلو:



(نکته: آستانه / بلند شدن) $\leftarrow F_{SB}$ نداریم، همچنین $N_B = 0$

بدنه:



۹) بعد از مرحله محمول $F_{SA} \leftarrow N_A$ و بدین N_A باید $F_{SA} < \mu_s N_A$ باشد. با فرض غلتش کامل و جهت راست.

همچنین:

$i f : N_B$ منفی بود، موتور سوار موفق به تک چرخ زنی شده
 $else$: موتور سوار، موفق به زدن تک چرخ نشده است!

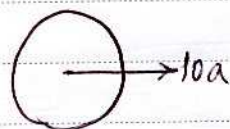
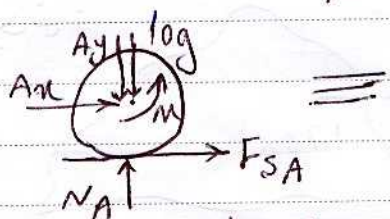
(en) حداکثر شتابی که موتور سیکلت می تواند در راستای حرکت داشته باشد برابر است با جلوه آن بلند نشود را باید:

N_B ، P_{SB} ، و α هم قرار می دهیم، همچنین α چرخ جلوه دیگر به a مرتبط نیست

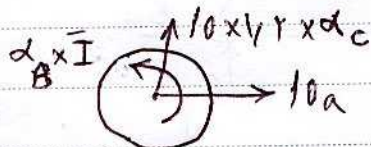
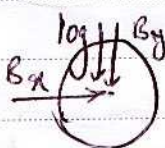
هم α چرخ جلو و هم a مجهول اند $\Leftarrow$
 ۹ معادله و ۹ مجهول $\Leftarrow a$ بدست می آید، همچنین $N_A \cdot \mu_s < P_{SA}$ باشد
 - فرض غلظش کامل داشتن، درست باشد
 $else$:

a و α بران چرخ عقب نیز به هم مرتبط نیستند اما $P_{SB} = \mu_s N_B$

(en) حال موتور سیکلت با شتاب a و α بدست آمده است Mag که در مثال قبل باقیم شروع به حرکت می کند $\Leftarrow$ بدنه موتور سیکلت با چه شتاب زاویه α شروع به حرکت می کند؟؟ α_c را می یابیم:



چرخ عقب:



چرخ جلو:

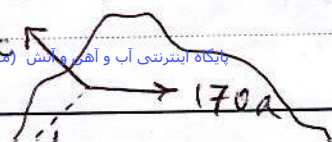
$$a_B = a_A + \omega \times (\omega \times r) + \dot{\omega} \times r$$

دستگاه را به دست جوش دادیم

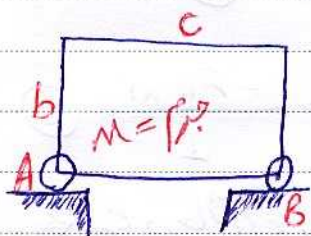
www.me-en.com

پایگاه اینترنتی آب و آهر و آتش (مهندسی مکانیک)

یادمان:



نکته:

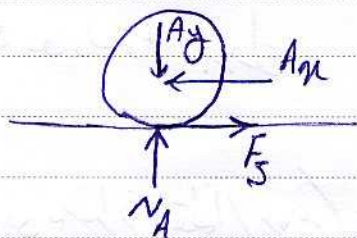


جعبه روی دو غلتک روان با جرم
ناچیز قرار دارد
به یکباره سکوی فرو می ریزد

بلکه فاصله بین از فرو رفتن سکوی با عکس العمل یکدیگر در A، باید بد:

نکته:

غلتک روان با جرم ناچیز، حکم سطح صیقلی (سطح بدون اصطکاک) را دارد
زیرا:



$$\sum \bar{m} = I \alpha \Rightarrow F_S \times r = 0 \times r \Rightarrow F_S = 0$$

اما: اگر روان نباشد:

$$\sum \bar{m} = I \alpha = 0 \Rightarrow F_S \times r - m \times r = 0 \Rightarrow F_S = \frac{m}{r} \neq 0$$

(en)

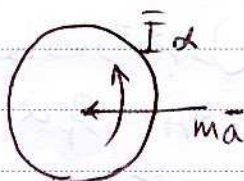
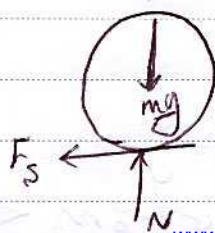
غلتک صلبی با جرم مشخص، روی زمین غلت می دهد سطحی صاف

توقف می شود:

$\bar{a}$ و شتاب توقف است

چون $\bar{a}$ به سمت چپ

است



با توجه به اینکه غلتش داره پس $I \alpha$ هم باید ساخته شود

پایگاه اینترنتی آت و آهن و آتس (مهندسی مکانیک)

است (α و a هم مرتبطه)

$$\sum F_n = m\bar{a}_n \Rightarrow +F_s = +m\bar{a} \Rightarrow \bar{a} = \frac{F_s}{m} \quad (1)$$

$$\sum \bar{M} = \bar{I}\alpha \Rightarrow -F_s \times r = \bar{I} \frac{\bar{a}}{r} \Rightarrow \bar{a} = \frac{-F_s \times r}{\bar{I}} \quad (2)$$

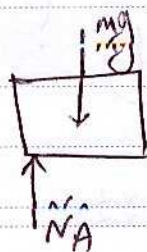
← تنها در حالتی، روابط ① و ② همزمان برقرار هستند که $F_s = 0$ باشد

← $\bar{a} = 0$ ← تا ابتدا به حرکت خود ادامه می دهد

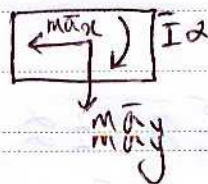
حالت بی قفل مثال قوی پدیدار می شود

(و نیز صفر است)

چونکه گفته "بلافاصله" پس هندسه شکل تغییر نکرده ←



$\equiv$



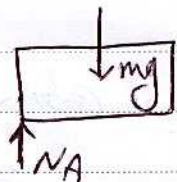
$\Rightarrow$

3 معادله و 4 مجهول

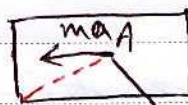
باید به سراغ نقطه برخورد که اطلاعاتی، از آن داشته باشیم ← چون سیر حرکت نقطه A مشخص است ← دستگاه را روی A می گذاریم

$$\vec{a}_G = \vec{a}_A + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + \vec{\omega} \times \vec{r}_{AG}$$

$\Rightarrow$



$\equiv$



$$m \times \frac{\sqrt{b^2 + c^2}}{r} \times \alpha$$

$\Rightarrow$ 3 معادله و 3 مجهول

$$\sum F_n = m\bar{a}_n \Rightarrow a_A = \frac{b}{r} \alpha$$

www.me-en.com

$$\sum \bar{M}_A = \bar{I} \alpha + m\bar{a}_A d$$

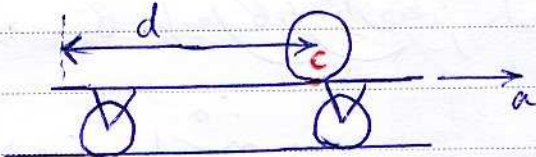
$\Rightarrow$

بایگاه اینترنتی آوا و آتش (مهندسی مکانیک)

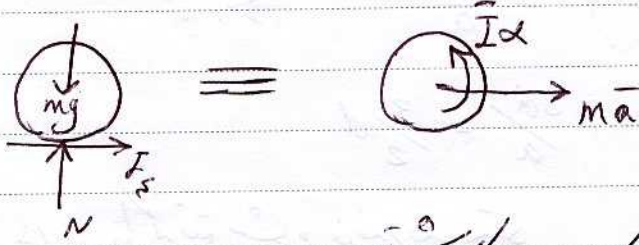
$$\sum F_y = m\bar{a}_y$$

مثال:

کار با رابطه به حرکت در می آید



موتی که فاصله d را طی می کند. کار با رابطه به حرکت در می آید. (فرض: غلش کامل)



د نگاه رارو، که تبدیلی به غلش است گذاشتیم:

$$\vec{a} = \vec{a}_c + \omega \times (\omega \times \vec{r}) + \dot{\omega} \times \vec{r}$$

$$\vec{a}_i = a_i + a_c j - r \omega^2 j - r \alpha i \Rightarrow \vec{a} = a - r \alpha$$

3 معادله و 3 مجهول

$$\sum F_n = m \vec{a}_n \Rightarrow F_s = m(a - r\alpha)$$

$$\sum \bar{m} = \bar{I} \alpha \Rightarrow F_s \times r = \frac{1}{2} m r^2 \alpha \Rightarrow F_s = \frac{1}{2} m r \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m r \alpha = m(a - r\alpha) \Rightarrow \frac{3}{2} r \alpha = a \Rightarrow \alpha = \frac{2}{3r} a$$

$$\vec{a} = a - r \alpha \Rightarrow \vec{a} = \frac{1}{3} a$$

a_{rel} اگر نسبت به گار (همان $r\alpha$) ثابت زیرا:

اگر دستگاه را در گار قرار دهیم، داریم:

$$\bar{a} = a - a_{rel}$$

$$\bar{a} = a - r\alpha$$

همچنین داریم:

$$\Rightarrow a_{rel} = r\alpha = r \times \frac{2}{3r} a = \frac{2}{3} a$$

$$d = \frac{1}{2} a_{rel} t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{3d}{a} \Rightarrow$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} a \times \frac{3d}{a} = \frac{3}{2} d$$

حالت کار در نظر گرفته شده فرضی هستند

سوال: حداقل ضریب اصطکاک برای داشتن غلتش کامل:

$$\sum F_y = m\bar{a}_y = 0 \Rightarrow N = mg$$

$$F_s = \frac{1}{2} m r \alpha = \frac{1}{2} m r \times \frac{2a}{3r} \Rightarrow F_s = \frac{ma}{3}$$

$$\text{در آستانه لغزش} \Rightarrow \frac{ma}{3} = \mu_s N \Rightarrow \mu_{s \min} = \frac{a}{3g}$$

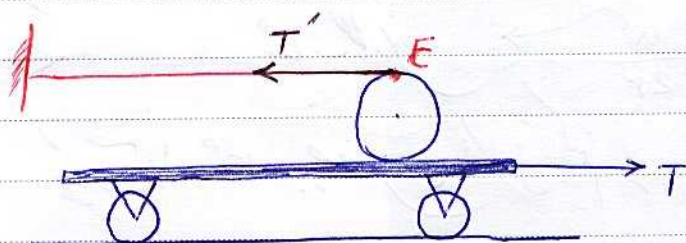
حال اگر $\mu_s > \mu_{s \min}$ لغزش داریم $\leftarrow$ پس $\bar{a}$ و ω صحیح

مسئله:

کتاب به موازات

سطح است

فرض: لغزش کامل



m_1 = جرم غلتک
 r_1 = شعاع غلتک

m_2 = جرم بدن زن گارو
 m_3 = جرم هنج

r_2 = شعاع هر صحن

داده:

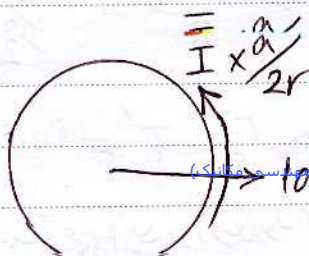
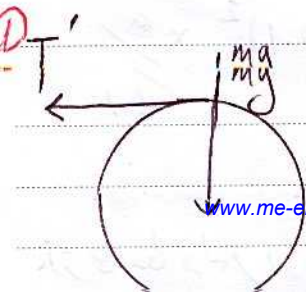
$$T = 1500 \text{ N}, m_1 = 100 \text{ kg}, m_2 = 80 \text{ kg}, m_3 = 20 \text{ kg}$$

$$r_1 = 0.15 \text{ m}, r_2 = 0.1 \text{ m}$$

که کتاب حرکت گارو $T = P$

اگر فرض را بر لغزش کامل نمی گذاریم $\Leftarrow$ باید تعیین می کردیم که لغزش داریم یا نه (با توجه به ضریب اصطکاک ها و ...)

اما:
چون غلتک در حال حرکت است و N در همه جا یکسان نیست $\Leftarrow$
پس نمی توانیم در طول گارو متفاوت است $\Leftarrow$ ممکن است در یک بازه لغزش
و در بازه دیگر غلتش داشته باشیم



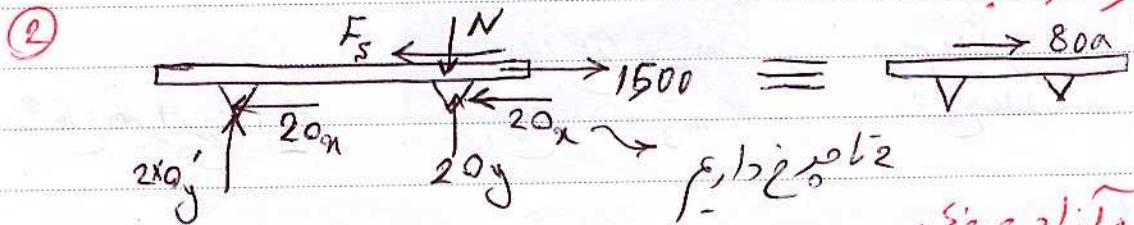
میگیریم آزاد غلتک

نقطه E، نقطه آزاد است که هم مرکز آنی دوران است هم نقطه کتاب تا زمان
صفر

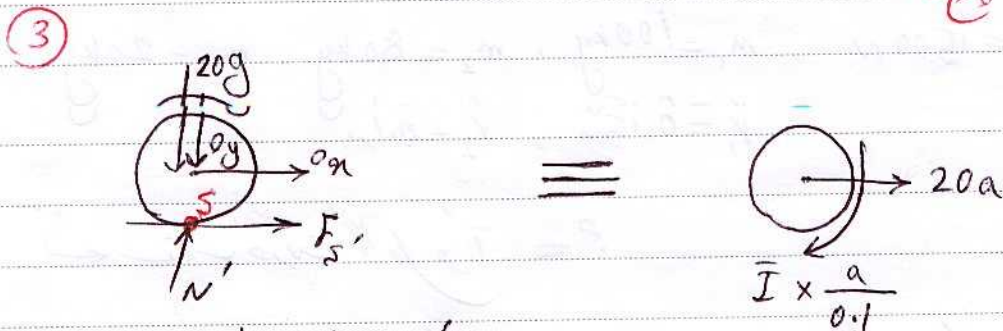
شتاب گار $\alpha = \frac{\bar{a}}{r}$ و $\alpha = \frac{a}{2r}$

$\Rightarrow \bar{a} = \frac{a}{2} \Rightarrow$ یکباره آزاد قبل از کامل می کنیم

یکباره آزاد بدنه:



یکباره آزاد صغیر:



حرکت دایمی است (البته می توانیم جدا)

①: $\sum M_E = I_E \alpha \Rightarrow F_s \times 0.3 = \frac{3}{2} \times 100 \times 0.15^2 \times \frac{a}{2 \times 0.15}$

②: $\sum F_n = m \bar{a}_n \Rightarrow 1500 - F_s - 4 \times 0_n = 80a$

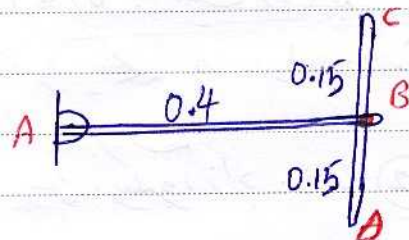
③: $\sum M_s = I_s \alpha \Rightarrow 0_n \times 0.1 = \frac{3}{2} \times 20 \times (0.1)^2 \times \frac{a}{0.1}$

①: $\sum F_n = m \bar{a}_n \Rightarrow F_s - T' = 100 \times \frac{a}{2} \Rightarrow$

از 3 تا دل اول a بدست می آید و از بعد از آن T بدست می آید

بقیه معادلات نامقی مانده که ضریب بگیریم، برابر یک کردن داده که درست آمده است

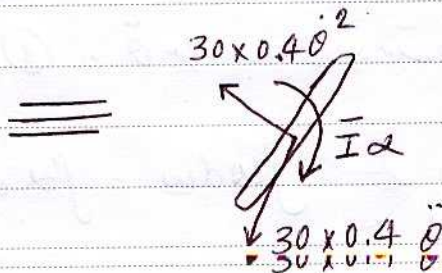
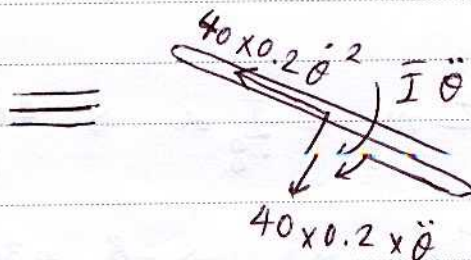
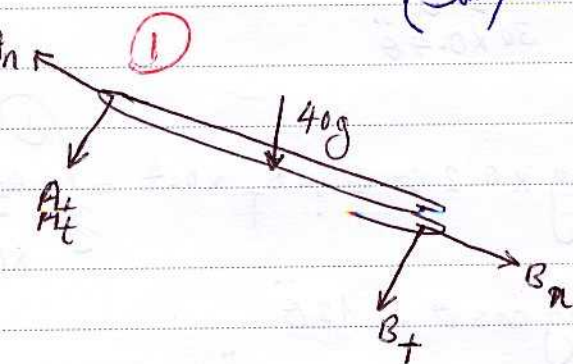
مثال:



در B، مفصل هستند
نامی فاصل، روان هستند
و مقاومت هوا نامی نیست
 $m = 100 \text{ kg}$
 $\frac{m}{m}$

وقتی AB با افق زاویه را ساخت، ال را بگیریم و تحلیل کنید

(حالت اولیه: AB افقی است، CD نامی نیست)

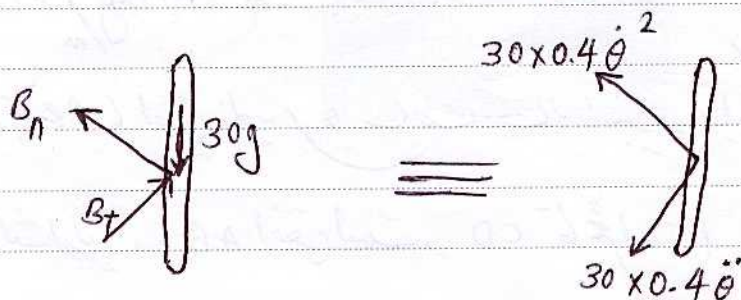


(2): $\sum \bar{m} = I \alpha$, $\sum \bar{m} = 0 \Rightarrow I \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0$

که ω و α که در ابتدا $\omega = 0$ و $\alpha = 0$ است

یعنی لنگ CD نیز به همان صورت تأثیر خواهند ماند یعنی تنگی انتقال دارد
اما اگر: لنگ CD به AB جوش بخورد $\Leftarrow$ CD همراه AB حرکت خواهد
کرد $\Leftarrow$ تا خواهد داشت

پس، میکرو آزاد حالت ② تصحیح می کنیم:



① $\sum m_o = I_o \alpha \Rightarrow 40g \times 0.2 \cos \theta + B_t \times 0.4 = \frac{1}{3} \times 40 \times 0.4^2 \times \alpha$

② $\sum F_t = m \ddot{a}_t \Rightarrow -B_t + 30g \cos \theta = 12 \ddot{\theta}$
 $\Rightarrow B_t = 30g \cos \theta - 12 \ddot{\theta}$

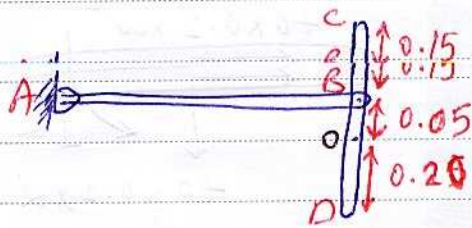
با قرار دادن B_t در ①، $\ddot{\theta}$ بر حسب θ بدست می آید

سپس از رابطه $\int \omega d\omega = \int \alpha d\theta$ $\Leftarrow$ ω هم بر حسب θ یافت می شود
 بعد هم به همین ترتیب پیدا می شوند



اگر به شکل برخوردید، بعداً از من بپرسید!!!

حال مرکز جرم لینک CD، انطباق با لینک AB در نظر نمی گیریم یعنی:



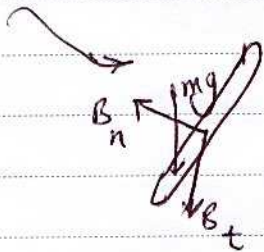
حال با همای (اطلاعات مسئله)
شکل را تجزیه و تحلیل کنید:

ابتدا دستگاه را در A گذاشته و به لینک AB
جوش می دهیم و B را بر روی می کنیم

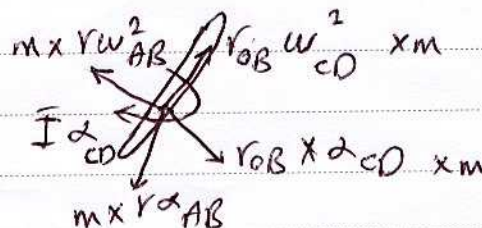
$$a_B = r \omega_{AB}^2 + r \alpha_{AB}$$

سپس با قرار دادن دستگاه روی B و جوش دادن به لینک CD داریم:

$$a_O = a_B + r \omega_{CD}^2 + r \alpha_{CD}$$

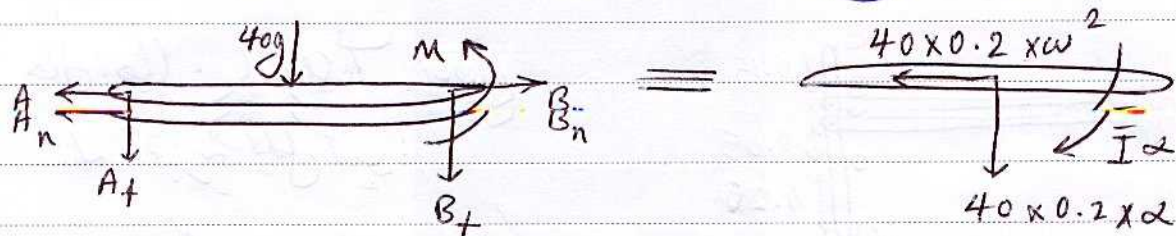


$\equiv$



$$\Rightarrow \sum M_B = I \alpha \pm mad$$

(en) حال سال اول را با فرض اینکه فواصل غیر روان باشند حل کنید:



نتیجه: ω, α دو مجهول هستند زیرا می توانیم از فرمول $L, \alpha d\theta = \omega d\omega$ یکی را بر حسب دیگری بیابیم $\omega = \alpha t + \omega_0$

۲- سید انور در سبک احسان مطلب :

Energy method

دائمی

$$u = E_p - E_1$$

$$E = v_e + v_g + T$$

$$V_g = mgh$$

و' بنابر لحاظ بتائیل، مرکز صوم است.

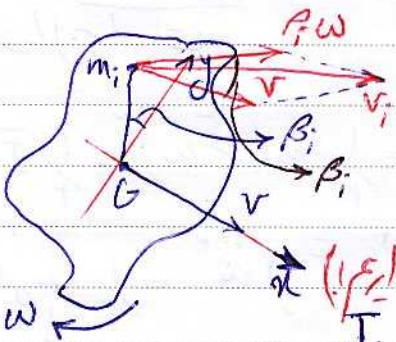
$$v_e = \frac{1}{2} k n^2$$

۸. انحراف نسبت به طول آزاد

جمع صلب مرتفعاًش، سرعت فاعل خودش، ادا راست ←

تکانه خطی، $T \neq \frac{1}{r} m v^r$

د/ص:



$$T_i = \frac{1}{r} m_i v_i^2$$

فی ثواب نوبت :

$$\vec{v}_i = \vec{v} + \omega \times \vec{r} + \vec{v}_{rel}$$

سید داغر

$$T_i = \frac{1}{r} m_i (\bar{v}^2 + (\rho_i \cdot \omega)^2 + r \times \bar{v} \times \rho_i \omega \cos \beta_i)$$

$$P_i \cos \beta_i = y_i \iff \begin{cases} \text{تصویر } P_i \text{ نسبت به } y \end{cases}$$

$$\rightarrow T = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = \sum \frac{1}{2} m_i (\bar{v}^2 + (\rho_i \omega)^2 + 2 \bar{v} y_i \omega)$$

$$\Rightarrow T = \sum \frac{1}{2} m_i \bar{v}^2 + \sum \frac{1}{2} m_i \rho_i^2 \omega^2 + \sum m_i \bar{v} y_i \omega$$

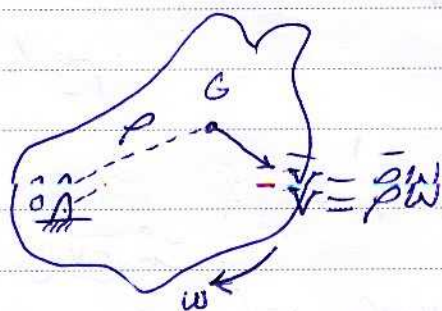
$$\Rightarrow T = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 + \frac{1}{2} \bar{I} \omega^2 + \bar{v} \omega \sum m_i y_i$$

$$T = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 + \frac{1}{2} \bar{I} \omega^2$$

↙ ↘
 ← ناشی از انتقال جسم صلب است مربوط به دوران جسم صلب است

که جسم صلبی که تنها انتقال دارد ← این Term حذف می شود و

می توان آنرا در صورت سختی ذاتی نیز به تحلیل کرد $T = \frac{1}{2} m \bar{v}^2$



و مرکز دایمی دوران یا مرکز آنی دوران است.

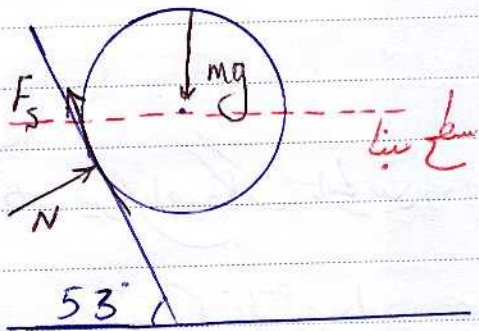
⇒

$$T = \frac{1}{2} m (\bar{\rho} \omega)^2 + \frac{1}{2} \bar{I} \omega^2$$

$$T = \frac{1}{2} (m \bar{\rho}^2 + \bar{I}) \omega^2 = \frac{1}{2} \bar{I}_0 \omega^2$$

$\bar{I}$ حول مرکز دایمی یا مرکز آنی دوران است

مثال:



$m = 5 \text{ kg}$ دسک
 $r = 0.1 \text{ m}$ دسک
 دسک کنواخت است
 غلتش کامل است.
 دستمان زیر دسک است
 پس از اینکه دستمان را می کشیم
 دسک شروع به حرکت می کند

که پس از 1.2 m جابه جایی w را باید:

اگر هر دینامیکی را سالم به ما بدهد $\Leftarrow$ تکلیف ما از آنکه غلتش داریم یا غلتش
 همراه غلتش! شخص نیست $\Leftarrow$ بهترین روش: روش نیرو
 در صورتی که در این سالم غلتش داشته باشیم (در صورت سالم ذکر شده باشد
 که غلتش داریم) $\Leftarrow$ بهترین روش: روش انرژی است

که بار ما کار انجام نمی دهد!! می پرسی چرا??

چون که غلتش داریم $\Leftarrow$ در محل تماس بین دسک و سطح، سرعت در
 آن نقطه صفر است $\Leftarrow$ جابه جایی که صفر است زیرا جابه جایی نیرو
 سرعت است.
 در جهت نیرو

$$u = E_f - E_i \Rightarrow 0 = E_f - E_i \Rightarrow 0 = E_f - 0$$

$$\Rightarrow E_f = 0 \Rightarrow E_f = -mgh + \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$v = r\omega$$

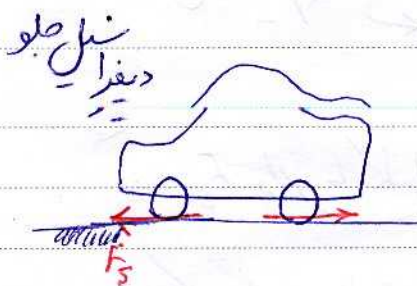
$$\Rightarrow 0 = -5g \times 1.2 \sin 53 + \frac{1}{r} \times \frac{r}{r} \times 5 \times 0.1^2 \times \omega^2$$

$$\omega =$$

کار نیرو اصطکاک (ایستایی) (در صورت لغزش جسم را حل)

ماشینی که غلتش دارد $\Leftarrow$ کار نیرو اصطکاک صفر است $\Leftarrow$ چه عاملی باعث حرکت ماشین می شود؟
گشتاور مقاوم چه می کند

iP : نیرو و سرعت در نقطه ای که نیرو به آنجا وارد می شود، هم جهت باشند $\Leftarrow$ کار آن نیرو مثبت است
مثلاً: کار آن نیرو منفی است.



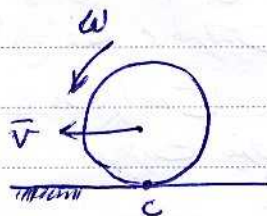
iP : غلتش کامل

$$\vec{v} = r\omega$$

iP : غلتش توالی با لغزش

$$r\omega > \vec{v}$$

Take off



$$v_c = \vec{v} + r\omega = \vec{v} - r\omega i$$

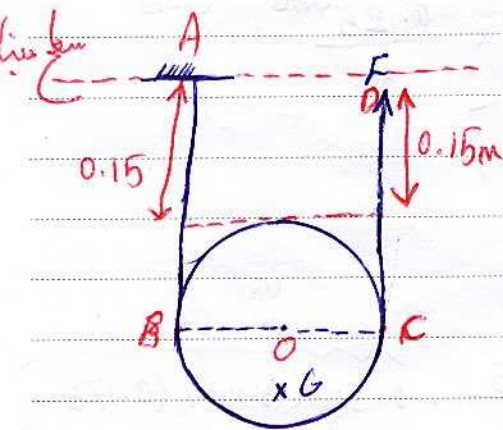
$$\Rightarrow v_c = \vec{v} - r\omega \Rightarrow F_f \text{ در بولس و باد منتهی}$$

هم در غلتش و هم در غلتش همراه لغزش:

چون نیرویی که به ماشین از خارج وارد می شود ، نیرو اصطکاکی چرخ های محرک است
 $\leftarrow F_f$ (نیروی کم زمین به چرخ وارد می کند) چرخ های محرک
 به سمت
 کتاب ماشین است

سوال: کار نیرو اصطکاکی در ترفه کردن چیست؟ (غلش توام با لغزش)
 در این حالت:

$\bar{v} > v_w$
 $\leftarrow v_c$ به سمت راست است
 اما در این حالت (ترفه کردن) نیرو اصطکاکی به سمت چپ است
 باز هم کار نیرو اصطکاکی منفی است.



(ex)
 $r = 0.1$ دایک
 $m = 5 \text{ kg}$ دایک
 $\rho = 7 \text{ kg/m}$ جنم کتاب

$$F = 300 \text{ N}$$

پس از اینکه مرکز دایک 0.1 m جابه جا شود
 $\leftarrow$ سرعت مرکز جرم = ؟

فرض: تا مرکز جرم، نیم حلقه را به سینی است که خاصه اش از 0 برابر $\frac{2r}{\pi}$
 لغزشی بین کتاب و دایک وجود ندارد.

نکته:

مجموع کار نیروی اصطکاکی بین کتاب و دایک که به صورت زوج عمل و عکس العمل

هستند صفر است چون:
 غلتش داریم $\leftarrow$ دیسک و طناب نسبت به هم سرپی ندارند $\leftarrow$ جابجایی آنها یکسان است $\leftarrow$ کار این دو نیروی اصطکاکی (عمل و عکس العمل) یکی است و در خلاف جهت هم

مرکز آنی دوران $\leftarrow v_c = 2v_o \leftarrow$ جابجایی طناب $\leftarrow$ برابر جابجایی مرکز دیسک است.

$$u = 300 \times (2 \times 0.1) = 60 \text{ N.m} \quad (u = F \cdot d)$$

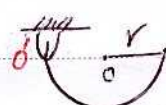
$$E_i = \underbrace{-5g \times 0.25}_{v_{go}} - \underbrace{2 \times 0.25 \times 6 \times g \times \frac{0.25}{2}}_{v_{gAB} + v_{gCD}} - \underbrace{\pi \times 0.1 \times 6 \times g \times \left(0.25 + \frac{2 \times 0.1}{\pi}\right)}_{v_{gBC}}$$

$$E_i = mgh + T \rightarrow$$

$$E_f = \underbrace{-5g \times 0.15}_{v_{go}} - \underbrace{0.15 \times 6 \times g \times \frac{0.15}{2}}_{v_{gAB}} + \underbrace{0.35 \times 6 \times g \times \left(\frac{0.175}{0.15}\right)}_{v_{gCD}} - \underbrace{\pi \times 0.1 \times 6 \times g \times \left(\frac{2 \times 0.1}{\pi} + 0.15\right)}_{v_{gBC}}$$

$$+ \underbrace{\frac{1}{r} \times \frac{3}{r} \times 5 \times (0.1)^r \times \omega^r}_{T_o} + \underbrace{0}_{T_{AB}} + \underbrace{\frac{1}{r} \times 0.35 \times 6 \times (2 \times 0.1 \times \omega)}_{T_{CD}}$$

طناب AB دوران ندارد پس $v_B = 0$; در طول طناب AB: $v = 0$

$T_{CD} :$  $I_o = mr^2 \Rightarrow I_o = 2mr^2$

$\Rightarrow + \frac{1}{r} \times [2 \times (0.1 \times \pi \times 6) \times (0.1)^2] \times \omega^2$

T_{BC}

← غیر حلقه است

ضروری است که در وقت شتاب :

$m_{BC} = \frac{2\pi r}{2} \times 7$, $E_1 = mgh = m_{BC}gh + m_{AB}gh + 2m_{AB}gh$

$m_{AB}gh = m_{CD}gh$

$E_2 = mgh + T$, $T_{CD} = \frac{1}{r} m v_c^2 = \frac{1}{r} m (r\omega)^2$

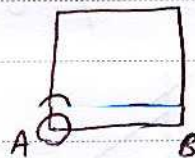
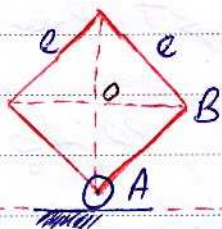
$T_o = \frac{1}{r} I_B \omega^2$

plate را با جرم m و ابعاد exe برمود است

فلک بر روی است و جرم ندارد
فلک بر روی است و جرم ندارد

در لحظه قبل از برخورد نقطه B با زمین

سرعت نقطه A = P



$\ddot{a} = 0$, $E_1 = \frac{\sqrt{r}}{r} mg \hat{e}$

$E_2 = mg \frac{e}{2} + \frac{1}{r} m \times \bar{v}^2 + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{12} m (2e^2) \right) \omega^2$

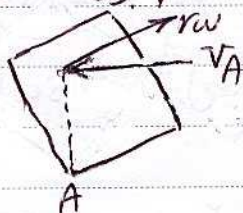
$I_o = \frac{1}{12} m (a^2 + b^2)$

یک بار عمود بر محور 2 و 3 و 4 و 5 و 6 و 7 و 8 و 9 و 10 و 11 و 12 و 13 و 14 و 15 و 16 و 17 و 18 و 19 و 20 و 21 و 22 و 23 و 24 و 25 و 26 و 27 و 28 و 29 و 30 و 31 و 32 و 33 و 34 و 35 و 36 و 37 و 38 و 39 و 40 و 41 و 42 و 43 و 44 و 45 و 46 و 47 و 48 و 49 و 50 و 51 و 52 و 53 و 54 و 55 و 56 و 57 و 58 و 59 و 60 و 61 و 62 و 63 و 64 و 65 و 66 و 67 و 68 و 69 و 70 و 71 و 72 و 73 و 74 و 75 و 76 و 77 و 78 و 79 و 80 و 81 و 82 و 83 و 84 و 85 و 86 و 87 و 88 و 89 و 90 و 91 و 92 و 93 و 94 و 95 و 96 و 97 و 98 و 99 و 100 و 101 و 102 و 103 و 104 و 105 و 106 و 107 و 108 و 109 و 110 و 111 و 112 و 113 و 114 و 115 و 116 و 117 و 118 و 119 و 120 و 121 و 122 و 123 و 124 و 125 و 126 و 127 و 128 و 129 و 130 و 131 و 132 و 133 و 134 و 135 و 136 و 137 و 138 و 139 و 140 و 141 و 142 و 143 و 144 و 145 و 146 و 147 و 148 و 149 و 150 و 151 و 152 و 153 و 154 و 155 و 156 و 157 و 158 و 159 و 160 و 161 و 162 و 163 و 164 و 165 و 166 و 167 و 168 و 169 و 170 و 171 و 172 و 173 و 174 و 175 و 176 و 177 و 178 و 179 و 180 و 181 و 182 و 183 و 184 و 185 و 186 و 187 و 188 و 189 و 190 و 191 و 192 و 193 و 194 و 195 و 196 و 197 و 198 و 199 و 200 و 201 و 202 و 203 و 204 و 205 و 206 و 207 و 208 و 209 و 210 و 211 و 212 و 213 و 214 و 215 و 216 و 217 و 218 و 219 و 220 و 221 و 222 و 223 و 224 و 225 و 226 و 227 و 228 و 229 و 230 و 231 و 232 و 233 و 234 و 235 و 236 و 237 و 238 و 239 و 240 و 241 و 242 و 243 و 244 و 245 و 246 و 247 و 248 و 249 و 250 و 251 و 252 و 253 و 254 و 255 و 256 و 257 و 258 و 259 و 260 و 261 و 262 و 263 و 264 و 265 و 266 و 267 و 268 و 269 و 270 و 271 و 272 و 273 و 274 و 275 و 276 و 277 و 278 و 279 و 280 و 281 و 282 و 283 و 284 و 285 و 286 و 287 و 288 و 289 و 290 و 291 و 292 و 293 و 294 و 295 و 296 و 297 و 298 و 299 و 300 و 301 و 302 و 303 و 304 و 305 و 306 و 307 و 308 و 309 و 310 و 311 و 312 و 313 و 314 و 315 و 316 و 317 و 318 و 319 و 320 و 321 و 322 و 323 و 324 و 325 و 326 و 327 و 328 و 329 و 330 و 331 و 332 و 333 و 334 و 335 و 336 و 337 و 338 و 339 و 340 و 341 و 342 و 343 و 344 و 345 و 346 و 347 و 348 و 349 و 350 و 351 و 352 و 353 و 354 و 355 و 356 و 357 و 358 و 359 و 360 و 361 و 362 و 363 و 364 و 365 و 366 و 367 و 368 و 369 و 370 و 371 و 372 و 373 و 374 و 375 و 376 و 377 و 378 و 379 و 380 و 381 و 382 و 383 و 384 و 385 و 386 و 387 و 388 و 389 و 390 و 391 و 392 و 393 و 394 و 395 و 396 و 397 و 398 و 399 و 400 و 401 و 402 و 403 و 404 و 405 و 406 و 407 و 408 و 409 و 410 و 411 و 412 و 413 و 414 و 415 و 416 و 417 و 418 و 419 و 420 و 421 و 422 و 423 و 424 و 425 و 426 و 427 و 428 و 429 و 430 و 431 و 432 و 433 و 434 و 435 و 436 و 437 و 438 و 439 و 440 و 441 و 442 و 443 و 444 و 445 و 446 و 447 و 448 و 449 و 450 و 451 و 452 و 453 و 454 و 455 و 456 و 457 و 458 و 459 و 460 و 461 و 462 و 463 و 464 و 465 و 466 و 467 و 468 و 469 و 470 و 471 و 472 و 473 و 474 و 475 و 476 و 477 و 478 و 479 و 480 و 481 و 482 و 483 و 484 و 485 و 486 و 487 و 488 و 489 و 490 و 491 و 492 و 493 و 494 و 495 و 496 و 497 و 498 و 499 و 500 و 501 و 502 و 503 و 504 و 505 و 506 و 507 و 508 و 509 و 510 و 511 و 512 و 513 و 514 و 515 و 516 و 517 و 518 و 519 و 520 و 521 و 522 و 523 و 524 و 525 و 526 و 527 و 528 و 529 و 530 و 531 و 532 و 533 و 534 و 535 و 536 و 537 و 538 و 539 و 540 و 541 و 542 و 543 و 544 و 545 و 546 و 547 و 548 و 549 و 550 و 551 و 552 و 553 و 554 و 555 و 556 و 557 و 558 و 559 و 560 و 561 و 562 و 563 و 564 و 565 و 566 و 567 و 568 و 569 و 570 و 571 و 572 و 573 و 574 و 575 و 576 و 577 و 578 و 579 و 580 و 581 و 582 و 583 و 584 و 585 و 586 و 587 و 588 و 589 و 590 و 591 و 592 و 593 و 594 و 595 و 596 و 597 و 598 و 599 و 600 و 601 و 602 و 603 و 604 و 605 و 606 و 607 و 608 و 609 و 610 و 611 و 612 و 613 و 614 و 615 و 616 و 617 و 618 و 619 و 620 و 621 و 622 و 623 و 624 و 625 و 626 و 627 و 628 و 629 و 630 و 631 و 632 و 633 و 634 و 635 و 636 و 637 و 638 و 639 و 640 و 641 و 642 و 643 و 644 و 645 و 646 و 647 و 648 و 649 و 650 و 651 و 652 و 653 و 654 و 655 و 656 و 657 و 658 و 659 و 660 و 661 و 662 و 663 و 664 و 665 و 666 و 667 و 668 و 669 و 670 و 671 و 672 و 673 و 674 و 675 و 676 و 677 و 678 و 679 و 680 و 681 و 682 و 683 و 684 و 685 و 686 و 687 و 688 و 689 و 690 و 691 و 692 و 693 و 694 و 695 و 696 و 697 و 698 و 699 و 700 و 701 و 702 و 703 و 704 و 705 و 706 و 707 و 708 و 709 و 710 و 711 و 712 و 713 و 714 و 715 و 716 و 717 و 718 و 719 و 720 و 721 و 722 و 723 و 724 و 725 و 726 و 727 و 728 و 729 و 730 و 731 و 732 و 733 و 734 و 735 و 736 و 737 و 738 و 739 و 740 و 741 و 742 و 743 و 744 و 745 و 746 و 747 و 748 و 749 و 750 و 751 و 752 و 753 و 754 و 755 و 756 و 757 و 758 و 759 و 760 و 761 و 762 و 763 و 764 و 765 و 766 و 767 و 768 و 769 و 770 و 771 و 772 و 773 و 774 و 775 و 776 و 777 و 778 و 779 و 780 و 781 و 782 و 783 و 784 و 785 و 786 و 787 و 788 و 789 و 790 و 791 و 792 و 793 و 794 و 795 و 796 و 797 و 798 و 799 و 800 و 801 و 802 و 803 و 804 و 805 و 806 و 807 و 808 و 809 و 810 و 811 و 812 و 813 و 814 و 815 و 816 و 817 و 818 و 819 و 820 و 821 و 822 و 823 و 824 و 825 و 826 و 827 و 828 و 829 و 830 و 831 و 832 و 833 و 834 و 835 و 836 و 837 و 838 و 839 و 840 و 841 و 842 و 843 و 844 و 845 و 846 و 847 و 848 و 849 و 850 و 851 و 852 و 853 و 854 و 855 و 856 و 857 و 858 و 859 و 860 و 861 و 862 و 863 و 864 و 865 و 866 و 867 و 868 و 869 و 870 و 871 و 872 و 873 و 874 و 875 و 876 و 877 و 878 و 879 و 880 و 881 و 882 و 883 و 884 و 885 و 886 و 887 و 888 و 889 و 890 و 891 و 892 و 893 و 894 و 895 و 896 و 897 و 898 و 899 و 900 و 901 و 902 و 903 و 904 و 905 و 906 و 907 و 908 و 909 و 910 و 911 و 912 و 913 و 914 و 915 و 916 و 917 و 918 و 919 و 920 و 921 و 922 و 923 و 924 و 925 و 926 و 927 و 928 و 929 و 930 و 931 و 932 و 933 و 934 و 935 و 936 و 937 و 938 و 939 و 940 و 941 و 942 و 943 و 944 و 945 و 946 و 947 و 948 و 949 و 950 و 951 و 952 و 953 و 954 و 955 و 956 و 957 و 958 و 959 و 960 و 961 و 962 و 963 و 964 و 965 و 966 و 967 و 968 و 969 و 970 و 971 و 972 و 973 و 974 و 975 و 976 و 977 و 978 و 979 و 980 و 981 و 982 و 983 و 984 و 985 و 986 و 987 و 988 و 989 و 990 و 991 و 992 و 993 و 994 و 995 و 996 و 997 و 998 و 999 و 1000

Dr Hajmusa

برای 1000 آیین بار: به سراج نقطه از سیر و هم که بهترین اطلاعات را، راجع به آن داشته باشیم (از سیر حرکت که از همه مهمتر است گرفته تا زل و بچ و ... !!)

در حالت میانی داریم: دستگاه را در A گذاشته و به plate چسب می‌دهیم:



$$\vec{v} = \vec{v}_A + \vec{r} \times \vec{\omega}$$

در حالت ثانویه (حالت نهایی) داریم:

$$\vec{v}_x = \vec{v}_A + \frac{\sqrt{r}}{r} \omega \times \cos 45 = \vec{v}_A + \omega$$

$$\vec{v}_y = \frac{\sqrt{r}}{r} \omega \times \sin 45 \Rightarrow \vec{v}_y = \frac{\omega}{r}$$

3 معادله و 4 مجهول ($\omega, \vec{v}_A, \vec{v}_x, \vec{v}_y$)

حال چه کنیم؟
بگیریم آزاد نیرو را بران حالت میانی می‌سیم:



$$\sum F_x = m \bar{a}_x \Rightarrow m \bar{a}_x = 0 \Rightarrow \bar{a}_x = 0 \Rightarrow \vec{v}_x \text{ ثابت است}$$

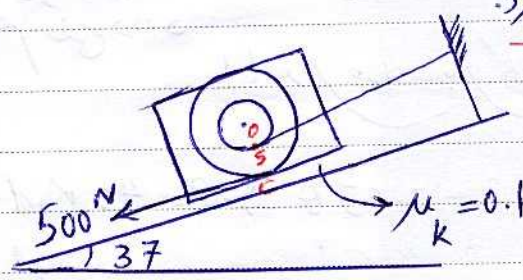
چون $\vec{v}_x$ در حالت ابتدایی صفر است $\Rightarrow \vec{v}_x$ در حالت نهایی هم صفر است

$$\vec{v}_A + \frac{\omega}{r} = 0$$

دو جنب:

۱۳-۱۶ بعد از ظهر !!

سوال: هیچ لغزشی بین طناب و قرقره وجود ندارد.



جرم جعبه بدون قرقره $m_1 = 10 \text{ kg}$

جرم قرقره $m_2 = 3 \text{ kg}$

$r_1 = 0.05 \text{ m}$

$r_2 = 0.15 \text{ m}$

$\mu_k = 0.1$

شعاع زیراسیون قرقره $\bar{k} = 0.1 \text{ m}$
 گشتاور مقاوم دیامتری قرقره $M_k = 3 \text{ N.m}$
 استاتیکی قرقره " " $M_s = 3.5 \text{ N.m}$

فرض بر این است
 قرقره حتماً می چرخد!!

مرکز هندسی قرقره، همان سرعت جعبه را داراست و از آنجایی که مرکز آنی در نقطه S است (طناب ایستایی، سرعت ندارد) سرعت مرکز قرقره به سمت راست است ← جعبه به سمت بالا حرکت می کند

با اعمال نیروی 500N که در طول حرکت ثابت است ← سرعت جعبه پس از 2 متر چاه جایی جعبه به سمت بالا بدست آوریم؟
 قرقره حتماً می چرخد (فرض سوال)

$$u = E_2 - E_1$$

* برای محاسبه کار، چاه جایی نیرو مد نظر است ← کار نیروی 500N مثبت است

$v_c = (0.15 - 0.05) \times \omega$, $v_0 = 0.05 \times \omega \Rightarrow \frac{v_c}{v_0} = 2$
 چاه جایی نیروی 500N به سمت چپ است چون T در نقطه C به سمت چپ است
 چاه جایی نیروی 500 نیوتونی، 2 برابر چاه جایی جعبه است ←

$$u = 500 \times 4 = 0.1 \times 139 \cos 37^\circ \times 2 = 3 \times 40$$

گشتاور متناوبی به جعبه وارد می شود که با گشتاور متناوب می تواند به قفله وارد می شود
زوج عمل و عکس العمل هستند که چون جعبه نمی چرخد $\Rightarrow$ گشتاورش به کار
نمی آید

اما برای محاسبه کار گشتاور در قفله داریم:

$$W = m \theta$$

$$S = r \theta \Rightarrow 2 = 0.05 \theta \Rightarrow \theta = 40 \text{ rad}$$

$$E_1 = 0$$

$$E_2 = mgh + \frac{1}{2} m v_o^2 + \frac{1}{2} [I + m d^2] \omega^2$$

$$\rightarrow E_r = 2 \times 13g \times \sin 37 + \frac{1}{2} m v_o^2 + \frac{1}{2} (3 \times (0.1^2 + 0.05^2)) \omega^2$$

ω یافت می شود !! $\downarrow$
 K^r

(new ex)

آلتر در همان مثال قبلی ، آلتر موتور را در ۵ متر از هم که گشتاوری
یاد ساعتگرد به اندازه 750 N.m را در قفله اعمال می کنند

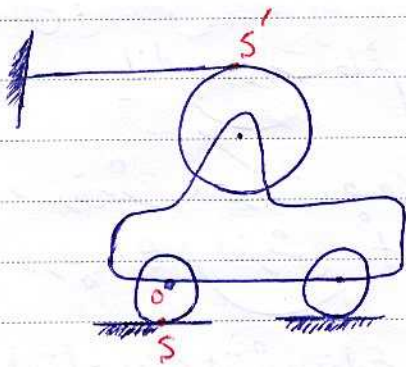
$\Rightarrow$ چون گشتاور نیرو 500 N حول ۵ برابر 75 N.m است $\Rightarrow$

گشتاور آلتر موتور به گشتاور نیرو 500 N می چرخد $\Rightarrow$ کل یاد ساعتگرد

خواهد بود $\Rightarrow$ سرعت در نقطه c ۲ سم است خواهد بود
 $\Rightarrow$ کار نیرو 500 N متقی است (چون جابه جایی اش ، خلاف
جهت نیرو است)

معمولاً چون در جهت نیرو است (مهندسی مکانیک) $\Rightarrow$ حرکت به سمت راست است

مثال:



متره: $m_1 = 100 \text{ kg}$
 $r_1 = 0.4 \text{ m}$
 $\bar{k}_1 = 0.3 \text{ m}$

جرم جعبه $m_2 = 40 \text{ kg}$
 $r_2 = 0.3 \text{ m}$
 $\bar{k}_2 = 0.15$

جرم بدن $m_3 = 500 \text{ kg}$

فرضیات:

مرکز جرم بدن به گونه ای است که گداز کردن منتفی است

گشتاور که موتور به چرخ عقب وارد می کند $m = 600 \text{ N.m}$ است
 به کس و باد هم منتفی است؛ سیستم اتلافاتی ندارد.

بعد از 20 m جابجایی اتوبوس، سرعت اتوبوس صفر است

غلتش داریم $\leftarrow$ کار نیز بر اصطکاک صفر است

$u = r\theta$, $\theta = \frac{s}{r} = \frac{20}{0.3} \Rightarrow u = 66.67 \text{ m/s}$

$E_1 = 0$

$E_2 = \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} (m_1 (\bar{k}_1^2 + r_1^2)) \left(\frac{v}{0.4} \right)^2$

$+ 4 \times \frac{1}{2} (m_2 (\bar{k}_2^2 + r_2^2)) \left(\frac{v}{0.3} \right)^2$

در S و S' ، $v = 0$

$I_S = I + mr^2$
 $\hookrightarrow \bar{k}_m$

$\leftarrow$ حکم مرکز آنی دور را دارند

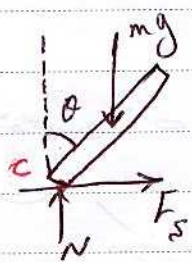
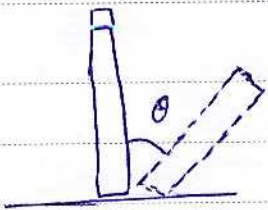
مثال:

یک ابر به صورت قائم داریم به طول L و جرم m با نزدیک اصطکاک μ

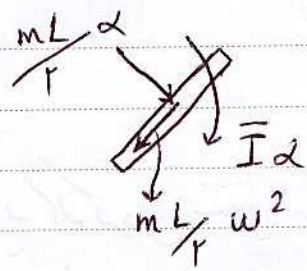
در فونت حرکت چه می شود؟

در چه زاویه لغزش start می شود؟

در ابتدا زمانی که لغزش نداریم:



$\equiv$



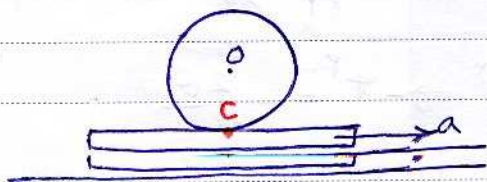
$$\sum M_c = I_c \alpha \Rightarrow mg \frac{L}{r} \sin \theta = \frac{1}{12} mL^2 \alpha + \frac{mL^2}{4} \alpha$$

$$\rightarrow mg \frac{L}{r} \sin \theta = \frac{1}{3} mL^2 \alpha$$

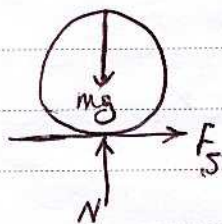
$$\sum F_y = m \bar{a}_y \Rightarrow mg - N = \frac{mL}{r} \alpha \cdot \cos \theta + \frac{mL}{r} \omega^2 \cdot \sin \theta$$

$$\sum F_x = m \bar{a}_x \Rightarrow F_s = \frac{mL}{r} \alpha \cdot \sin \theta - \frac{mL}{r} \omega^2 \cdot \cos \theta$$

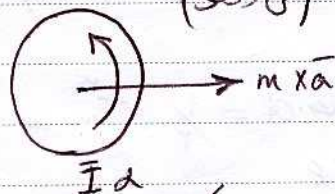
مثال:
 دیسکی روی Plate قرار دارد. Plate را با شتاب a می کشیم
 (غلتش کامل بین دیسک و قطعه)
 Plate روی دیسک طی 360° دوران
 دیسک چقدر رانست؟



داریم: (نیروی اصطکاکی به نقطه ورودی شود که آن نقطه سرعت دارد $\leftarrow F_s$ برای ما کار انجام می دهد)



$\equiv$



دستگاه را در مرکز گذاشته و به Plate جوش می دهیم

$$\bar{a}_i = a_c j + a_c i - r\omega^2 j - r\alpha i$$

$$\bar{a} = a - r\alpha$$

مسیر حرکت Plate یک خط افقی است
 حال داریم:
 $\bar{a}_n$ نداریم

$$\sum F_n = m\bar{a}_n \Rightarrow F_s = m(a - r\alpha)$$

$$\sum \bar{M} = I\alpha \Rightarrow +F_s \times r = +\frac{1}{2}mr^2\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2F_s}{mr}$$

$$\Rightarrow F_s = m(a - \frac{2F_s}{m}) \Rightarrow F_s = \frac{ma}{3}$$

یہ غلطی کا حل طرہ ہے :
جانب جانی دیکھو plate کی گت

می پرسی چرا؟؟؟

زیرانی دلیل اسٹک !! 

$$\Rightarrow \alpha = \frac{+2F_s}{mr} \left(F_s = \frac{ma}{3} \right) \Rightarrow \alpha = + \frac{2}{3} \frac{a}{r}$$

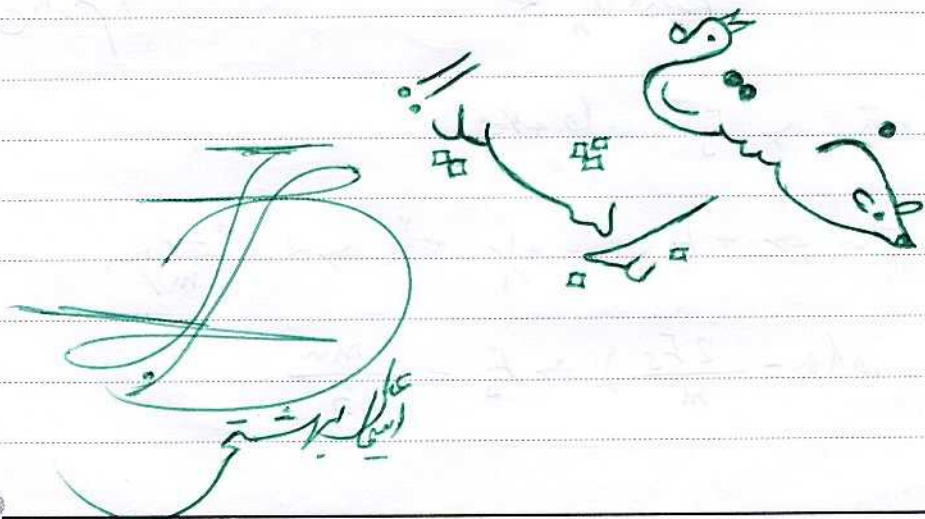
$$s = \frac{1}{2} \alpha t^2 + v_i t \Rightarrow \theta = \frac{1}{2} \alpha t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{2\theta}{\alpha}$$

$$\Rightarrow t^2 = \frac{2 \times 2\pi}{\frac{2}{3} \times \frac{a}{r}} = \frac{7\pi r}{a} \Rightarrow$$

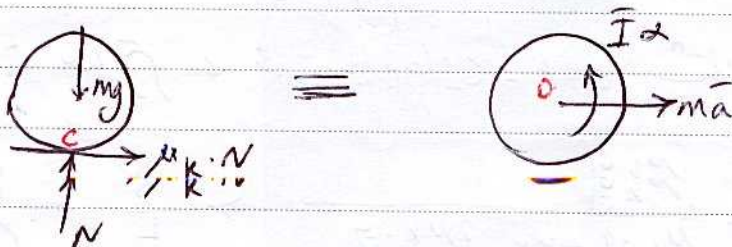
$$d = \frac{1}{2} \alpha t^2 = \frac{1}{2} a \times \frac{7\pi r}{a} = 3\pi r$$

plate

$$\Rightarrow \text{ک، نیرو اصطکاکی} = F_s \cdot d = \pi r m a$$



همان مثال قبلی را با فرض اینکه بین قطعه و Plate لغزش وجود داشته باشد حل کنید.



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N = mg \Rightarrow F_s = \mu_k mg$$

$$\sum F_x = m \bar{a} \Rightarrow \mu_k mg = m \bar{a} \Rightarrow \bar{a} = \mu_k g$$

$$\sum \bar{m} = I \alpha \Rightarrow \mu_k mg \times r = \frac{1}{2} m r^2 \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2 \mu_k g}{r}$$

برای یافتن مسافت طی شده قطعه را به سببی (در واقع همان جابجایی نیزه اصطکاکی) داریم:

ابتدا جابجایی مرکز دایره را می یابیم:

برای این کار: دستگاه را در مرکز دایره قرار داده و نقطه را بر روی می کشیم.

$$\vec{v}_c = \vec{v} + r\omega, \quad \vec{a}_c = \vec{a} + r\alpha$$

$$\theta = \frac{1}{r} \alpha t^2 \Rightarrow 2\pi = \frac{1}{r} \times \frac{2 \mu_k g}{r} \times t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{2\pi r}{\mu_k g}$$

$$S = \frac{1}{2} \times \mu_k g \times \frac{2\pi r}{\mu_k g} = \pi r$$

ل داریم: اگر L جابه جایی قطعه زیری باشد (جابه جایی F_s)

$$\rightarrow \frac{s}{L} = \frac{\bar{v}}{v_c} = \frac{\bar{a}}{a_{c+}}$$

چون v نداریم $\leftarrow$ نسبت جابه جایی s به نسبت شتاب a که برابر است

$$\Rightarrow \frac{s}{L} = \frac{\mu_k g}{\mu_k g + r \times \frac{2\mu_k g}{r}} \Rightarrow \frac{s}{L} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow L = 3s = 3\pi r$$

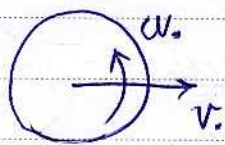
L در حالتی که غلتش داشتیم با حالتی که لغزش داشتیم یکی شد پس می توان که گرفت که

L هیچ ربطی به μ_k ندارد، چون که

بالفراش $\mu_k \leftarrow F_s$ زیاد می شود $\leftarrow \alpha$ زیاد می شود اما از طرفی r می یابد

مثال:

دیسکی را با دست خود چرخانده
 سپس با سرعت v به سمت جلو پرتاب می‌کنیم



که دیسک بر روی سطحی با ضریب اصطکاک قرار می‌گیرد
 ← بدون لغزش حرکت می‌کند. بالا فاصله بین از تماس
 با سطح را تعیین و تحلیل کنید.

وقتی لغزش نداریم، هیچ نیروی ندارد که حرکت اصطکاکی را درست انتخاب کنیم
 و وقت به فرج بدهیم چون F_f مجهول است

حال:



ω با دست انگشت راست و v به سمت راست است
 که دیسک تمایلی دارد که به سمت
 چپ حرکت کند (متخالف با حرکت کند)

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sum F_y = 0 &\Rightarrow N = mg \\ \sum F_x = m\bar{a}_x &\Rightarrow +\mu_k \cdot mg = m\bar{a} \Rightarrow \bar{a} = \mu_k \cdot g \\ \sum \bar{M} = I\alpha &\Rightarrow \mu_k \cdot mg \times r = \frac{1}{2} m r^2 \Rightarrow \alpha = \frac{2\mu_k \cdot g}{r} \end{aligned}$$

$$v = v_0 - at \Rightarrow v = v_0 - \mu_k \cdot g \cdot t$$

$$\Rightarrow \omega = \omega_0 - \frac{2\mu_k g}{r} t$$

حرکت تا زمانی ادامه دارد که لغزش تبدیل

به غلتش شود

زمانی که دیگر بوکس و یا دیگر دشی تمام می شود و به حرکت خود ادامه می دهد
حرکت دورانی گوی تمام می شود و حرکت انتقالی اش شروع می شود.

$$rw = v_0 - \mu_k \cdot g \cdot t_c \quad \text{و} \quad \omega = \omega_0 - \frac{2\mu_k g}{r} \cdot t_c$$

$$\rightarrow \omega = \omega_0 - \frac{2}{r} (v_0 - rw) \Rightarrow \omega = \frac{2v_0}{r} - \omega$$

$$\Rightarrow \text{if: } \frac{2v_0}{r} > \omega_0 \Rightarrow \text{با به چپیده است !!}$$

$\rightarrow$ گوی به حرکت غلتشی خود به سمت راست ادامه می دهد
else:

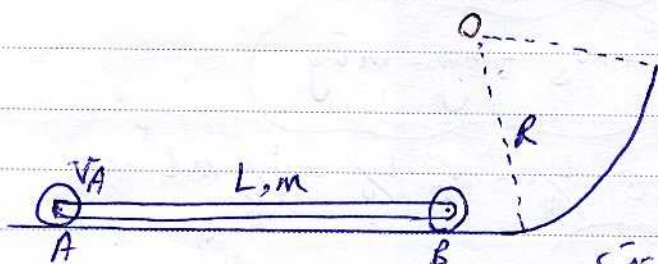
گوی به حرکت غلتشی خود " " چپ " "

0 - t_c : (بوکس و یا دشی) لغزش داریم
 $t_c - \infty$: غلتش داریم

NEW example:

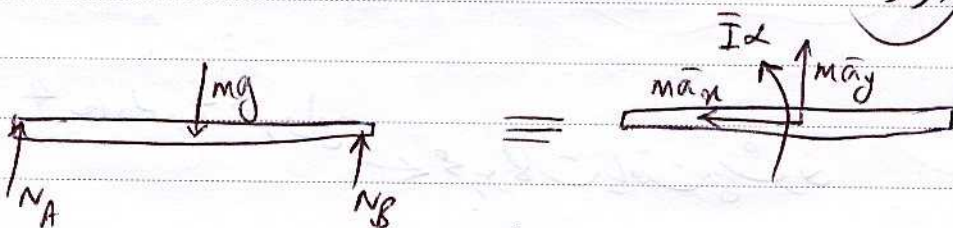
مثال:

بالا فاصله بین از ورود
چرخ جلو به قوس



$$N_B, N_A = ?$$

A دارای سرعت ثابتی است
آلنگه و نوشتار به چرخ عقب متصل است
چرخ آزاد است



A دارای سرعت ثابتی است و در حال حرکت به سمت راست است
B نیز سیر حرکتش مشخص است

حال: دستگاه را از A گذاشته و به سید جوش می دهیم:

$$\vec{a} = \vec{a}_A + \omega \times (\omega \times \vec{r}) + \dot{\omega} \times \vec{r} \Rightarrow \vec{a}_y = \frac{L}{r} \alpha \hat{j} \Rightarrow \vec{a}_n = 0$$

بالا فاصله بین از ورود به قوس
داریم اما ω نداریم

حال: دستگاه را در B گذاشته و به سید جوش می دهیم:

$$\vec{a} = \vec{a}_B + \omega \times (\omega \times \vec{r}) + \dot{\omega} \times \vec{r} \Rightarrow$$

$$\vec{a}_y = a_{B+} \hat{i} + \frac{v_A}{R} \hat{j} - r \alpha \hat{j} \quad (a_B = a_{B+} + a_{Bn})$$

$$\Rightarrow a_{B+} = 0, \quad \bar{a}_y = \frac{v_A^y}{R} - \frac{L}{r} \alpha$$

$$\sum F_y = m \bar{a}_y \Rightarrow N_A + N_B - mg = m \bar{a}_y$$

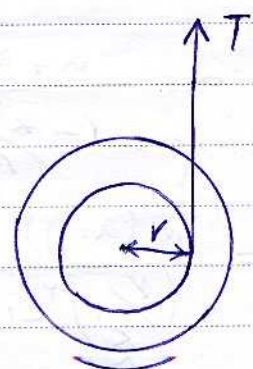
$$\sum \bar{M} = I \alpha \Rightarrow N_B \times \frac{L}{r} - N_A \frac{L}{r} = \frac{1}{12} mL^2 \alpha$$

$$\Rightarrow N_B - N_A = \frac{1}{6} mL \alpha$$

4 بار، 4 مجهول کی 4 معادلات یافت می شوند

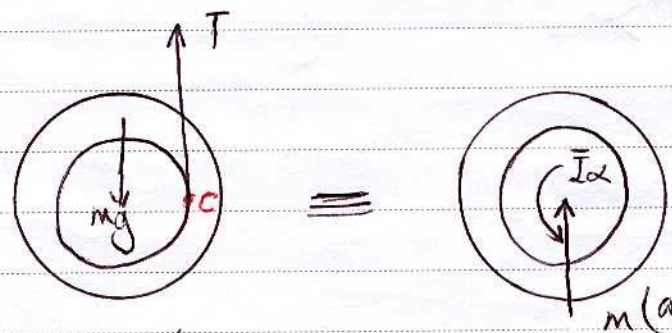
پایانه

مثال: تحلیل حرکت یویو:



جرم یویو = m
 شعاع یویو = r
 شعاع تیرا سیل یویو = k

شتاب دست ما: a است که می توانیم سمت بالا یا پایین باشد.
 a به سمت بالا:



دستگاه را حول C قرار داده و ب یویو جوش می دهیم $\leftarrow$ مرکز جرم را بررسی می کنیم.

$$\vec{a} = \hat{a}_{cy} \hat{j} + \hat{a}_{cx} \hat{i} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$\rightarrow \bar{a}_y = a_{cy} + \omega \times r \Rightarrow \bar{a}_y = a - r\alpha$$

$\bar{a}_n$ ندارد!!

$$\sum F_n = m\bar{a}_n \Rightarrow 0 = m\bar{a}_n \Rightarrow \bar{a}_n = 0$$

$$\sum F_y = m\bar{a}_y \Rightarrow mg - T = m(a - r\alpha)$$

$$\sum \bar{m} = \bar{I} \alpha \Rightarrow T \times r = \bar{I} \alpha = m \bar{k}^2 \alpha$$

$$\Rightarrow T = \frac{m \bar{k}^2 \alpha}{r}$$

$$\Rightarrow = m \frac{\bar{k}^2}{r} \alpha + mg = m \frac{(a - r \alpha)}{r - \frac{\bar{k}^2}{r}} \Rightarrow \alpha = \frac{a + g}{r - \frac{\bar{k}^2}{r}}$$

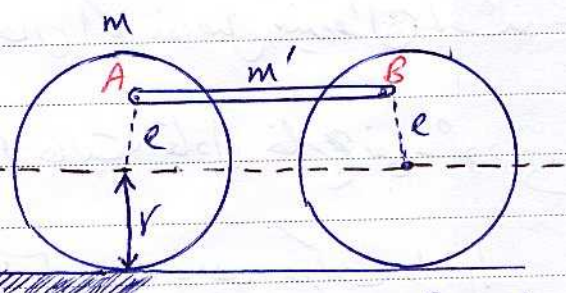
$$\hookrightarrow T = \frac{m \bar{k}^2}{r} \left(\frac{a + g}{r - \frac{\bar{k}^2}{r}} \right) \Rightarrow T = \frac{m(a + g)}{\left(\frac{r}{\bar{k}} \right)^2 - 1}$$

$$\Rightarrow \text{if } |a| > g \Rightarrow T < 0$$

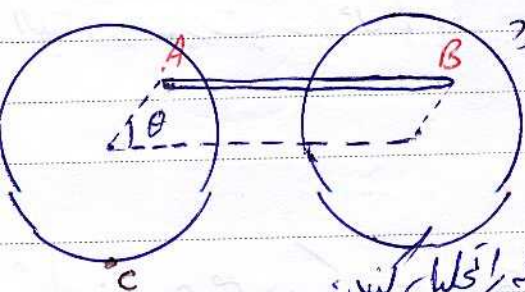
else

$$T > 0$$

مسئله :



سیله در نقطه A و B به 2 دیسک
 متصل شده است و تمامی نقاط
 روی آن هستند
 اصطلاحاً به اندازه کافی داریم
 با یکدیگر انحراف جذبی سیستم از حالت تعادل خارج می شود
 پس از اینکه سیستم از حالت تعادل خارج شود
 در چه حالت رو به رو در بیاید
 (حجم دیسک δ ؛ m است و
 دایره شعاع r هستند
 طول لینک L است و دایره حجم m است) L را تحلیل کنید.



$$E_r - E_i = u \rightarrow u = 0 \Rightarrow E_i = E_r$$

$$E_i = m' g e$$

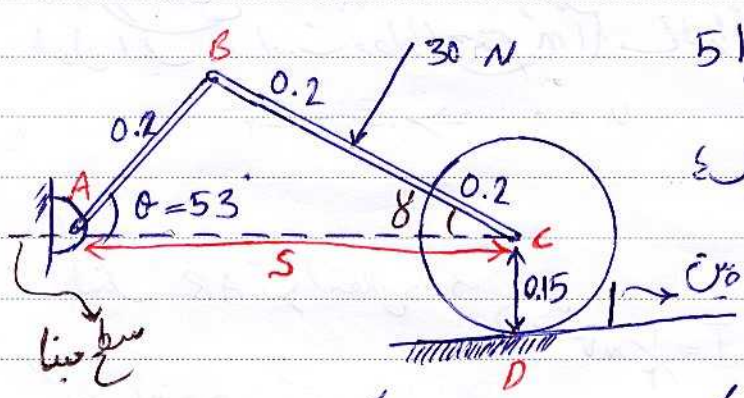
لینک AB نیز انتقال دارد
 یکانی هستند
 $T = \frac{1}{2} m v^2$ و تمامی نقاطش دارای سرعت

$$E_r = \underbrace{m' g e \sin \theta}_{\text{لینک } v_g} + \underbrace{\frac{1}{2} m v_A^2}_{\text{لینک } T} + 2 \left[\underbrace{\frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} m r^2 \right) \omega^2}_{\text{2 دیسک ها}} \right]$$

مرکز آنی دوران است (غلط داریم) $\leftarrow$

$$v_A = s \omega \rightarrow v_A = \sqrt{e^2 + r^2 + 2 e r \sin \theta} \omega$$

اگر فاصل غیرهال باشند
 با یک انحراف جزئی دیگر سیستم
 حالت تعادل خارج نمی شود
 آن θ به بعد حرکت داریم
 critical θ را می یابیم
 به صورت مثال M_d, M_s را می یابند



جرم دیگ = 5 kg
 A و B مرکز جاذبه
 $m = 10 \text{ kg}$ استند
 داشتن بین
 $\theta = 20^\circ$

کلمه اطلاعات سبب تکیه ای یا بین !! (اصطلاح بیان از کافز داریم)
 $u = E_r - E_i$

هال داریم

$$E_i = 0.1 \sin 53 \times 2g + 0.1 \sin 53 \times 4g$$

$$0.1 \sin \theta = 0.2 \sin 8, \Rightarrow \theta = 23.57^\circ$$

$$E_r = 0.1 \sin 20 \times 2g + 0.1 \sin 20 \times 4g + \frac{1}{r} \left(\frac{3}{4} \times 5 \times 0.15 \right)$$

T_C
 $\downarrow$
 I_D

$$+ \frac{1}{r} \times 4 \times \bar{v}_{BC}^r + \frac{1}{r} \times \frac{1}{r} \times 4 \times 0.4 \times \omega_{BC}^r$$

$$(\bar{v}_x^r + \bar{v}_y^r) \leftarrow$$

$$+ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} \times 2 \times 0.2^2 \right) \omega_{AB}^r$$

← یعنی در 5 مجهول که از اینجا تک تک می گیریم !!

در نگاه اول در B قرار داده و به لینک BC جوش می دهیم و C را برسی می کنیم

$$\bar{v}_C = \bar{v}_B + \omega \times r \rightarrow 0.15 \omega_C i = 0.2 \omega_{AB} (\sin 20 i - \cos 20 j) + 0.4 \omega_{BC} (\sin 9.85 i + \cos 9.85 j)$$

$$0.2 \sin 20 = 0.4 \sin \theta_r \Rightarrow \theta_r = 9.85$$

داشتم

$$\rightarrow 0.15 \omega_C = 0.2 \omega_{AB} \sin 20 + 0.4 \omega_{BC} \sin 9.85$$

$$0 = 0.2 \omega_{AB} (-\cos 20 j) + 0.4 \omega_{BC} (\cos 9.85 j)$$

حال در نگاه اول در B قرار داده و مرکز جرم CB (برسی می کنیم و به لینک BC جوش می دهیم)

$$\bar{v}_x i - \bar{v}_y j = 0.2 \omega_{AB} (\sin 20 i - \cos 20 j) + \omega_{BC} \times 0.2 (\sin 9.85 i + \cos 9.85 j)$$

$$\Rightarrow \bar{v}_x = 0.2 \omega_{AB} \cdot \sin 20 + 0.2 \omega_{BC} \cdot \sin 9.85$$

$$\bar{v}_y = 0.2 \omega_{AB} \cos 20 - 0.2 \omega_{BC} \cos 9.85$$

برابر محاسبه u داریم: نیرو 30 N را به نقطه C منتقل می‌کنیم $\leftarrow$
 دلیل ایجاد u را نیز در C قرار می‌دهیم.

کار را به این دلیل انجام دادیم که: سیر نقطه A که نیرو 30 N بر آن
 است، مشخص نیست!

کار نیرو 30 N و کوپل مربوط را محاسبه می‌کنیم:

$$u = +7 \times \frac{(23.57 - 9.85)}{180} - \int 30 \sin \theta \, ds$$

کار کوپل مربوط

کار نیرو 30 N

ت:

$$dM = \int M \, d\theta = M \theta$$

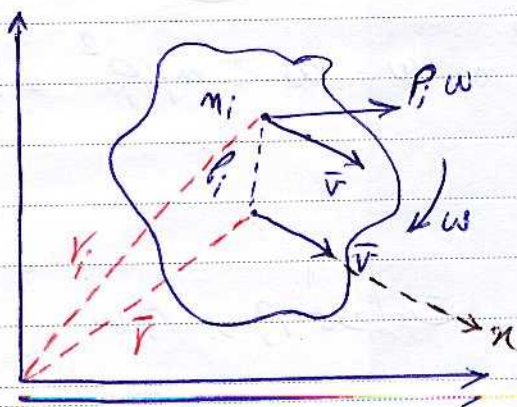
$$M = F \times r = 30 \times 0.2 = 7\text{ N}$$

$$s = 0.2 \cos \theta + 0.4 \cos \theta$$

$$\frac{0.4}{\sin \theta} = \frac{0.2}{\sin \theta} \Rightarrow \sin \theta = 2 \sin \theta \Rightarrow \cos \theta = \sqrt{1 - 4 \sin^2 \theta}$$

$$s = 0.2 \sqrt{1 - 4 \sin^2 \theta} + 0.4 \cos \theta$$

momentum method:



همه مطلب هم در این انتقال است
هم در این دوران

اندازه حرکت m_i برابر است با:

$$G_i = m_i v_i \Rightarrow G = \sum m_i v_i = \frac{d}{dt} \sum m_i r_i$$

$$= \frac{d}{dt} m \bar{r} = m \bar{v}$$

$\bar{v}$ بردار موقعیت مرکز جرم است

$$\Rightarrow \int \sum F \cdot dt = \Delta G \quad \left\{ \begin{array}{l} \int \sum F_x dt = \Delta G_x \\ \int \sum F_y dt = \Delta G_y \end{array} \right.$$

حال برای اندازه حرکت زاویه دار داریم:

$$H_i = \rho_i \times m_i v_i = \rho_i \times m_i (\bar{v} + \rho_i \omega)$$

له ضرب خارجی

(سرعت ذره m_i را با مقدار دادن دستگاه بدو مرکز جرم می یابیم)

$$\Rightarrow \bar{H} = \sum \rho_i \times m_i (\bar{v} + \rho_i \omega)$$

داریم:

$$\sum \rho_i \times m_i \bar{v} = -\bar{v} \times \sum m_i \rho_i = -\bar{v} \times m \bar{\rho}$$

دینامیکر ابتدا تا مرکز جرم است $\leftarrow \sum \vec{r}_i \times m_i \vec{v}_i = \sum \vec{r}_i \times m_i \vec{v}_i$ (0 = $\vec{p}$)

$$\sum \vec{r}_i \times m_i (\vec{r}_i \omega) = \sum \vec{r}_i^2 m_i \omega = \omega \sum m_i \vec{r}_i^2 = \omega \bar{I}$$

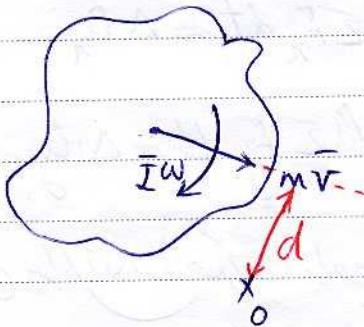
$$\bar{H} = \bar{I} \omega$$

$$m_i \vec{r}_i^2 = I_i \text{ بر } \vec{r}_i \text{ عمود است}$$

در حالت کلی:

$$\int \sum \bar{M} dt = \Delta \bar{H}$$

فرض اول محدودیت دارد چون گشتاور گیر حول مرکز جرم است
رفع این محدودیت داریم:



$$\Rightarrow H_O = \pm \bar{I} \omega \pm m \bar{v} d$$

⚠️ خطر!

در این روش جهت $\vec{d}$ بسیار مهم هست

روش اندرین: دیدگاه، اندازه ال بود در این روش باید بردار باشد!

در ادامه آن محدودیت داریم:

$$\int \sum M_O dt = \Delta H_O$$

ما باز خود نقطه محدودیت دارد زیرا بر این نکته بتوانیم از این مفهوم استفاده کنیم که

should be:

$$\vec{v}_0 = \vec{0} \quad \vec{v}_0 \parallel \vec{v}$$

اصلاً داشته باشیم. $\vec{v} = \vec{0}$ (مرکز جرم، مرکز دوران هم باشد)

در این روش، همند سنجک ذرات.

یا:

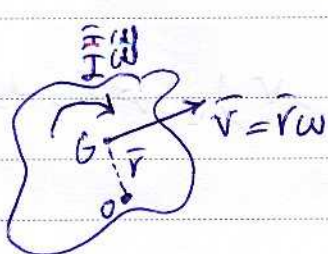
سیستم متشکل از چند عضو داشته باشیم، می توانیم، اندازه حرکت خطی یا زاویه ای را بر این تک تک اعضاء سیستم بنویسیم یا بر این کل سیستم بنویسیم زیرا:

در نقاطی که اعضاء سیستم به هم متصل هستند، اندازه حرکت خطی یا زاویه ای، زوج عمل و عکس العمل هستند

همچنین اگر در نقاط اتصال گتاور نیز داشته باشیم (مفاصل غیر روان)

که G و H را با هم می توان بر این تک تک اعضاء نوشت یا برای کل سیستم زیرا: در اینجا dt یعنی زمان اندک گذار نیرو مهم است

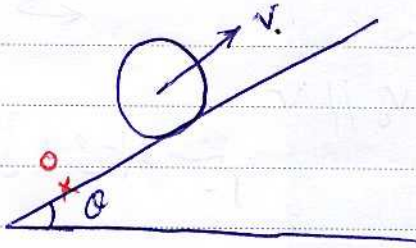
برعکس: درمندا ندر، جابجایی (کار نیرو) مهم بود!!



مرکز آن یا دایره دورا داشته باشیم.

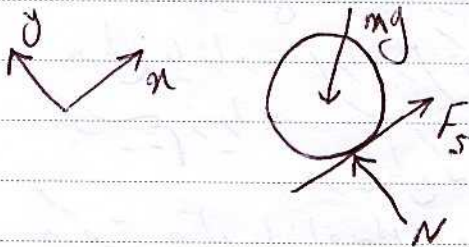
$$\Rightarrow H_0 = I \omega + m \bar{r}^2 \omega \Rightarrow H_0 = I_0 \omega$$

example:



ب راد و سطح میاید
درعت اولیه v_0 به سمت
غلط می دهیم

درعت دیگ را به حسب
می از زمان بیاید (با فرض
تن غلش کامل)
م دیگ m و شعاع آن r است.



$$\Rightarrow (F_s - mg \sin \theta) t = \Delta G$$

$$[\Delta G = \int_0^t F_x dt]$$

حالت داریم:
در زمان t گوی هنوز در حال بالا رفتن است
" در حال پایین آمدن است
در زمان توقف را t_c بنامیم که ما فرض $t > t_c$

$$\rightarrow (F_s - mg \sin \theta) t = -mV - m v_0 = -m(v + v_0)$$

$$\rightarrow (mg \sin \theta - F_s) t = m(v + v_0)$$

دو معادله $(F_s$ و v) که از اندازه حرکت زاویه ای می گیریم

$$\int_0^t \sum m_0 dt = \Delta H_0$$

$$\Rightarrow mg \sin \theta \times r \times t = \Delta H_0$$

$\leftarrow \cos \theta \times mg = N$ ← گشتاورشان حول O میگیرا فرض می‌کنند

$$\Rightarrow mg \sin \theta \times r \times t \equiv \underbrace{\pm \frac{1}{2} m r^2 \omega}_{I \omega} \pm \underbrace{m r \omega \times r}_{m r^2 \omega}$$

$$= [-\frac{1}{2} m r^2 \omega - m r^2 \omega] \quad (\omega = \frac{v}{r})$$

$$\Rightarrow (g \sin \theta) \cdot t = \frac{3}{2} r \omega + \frac{3}{2} r \omega \Rightarrow$$

$$\omega = \frac{2}{3r} g \sin \theta \times t - \omega \Rightarrow$$

$$\text{if } \omega = 0 \Rightarrow \frac{2}{3r} g \sin \theta \cdot t - \omega = 0 \Rightarrow$$

$$t_c = \frac{3r\omega}{2g \sin \theta} \Rightarrow t_c = \frac{3v}{2g \sin \theta}$$

از تقاضاست هوا
صرف نظر کردیم

در حالت اول اگر $\omega < 0$ ← دیسک در حال پایین آمدن است (فرض)
براین بود که دیسک در حال پایین آمدن است

else: دیسک معطلن در حال بالا رفتن است (فلاگ فرض)

new example:

همان مثال قبلی، اما با فرض لغزش

در این حالت، با فرض داریم $\vec{v} = \vec{f}(t)$ ؟؟ $\Leftarrow$

$$\int_0^t \sum m_o dt = \Delta H_o \Rightarrow \frac{1}{r} m r^2 \omega^2 + m \vec{v} \times \vec{r} - \left[-\frac{1}{r} m r^2 \dot{\omega} - m \vec{v} \cdot \dot{\vec{r}} \right] = m g \sin \theta \vec{r} \cdot \dot{\vec{r}} \times \vec{r}$$

همچنین:

$$\int_0^t \sum F_n dt = \Delta G_n \Rightarrow$$

$$(\mu_k m g \cos \theta - m g \sin \theta) t = -m v - m v_i$$

$\Leftarrow$ 2 معادله و 2 مجهول (ω, v)

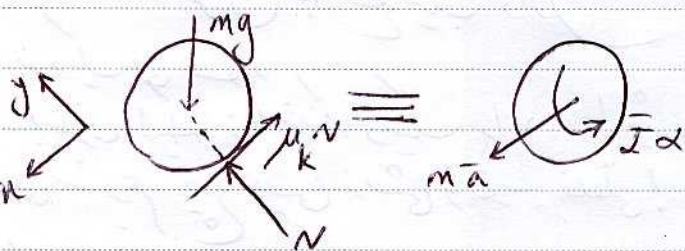
t_c : زمانی است که حرکت جسم به سمت پایین آغاز می شود و این حالت در زمانی اتفاق می افتد که:

لغزش تبدیل به غلش شود

$\Rightarrow$ غلش خواهیم داشت $if t > t_c$

New example:

آیا در حال مثال قبلی، در نیمه راه، لغزش به غلش تبدیل می شود؟
 (اگر در ابتدا غلش تمام با لغزش داشته باشیم آیا قدرت تا آنجا ادامه پیدا می کند؟)



$$\sum F_n = m \bar{a}_n \Rightarrow$$

$$-\mu_k mg \cos \theta + mg \sin \theta = m \bar{a}$$

$$\Rightarrow \bar{a} = g(\sin \theta - \mu_k \cos \theta)$$

$$\sum \bar{M} = \bar{I} \alpha \Rightarrow \mu_k \cdot mg \cos \theta \times r = \frac{1}{2} m r^2 \alpha$$

(ابتدا با فرض لغزش، شروع به حل کردن می کردیم)

$$\Rightarrow \alpha = \frac{2 \mu_k g \cos \theta}{r}$$

$$\bar{v} = \bar{v}_0 + g(\sin \theta - \mu_k \cos \theta)t \quad (v = v_0 + at)$$

$$\omega = \omega_0 + \left(\frac{2}{r} \mu_k g \cos \theta\right)t \quad (\omega = \omega_0 + \alpha t)$$

هر وقت این دو به هم برسند، غلش آغاز می شود

$$\Rightarrow \bar{v}_0 + g(\sin \theta - \mu_k \cos \theta)t_c = r \left(\omega_0 + \left(\frac{2}{r} \mu_k g \cos \theta\right)t_c \right)$$

$$\rightarrow t_c = \frac{v_0 - r \omega_0}{g(3 \mu_k \cos \theta - \sin \theta)}$$

$$\rightarrow \text{if } v_0 > r \omega_0 \Rightarrow 3 \mu_k \cos \theta - \sin \theta > 0 \Rightarrow \mu_k > \frac{\tan \theta}{3}$$

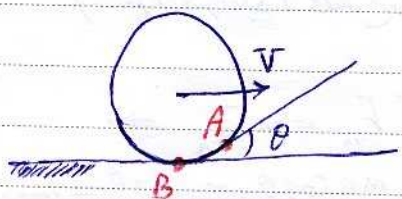
که تحت این شرایط لغزش تبدیل به غلش می شود

else:

$$\mu_k < \frac{\tan \theta}{3}$$

example:

یک در حال غلتش با سرعت v



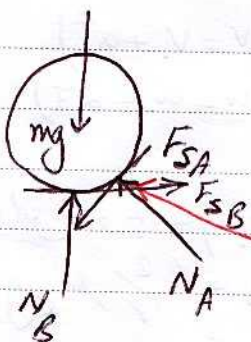
با گران به سطح سب دار

در یک می شود با فرض اینکه زمانی که یک وارد سطح سب دار می شود هیچ پیش زنی (توب قلعی! نده هوا!!) نداشته باشیم سرعت

یک را پس از ورود به سطح سب دار باید:

قبل از ورود به سطح سب دار، مرکز آن در دوران نقطه B است اما در لحظه ای که وارد سطح سب دار می شود با فرض اینکه نه پیش زنی داریم نه بکس و باد ردن (در لحظه $t=0$ که بسیار کوتاه است)

$$\int_0^t \sum M_A dt = \Delta H_A$$



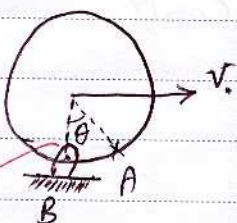
$$Q_A = \int_0^t F_A dt$$

گتاور mg و N_B حول A گتاور معمولی است (با گتاور وزن مقایسه می شوند!!) که زمان نیز بسیار کوتاه است

$$\Delta H_A = 0 \Rightarrow$$

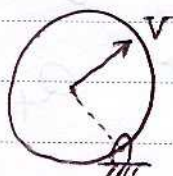
$$H_{A_i} = H_{A_f} \Rightarrow$$

①: در نقطه A



②:

در نقطه B



①:

$$H_{A_i} = \frac{1}{r} m r^2 \times \frac{v_0}{r} + m v_0 \times r \cos \theta$$

⇒

②: $H_{A_r} = \frac{3}{2} m r^2 \omega$

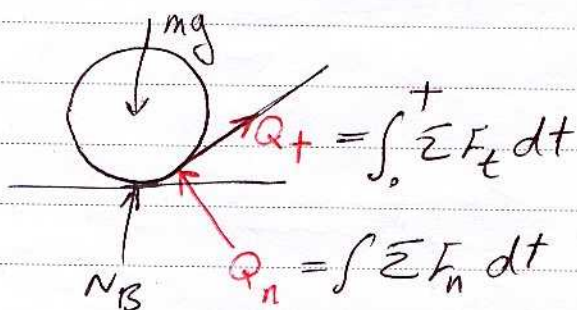
$$\omega = \frac{2}{3r} \left(\frac{1}{r} v_0 + v_0 \cos \theta \right) = \frac{2v_0}{3r} \left(\frac{1}{2} + \cos \theta \right)$$

برای اطمینان از درستی باشد، به سادگی نقطه مرکزی رویم که تکلیف اش مشخص است

✓ $\omega = \frac{v_0}{r}$

در $\theta = 0$ داریم:

حال برای یافتن Q داریم:



$$\int \sum F_n dt = \Delta G_n, \quad Q_n = G_{n_f} - G_{n_i}$$

$$\Rightarrow Q_n = 0 - (-m v_0 \sin \theta) = m v_0 \sin \theta$$

$$Q_+ = \frac{2mv}{3} \left(\frac{1}{2} + \cos\theta \right) - mv \cos\theta$$

$$\Rightarrow Q_+ = \frac{mv}{3} [1 - \cos\theta]$$

$$\Rightarrow Q = \sqrt{Q_+^2 + Q_n^2}$$

در مراحلی که Q مهم است Q متولد !!

$$\frac{Q_+}{Q_n} = \frac{\int_0^+ F_t \cdot dt}{\int_0^+ F_n \cdot dt} = \frac{F_t}{F_n} = \frac{F_s}{N} = \mu_{smin}$$

که نیرو اصطکاکی مورد نیاز جهت عدم لغزش و پایداری شود

مداخل ضریب اصطکاکی که باید داشته باشیم تا

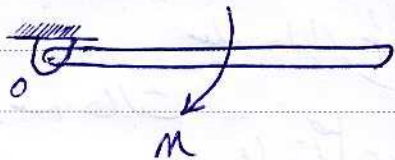
این سازه تا 5° کمتر از 10° ، این گونه عمل می شود زیرا در 5° بزرگ، فرض عدم لغزش، غلط است!

بعد از ظاهر

دو شبیه:
مقدار اندازه حرکت:

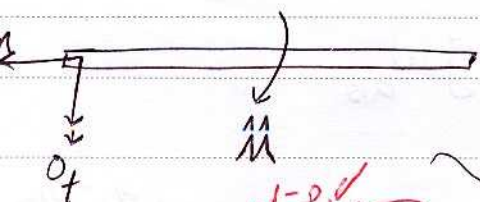
example)

لنگی داریم که در نقطه مفصل شده است که طول آن L و جرمش M است



حالت اولیه سدا افقی است و همچنین در مفصل افقی قرار داریم. باید گفت تا در ثابت M وارد می‌کنیم که ω لنگ را بر حسب تابعی از زمان می‌باید:

فرضیات:
تفاوت هوا و گشتا و تفاوت لنگ ناچیز است.
داریم:



$$\sum M_o dt = \Delta H_o$$

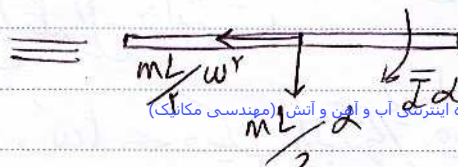
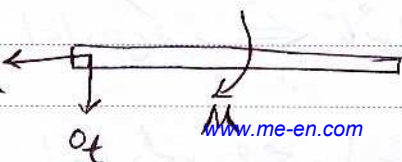
$$M t = I_o \omega = \frac{1}{3} M L^2 \omega$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{3 M t}{M L^2}$$

$$\int \sum F_t dt = \Delta G_t \Rightarrow \int_0^t o_t dt = m \bar{v} = m \times \frac{L}{2} \times \frac{3 M t}{M L^2}$$

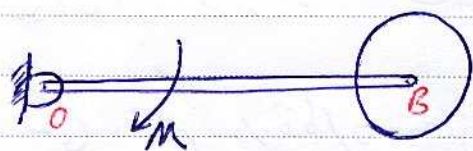
$$o_t \cdot t = \frac{3 M t}{2 L} \Rightarrow o_t = \frac{3 M}{2 L}$$

تحلیل از بند نیرو:



new example)

به سبیل گشتاور M وارد می شود



که اگر دیسک دارای شعاع R و جرم m باشد و

سبیل دارای طول L و جرم m باشد

در سه حالت (1) خنثال پروا (2) خنثال غیر پروا (3) دیسک و سبیل جوش می شود

ω_{OB} را بیابید (در صفحه افقی هستیم و مقاومت هوا ناچیز است)

حالت 3: در این حالت، سبیل و دیسک تبدیل به یک عضو می شوند

$$\int \Sigma M_O dt = \Delta H_O \Rightarrow M t = (I \text{ سبیل حول } O + I \text{ دیسک حول } O) \omega$$

$$M t = \left[\frac{1}{3} m L^2 + \frac{1}{2} m' r^2 + m' L^2 \right] \omega_{OB}$$

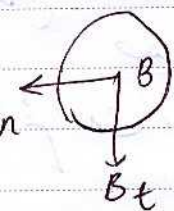
حالت 1:

$$\int \Sigma M_O dt = \Delta H_O \Rightarrow \underbrace{I \omega + m \bar{v} d}_{\text{مقدار سرعت زاویه ای در نقطه دیسک است}} M t = \frac{1}{3} m L^2 \omega + \frac{1}{2} m' r^2 \omega' + m' x L \omega \times L$$

مقدار سرعت زاویه ای در نقطه دیسک است

اگر مفصل B روان نبود که چون گشتاور مقاوم آن، زوج عمل و عکس العمل ایجاد می کرد تا تأثیر در انگیزش داشت

معادله 2 مجهول $(\omega \text{ و } \omega')$ دیسک را به تنهایی نشان می دهیم



$$\int \Sigma \bar{m} dt = \Delta H_B \Rightarrow 0 = \Delta H_B$$

$$\rightarrow H_{B_1} = H_{B_2} \Rightarrow 0 = \frac{1}{2} m' r^2 \omega' \Rightarrow \omega' = 0$$

دیسک فقط انتقال دارد (دورال) ندارد

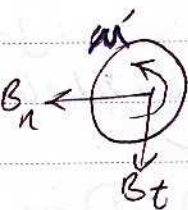
حالت 2: اگر گیر مفاصل زیاد باشد (مقصور مفصل B است) $\leftarrow$ مثل

از روش نیرو حد آمل m' لازم برای یکبار هم حرکت کردن سیستم را می یابیم

با فرض اینکه m' کوچک است و سیستم یکبار هم عمل نمی کند داریم:

$$m t = \frac{1}{3} m L^2 \omega + \frac{1}{2} m' r^2 \omega' + m' L^2 \omega$$

داریم:

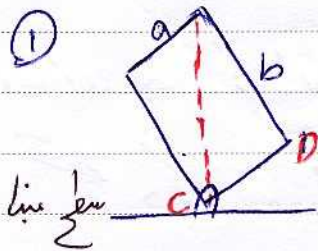


$$\int \Sigma \bar{m} dt = \Delta H_0 \rightarrow$$

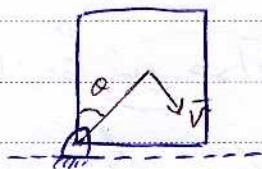
$$m' t = \frac{1}{2} m' r^2 \omega'$$

مثال:

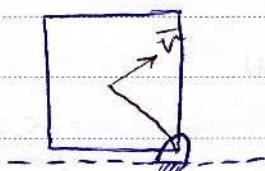
جعبه را با ابعاد $a \times b$ داریم. قطران به صورت
مانع است.
انحراف جزئی ایجاد می کنیم. حول c
شروع به دوران می کند
ضرب اصطکاک در c جهت عدم لغزش به
اندازه زگاف می است
داریم:



(2) لحظه قبل از برخورد گوشه D با زمین
(پیش زدن هم نداریم)



(3) لحظه بعد از برخورد گوشه D با زمین



که کار کردن حول نقطه D با ω از آغاز می شود؟
حل:
فاصله زمانی بین (2) و (3) خیلی کوتاه است.

بین (1) و (2) اتلاف انرژی نداریم (کار خارجی نداریم) پس $E_1 = E_2$

$$mg \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{r} = mg \frac{b}{2} + \frac{1}{4} \left[\frac{1}{3} m(a^2 + b^2) \right] \omega^2$$

$$I_c : \frac{1}{12} (a^2 + b^2) m + m(a^2 + b^2) \frac{1}{4} = \frac{1}{3} m(a^2 + b^2)$$

بین (2) و (3) F_D محوری است و F_c به مرکز می کند



$$F_D \Rightarrow Q = \int_0^t F_D dt$$

$$\Rightarrow \int_0^t \sum m_D dt = \Delta H_D$$

از گستره mg و نیز به علت
 معکوفی بودن آن در مقابل نیروی جاذبه F_D صرف نظر می‌کنیم

$$\Delta H_D = 0 \Rightarrow H_{D2} = H_{D3}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow -\frac{1}{12} m(a^2 + b^2) \omega_2 - \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2} \omega_2 \times \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \times \frac{b}{2} \times m \\ + \frac{m\sqrt{a^2 + b^2}}{2} \times \omega_2 \times \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \times \frac{a}{2} = -\frac{1}{3} m(a^2 + b^2) \omega_3 \end{aligned}$$

ω_3 ثابت می‌شود!!

$\Rightarrow$ حال می‌توانیم Q و $\mu_{\min}$ را بدست آوریم

$$\Rightarrow \int_0^t \sum F_x dt = \Delta G_x \Rightarrow$$

$$-Q_x = \frac{m\sqrt{a^2 + b^2}}{2} \omega_3 \times \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} - \frac{m\sqrt{a^2 + b^2}}{2} \omega_2 \times \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

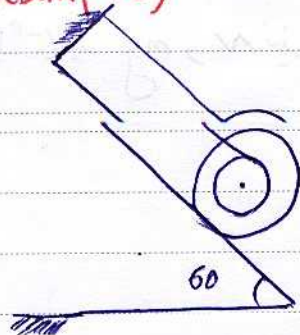
$$\int_0^t \sum F_y dt = \Delta G_y \Rightarrow$$

$$+Q_y = \frac{m\sqrt{a^2 + b^2}}{2} \times \omega_3 \times \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} - \frac{m\sqrt{a^2 + b^2}}{2} \omega_2 \times \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Rightarrow Q = \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2}$$

$$\mu_{\min} = \frac{Q_x}{F_x} = \frac{F_5}{F_x} = \mu_{\min}$$

example)



$$m = 5 \text{ kg}$$

$$r_1 = 0.1 \text{ m}$$

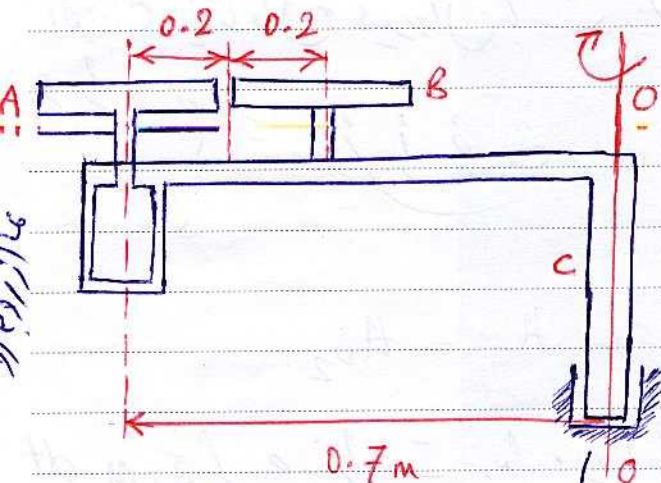
$$v_2 = 0.15 \text{ m/s}$$

$$k = 0.11 \text{ m}$$

$$\mu_s = 0.05, \mu_d = 0.04$$

سرعت مرکز دایک بر حسب تابعی از زمان = ؟
فرض مساله:
طتاب نسبت به مقرره لغزش ندارد.

سنه



$$\begin{aligned} m_A &= 18 \text{ kg} \\ k_A &= 85 \text{ mm} \\ r_A &= 0.2 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_B &= 5 \text{ kg} \\ k_B &= 0.14 \text{ m} \\ r_B &= 0.2 \text{ m} \end{aligned}$$

این یاتاقان روان است

$$m_C = 24 \text{ kg} \quad k_{\infty} = 0.45$$

شعاع زیراسیون C حول ۵۵

$$\omega_{1C} = \frac{2\pi \times 30}{60} \text{ rad/s} \downarrow$$

$$\omega_{AC} = \frac{2\pi \times 1720}{60} \text{ rad/s} \uparrow$$

A شامل میگردند، روتور و یک محور است
C شامل شفت ۱ شکل و استاتور الکتریکی و موتور است

C حول ۵۵ می میگردد الکتریکی و موتور خاموش است (A, B نسبت به C دوران ندارند) حال، کلید الکتریکی و موتور را می زنیم، هنگامی که دور الکتریکی

۱۷۲۰ دور بر دقیقه برسد ← ω_C را در این حالت باید بد:

(دور الکتریکی و موتور، دور استاتور نسبت به استاتور دارد)

اگر در C یا A یا B غیر روان باشد، با زخم برابر با مسکلی ایجاد نمی کند
 گشتاور را B به C و C به B وارد می کند که زوج عمل و عکس العمل
 هستند

$$\int \cancel{m_0} dt = \Delta H_0 \Rightarrow H_{01} = H_{02}$$

m_0 $\cancel{C}$ را چتر است زیرا، یا A یا B را چتر است و از فرض کردیم و از
 تفاوت هوا صرف نظر کردیم !!

گشتاور که بر محور استاتور وارد می کند و بر عکس، استاتور بر روتور
 وارد می کند، زوج عمل و عکس العمل هستند که دارای جبرش یکسان نیستند
 که کار آنها هم دیگر ارضی نمی کند $\Leftarrow E_1 \neq E_2$

حالت اولی مثال:
 چون سیستم یکبار عمل می کند $\Leftarrow H_{01} = I_{00} \cdot \omega$

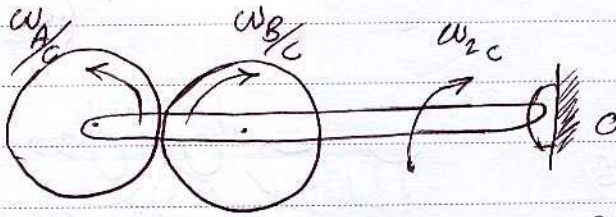
$$H_{01} = \pi (24 \times 0.45^2 + 5 \times 0.14^2 + 5 \times 0.3^2 + 18(0.085^2 + \dots))$$

$\bar{I}_{C00}$ $\bar{I}_{B00}$ $\bar{I}_{A00}$

با فرض اینکه جهت ω عوض نشود داریم:

$$H_0 = 24 \times 0.45^2 \omega + \bar{I} \omega + m \bar{r}^2 \omega$$

خارجی :



$$\omega_{A/C} = \omega_{B/C}$$

چون بین دو دسک غلش داریم
و شعاع دو دسک برابر است

$$I\omega = 5 \times 0.14^2 (57\pi + \omega_{2C}) + 5 \times 0.3 \omega_{2C} \times 0.3$$

$$H_{OB}$$

$$H_{OA} = I\omega + m\bar{v}d \rightarrow$$

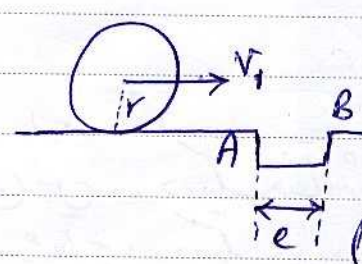
$$H_{OA} = 18 \times 0.085^2 (\omega_{2C} - 57\pi) + 18 \times 0.7^2 \omega_{2C}$$

$$\rightarrow H_{O_2} = 24 \times 0.45^2 \omega_{2C} + H_{OA} + H_{OB}$$

ایجاد واچمول ω_{2C} یافت می شود

important)

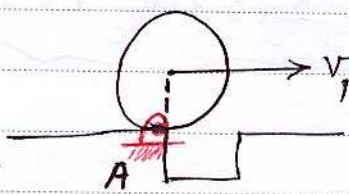
(example



دیسک که در حال غلتش است
به چاله ارمی رسد (دیسک کاملاً متحرک)

المانیزه و تحلیل کنید (افزایش دایره و گوشه)
 v_4 را باید بدید! (پیش زدن هم نداریم)

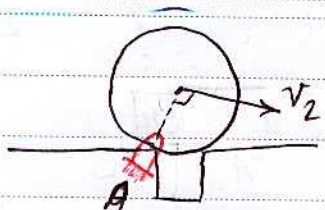
1:



در وضعیت 1، دیسک حول
می چرخد!

زمان قابل توجه $t_2 - t_1$
زمان بسیار کوچک $t_3 - t_2$
زمان قابل توجه $t_4 - t_3$

2:

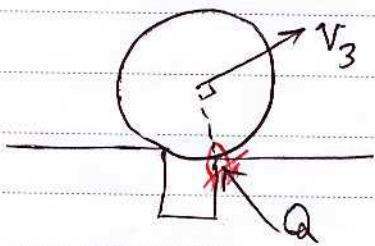


زمان 2 نسبت به هم
در وضعیت 2، دیسک به واسطه برخورد
دو می است (B)

بین 1 و 2، انکلاف کنند، انرژی نداریم

$\Rightarrow E_1 = E_2 \rightarrow v_2$ یافت می شود

3:



بین 2 و 3، چون به مرور زمان N_A
کاهش و N_B افزایش می یابد
در B ضربه خواهیم داشت

$\Rightarrow \int \sum M_B dt = \Delta H_B$

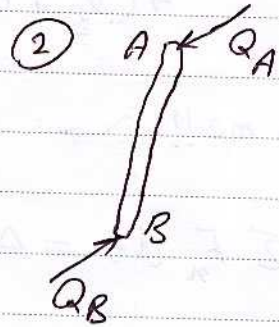
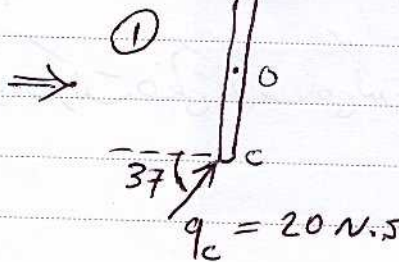
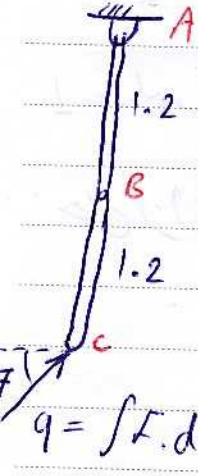
4:



$\Rightarrow H_{O_2} = H_{O_3} \Rightarrow v_3$ یافت می شود

example 2)

و هر کدام از لینک های این است
 زمان بسیار کوتاه است (۰-۰.۰۱) ثانیه
 { m = 4 kg }
 وارد شدن ضربه



$$q = \int F \cdot dt = 20 \text{ N.s}$$

$$\textcircled{1} \int_0^+ \Sigma M_B dt = \Delta H_B$$

حال داریم:

* وقتی تکلیف را به وارد می کنیم یک α خصوصی داریم در لینک های ایجاد می شود چون زمان بسیار کوتاه است $\leftarrow$ ω خصوصی نیست $\leftarrow$ این ω نمی تواند ۰ باشد $\leftarrow$ هندسه شکل تغییر نمی کند (طی زمان ۰-۰.۰۱)

(چرخش به سبب ضربه ندارد ω است نه α)

پس: باقراردادن دستگاه بر روی B داریم:

$$\vec{v} = \vec{v}_B + \omega \times \vec{r}_{B \rightarrow C}$$

چون به غیر ضربه است $\leftarrow$ v_B در راستای است

همچنین $\omega \times \vec{r}$ هم در راستای است $\leftarrow$ در راستای است

$$\Rightarrow \int_0^t \sum m_B dt = \Delta H_B \quad \checkmark \quad \text{برقرار است!!}$$

$$\rightarrow +20 \cos 37^\circ \times 1.2 = \frac{1}{12} \times 4 \times (1.2)^2 \omega_{BC} +$$

$$4(v_B + 0.6 \omega_{BC}) \times 0.6 \rightarrow \text{معادله 3 مجهول}$$

help me!! $\rightarrow$ حال از اندازه حرکت خطی یک می گیریم

$$\int \sum F_n dt = \Delta G_n \Rightarrow$$

$$20 \cos 37^\circ - Q_{B_n} = 4(v_B + 0.6 \omega_{BC})$$

$$\textcircled{2}: \int_0^t \sum m_A dt = \Delta H_A \Rightarrow$$

$$Q_{B_n} \times 1.2 = \frac{1}{3} \times 4 \times 1.2^2 \times \frac{v_B}{1.2}$$

$$\left(\omega_{BC}, Q_{B_n}, v_B \right) \text{ معادله 3 مجهول} \leftarrow$$

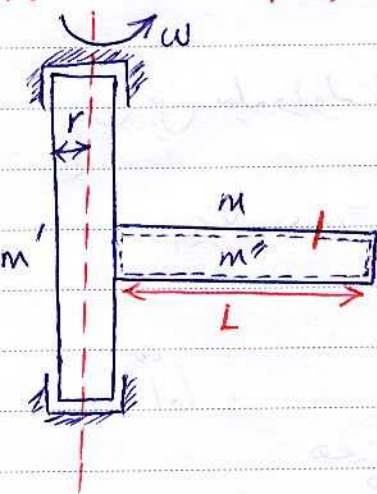
همچنین با خارج کردن معادله بعد از $\left(\int_0^t \sum F_n dt = \Delta G_n \right)$ می توانیم

را نیز بدست آوریم که اگر این کار را انجام دهیم، خواهیم دید که:

$$Q_{C_n} > Q_{B_n} > Q_{A_n}$$

$$\textcircled{1} \sum F_y dt = \Delta G_y \Rightarrow \left(\Delta G_y = 0 \right) \sum F_y dt = 0$$

New example)



پس مانع حرکت لوله با جرم m داخل لوله m می باشد!

به یکبار به پس می شکند، حال اگر میله به اندازه $\frac{L}{2}$ از داخل لوله بیرون بیاید

که سرعت شیبی که میله نسبت به لوله دارد، همچنین ω میله را باید بد.

فرضیات مسئله: یا تا قان لح روان هستند و مقاومت هوا ناچیز است

solve:

$$\int \sum M_o dt = \Delta H_o$$

$$\Delta H_o = 0 \Leftarrow \int \sum M_o dt = 0 \quad \leftarrow \text{باتوجه به فرضیات مسئله}$$

$$\rightarrow H_{o_1} = H_{o_2} \Rightarrow \quad (!: \text{حالتی است که پس می شکند})$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} m' r^2 \omega + \left(\frac{1}{12} m L^2 + m \left(\frac{L}{2} + r \right)^2 \right) \omega +$$

$$\left(\frac{1}{12} m'' L^2 + m'' \left(\frac{L}{2} + r \right)^2 \right) \omega = H_{o_1}$$

$$H_{o_2} = \frac{1}{2} m' r^2 \omega + \left(\frac{1}{12} m L^2 + m \left(\frac{L}{2} + r \right)^2 \right) \omega +$$

$$\frac{1}{12} m'' L^2 \omega + m'' (L+r) \omega \times (L+r)$$

$$\Rightarrow H_{O_1} = H_{O_2} \Rightarrow \omega \text{ به سمت می آید}$$

$$E_1 = E_2 \Leftarrow \text{چون بین سید و لوله اصطکاک وجود ندارد}$$

v_{rel} به سمت می آید

if: بین سید و لوله اصطکاک وجود داشته باشد

$$\Rightarrow E_1 \neq E_2$$

با ω

$$\text{همچنان: } H_{O_1} = H_{O_2} \text{ زیرا}$$

نیروی اصطکاک بین لوله و سید زوج عمل و عکس العمل هستند $\Leftarrow$ گتاورشان
 عمل و هم دیگر را خنثی می کنند

حال برای محاسبه v_{rel} داریم:

$$E_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{12} m' r^2 \right) \omega^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{12} m L^2 + m \left(r + \frac{L}{2} \right)^2 \right) \omega^2$$

$$+ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{12} m'' L^2 + m'' \left(r + \frac{L}{2} \right)^2 \right) \omega^2$$

$$E_r = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{12} m' r^2 \right) \omega^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{12} m L^2 + m \left(r + \frac{L}{2} \right)^2 \right) \omega^2$$

$$+ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{12} m'' L^2 \right) \omega^2 + \frac{1}{2} m'' \left(v_{rel} + ((L+r)\omega) \right)^2$$

$$\frac{1}{2} I \omega^2$$

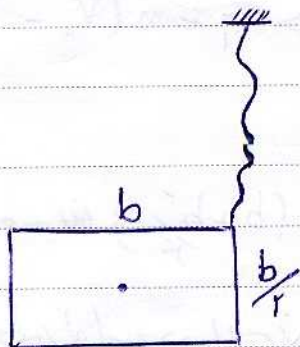
$$\frac{1}{2} m \bar{v}^2$$

$$\bar{v}^2 = v_{rel}^2 + ((L+r)\omega)^2$$

$$\Rightarrow E_1 = E_r \Rightarrow v_{rel} \text{ یافت می شود}$$

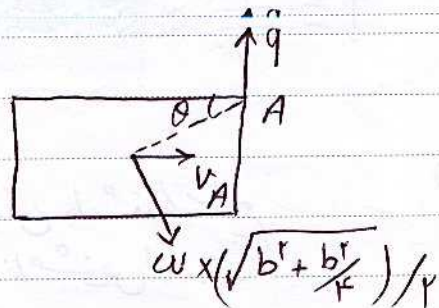
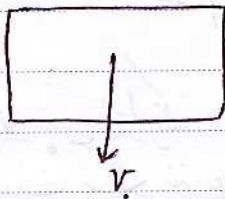
اگر یا ناآمان یا غیر واقع باشد اما گتاورشان را می دانست باشد

مثال:

جرم جعبه m است و در ابتداکوتاه: $\theta = 0$ استسرعت مرکز جعبه پس از اینکه طناب کاملاً
بسط شد؟

(پس از آن هم نداریم)

①



$$\vec{V} = \vec{V}_A + \omega \times \vec{r}$$

چون پس از آن نداریم $\rightarrow$ سرعت نقطه A عمود بر طناب است چون جعبه
پس از سفت شدن طناب با فرض عدم پس زش، حول نقطه A می چرخد

حال داریم:

$$\int_0^t \sum F_n dt = \Delta G_n \Rightarrow \left(\sin \theta = \frac{b}{2\sqrt{b^2 + \frac{b^2}{4}}} \right)$$

$$0 = m \left\{ \vec{V}_A + \omega b \times \frac{\sqrt{1.25}}{2} \times \frac{1}{2\sqrt{1.25}} \right\} \Rightarrow \vec{V}_A = -\frac{\omega b}{4}$$

حال ۲ مجهول داریم و ۱ معادله !!

$$\int_0^t \sum F_y dt = \Delta G_y$$

$$\Rightarrow q = m \left(-\frac{\omega b \sqrt{1.25}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{1.25}} + v_r \right) \Rightarrow q = m \left(v_r - \frac{\omega b}{r} \right)$$

$$\int \bar{L} \, dt = \Delta \bar{H} \Rightarrow q \times \frac{b}{r} = \frac{1}{r} m (b^r + b_{rc}^r) \omega$$

در لحظه اول، دوران نداریم (فقط انتقال داریم) $\Leftarrow \omega$ صفر است

$$\Rightarrow q = \frac{1}{7} m \times 1.25 \times b \omega \Rightarrow \text{3 معادله، 3 مجهول} \quad \leftarrow v_A \text{ یافت می شود}$$

حالت v_A پس از اینکه $\rightarrow$ بین زشت داشته باشیم
 قطب سفت شد نیز علاوه بر اندازه اش نامشخص است

یک مجهول دیگر به معادلات ما اضافه خواهد شد $\Leftarrow$ 3 معادله، 4 مجهول

در ادامه حل این ساله داریم:

$$\Rightarrow \bar{\omega} = \frac{v_r}{0.7b}, \quad \bar{v}_A = -0.35 \bar{v}_r$$

$$\bar{v} = \left(-0.35 v_r + \frac{v_r}{4 \times 0.7} \right) i - \frac{v_r}{1.4} j = \frac{-v_r}{1.4} j$$

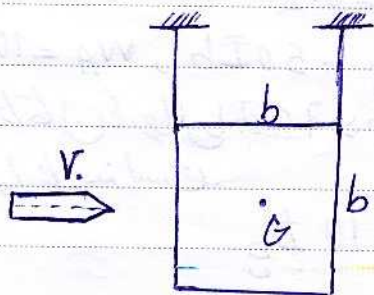
$$\Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} m v_r^2, \quad E_r = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$\rightarrow E_2 = \frac{1}{2} m \frac{v_r^2}{1.96} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{12} m (b^r + b_{rc}^r) \right) \frac{v_r^2}{b^r \times 0.49}$$

$$\rightarrow E_r = 0.36 m v_r^2 \Rightarrow E_1 \neq E_r$$

example)

good!!



گلوله از جرم m و با سرعت اولیه v .

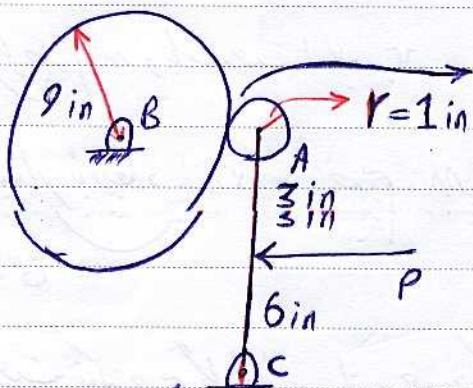
جعبه از با ابعاد $b \times b$ و جرم M
بر خوردنی کند

که سرعت مرکز جرم گلوله پس از برخورد گلوله

پایه بود.

زمان برخورد گلوله با جعبه بسیار کوتاه است $\Rightarrow$ هندسه شکل تغییر نمی کند

~ new example ~

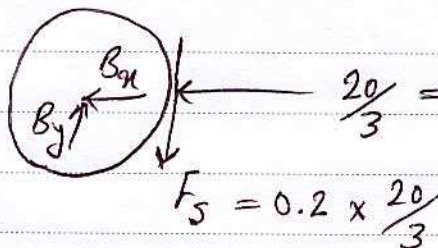
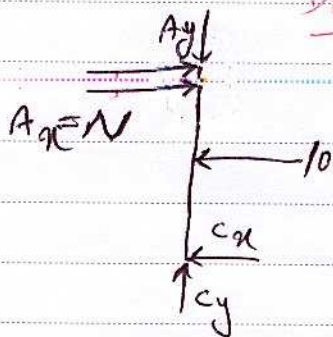


$\mu_k = 0.2$
 $W_B = 50 \text{ Lb}$, $W_A = 10 \text{ Lb}$
 تمام نیروها را می‌نویسیم و معادله
 ها را می‌نویسیم.
 $P = 10 \text{ Lb}$

سرعت $\omega_A \equiv \frac{1200 \times 2\pi}{60} \equiv 40\pi \text{ rad/s}$
 ثابت است (الکتروموتور را به A وصل کردیم)

در ابتدا 2 دیسک با هم تماس ندارند $\Leftarrow$ با اعمال نیرو P ، دو دیسک با هم
 تماس می‌دهم $\Leftarrow$ را تجزیه و تحلیل کنید!! (هر چیزی رو که می‌توانید
 بدست بیاورید)
 در ابتدا:

لغزش داریم و پس با افزایش $\omega_B \Leftarrow$ لغزش به غلش تبدیل می‌شود
 و دو دیسک با سرعت ثابت نسبت به هم خواهند چرخید.



$N \times 9 = 10 \times 6 \Rightarrow N = \frac{20}{3} \quad \Leftarrow \quad \sum M_C = 10 \times 6$

که پس از 10 s، سرعت زاویه‌ای دیسک بزرگ را بیابید. (مهندسی مکانیک)

ابتدا زغال تبدیل لغزش به غلش را می یابیم $\leftarrow$

$$iP: t_c < t_0$$

ω دیسک بزرگ ، ω را راست که غلش داریم

else:

باید صحت بگیریم!! (hard!)

$$\Rightarrow \int_0^t \Sigma m_B dt = \Delta H_B \Rightarrow$$

$$\left(\frac{4}{3} \times \frac{9}{12}\right) t = \frac{1}{2} \times \frac{50}{32.2} \times \left(\frac{9}{12}\right)^2 \omega_2 \quad (1)$$

وقتی لغزش تبدیل به غلش می شود $\leftarrow \omega$ تغییر نخواهد کرد
 f_s باید صفر شود زیرا ضرایب زاویه الزام صفر خواهد شد!

البته اگر حالت ایده آل را در نظر بگیریم (یا همان روان) و تفاوت هوانا صیر!

$\leftarrow$ حتی اگر لغزش به غلش تبدیل شود باز هم f_s خواهیم داشت
 یعنی به طور کلی:

f_s مرتباً بگیر سیستم است (پس از لغزش)

f_s در غلش می تواند بین

$f_{s, \max}$ تغییر کند. ok!!

در لحظه که غلش آغاز خواهد شد $\leftarrow \omega_1 = \omega_2$

$\Rightarrow$

$$r_1 \omega_1 = r_2 \omega_2 \Rightarrow \omega_2 = \frac{1200 \times 2\pi}{60 \times 9}$$

$$\left(\frac{4}{3} \times \frac{9}{12}\right) t_c = \frac{1}{2} \times \frac{50}{32.2} \times \left(\frac{9}{12}\right)^2 \times \frac{1200 \times 2\pi}{60 \times 90}$$

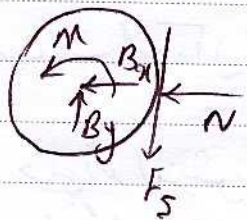
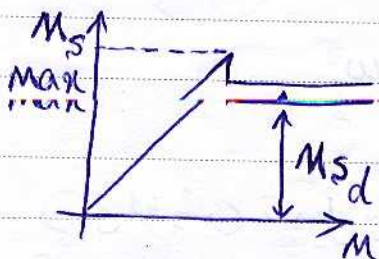
$$1200 \times 2\pi$$

if $t < t_c \Rightarrow$ فعال استقیماً در معادله $\perp$ گذاشته و ω را محاسبه می کنیم

good example)

مثال در ادامه همان مثال، اگر مفصل B غیر روان باشد ←
 ← تحلیل کنید!

مقدار گشتاور مقاوم مفصل B ←



$$\sum M_B = m \Rightarrow F_s \cdot r = m$$

$$\rightarrow m = \frac{4}{3} \times \frac{9}{12} = 1 \text{ Lb. Ft}$$

if $m > m_s \Rightarrow$ دیسک بزرگ فواصل می خیزد
 else:

دیسک بزرگ نخواهد چرخید

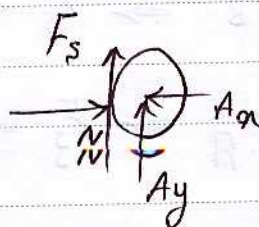
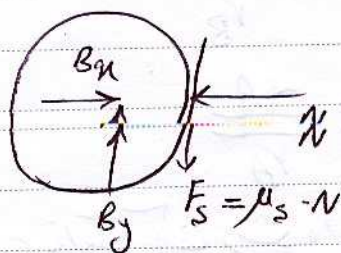
← با در نظر گرفتن

$$m_{sd} = 0.7, m_{s_{max}} = 0.8 \text{ جابجایی داریم!!}$$

$$\rightarrow \int_0^t \sum M_B dt = \Delta H_B \Rightarrow$$

$$\left(\frac{4}{3} \times \frac{9}{12} - 0.7 \right) t = \frac{1}{r} \left(\frac{50}{32.2} \right) \left(\frac{3}{4} \right)^2 \omega^2$$

اگر $\rightarrow 0 \rightarrow \mu_s \leftarrow$ مساله گویا حل می شود!! $\Rightarrow$ (example) WOW
 $\frac{21}{100}$
 حال اگر در همان مثال اول، اگر ω_A ثابت نباشد (الکترو موتور به A متصل نباشد)
 که با تجزیه و تحلیل مساله، هر چیزی را که می توانید (تایید کنید) بنویسید (یا رد کنید) یا بگویید:
 اگر ω_A ثابت نیست $\Rightarrow$ قبل از برخورد دو دیسک با هم، همان ω_A بنویسید
 که در مثال به ما داده اند



$$\sum \mathcal{M}_C = 0 \Rightarrow N = \frac{20}{3}$$

$$\int_0^+ \sum \mathcal{M}_A dt = \Delta \mathcal{H}_A \Rightarrow$$

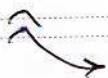
$$\left(\frac{4}{3} \times \frac{1}{12}\right)t = \frac{1}{r} \left(\frac{10}{32.2}\right) \left(\frac{1}{12}\right)^2 \omega_A + \frac{1}{r} \left(\frac{10}{32.2}\right) \left(\frac{1}{12}\right)^2 \times 40\pi$$

معین:

$$\int_0^+ \sum \mathcal{M}_B dt = \Delta \mathcal{H}_B \Rightarrow \left(\frac{4}{3} \times \frac{1}{12}\right)t = \frac{1}{r} \left(\frac{50}{32.2}\right) \left(\frac{3}{4}\right)^2 \omega_B$$

حال اگر نخواهیم t_c را بیابیم داریم:

$$1 \times \omega_A = 9 \times \omega_B$$

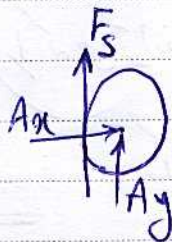
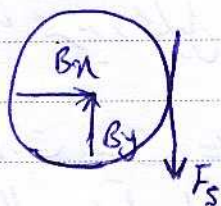


t_c پیدا می شود!!

question)

چرا وقتی غلتش آغاز می شود، $F_s = 0$

برای:



$$F_s \times r_B = \bar{I}_B \alpha_B \Rightarrow F_s = \bar{I}_B \times \frac{\alpha_B}{r_B}$$

$$F_s \times r_A = \bar{I}_A \alpha_A \Rightarrow F_s = \bar{I}_A \times \frac{\alpha_A}{r_A}$$

$$r_A \alpha_A = r_B \alpha_B$$

چون غلتش آغاز شده است $\alpha_B = \alpha_A$

$$\bar{I}_B \frac{r_A \alpha_A}{r_B} = \bar{I}_A \frac{\alpha_A}{r_A} \Rightarrow$$

$$\frac{\bar{I}_B}{\bar{I}_A} = \frac{r_B}{r_A} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} m_B r_B^2}{\frac{1}{2} m_A r_A^2} \Rightarrow m_B = m_A$$

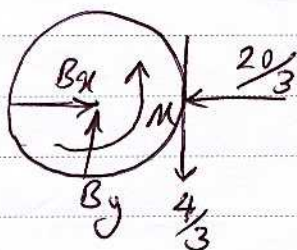
لذا می تواند که $m_B = m_A$ F_s باید منفی باشد

تذکره: در مهندسی، بررسی نقطه یا نقطه یا شرایط خاص، ملاک برای حل مسائل نیست

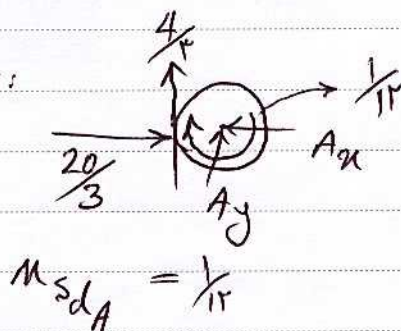
top example)

دوباره در همان مثال! اگر در فاصل A و B گشتاور مقاوم وجود داشته باشد (غیر روان باشند) ← زمان توقف سیستم را باید بی (آیا) 2 دیک (بهم متوقف می شوند؟)

B:



A:



Solve:

②: $\int_0^t \sum M_B dt = \Delta H_B \Rightarrow$

$$\left(\frac{4}{3} \times \frac{2}{12} - 0.7 \right) t = \frac{1}{r} \left(\frac{50}{32.2} \right) \left(\frac{2}{12} \right)^2 \omega_B$$

①: $\int_0^t \sum M_A dt = \Delta H_A \Rightarrow$

$$\left(\frac{4}{3} \times \frac{1}{12} + \frac{1}{12} \right) t = -\frac{1}{r} \times \left(\frac{10}{32.2} \right) \left(\frac{1}{12} \right)^2 \omega_A +$$

$$\frac{1}{r} \left(\frac{10}{32.2} \right) \left(\frac{1}{12} \right)^2 \times 40 \pi$$

$$1 \times \omega_A = 9 \omega_B \quad \checkmark$$

اضمن، تبدیل لغزش به غلتش

else :

با هم متوقف خواهند شد!

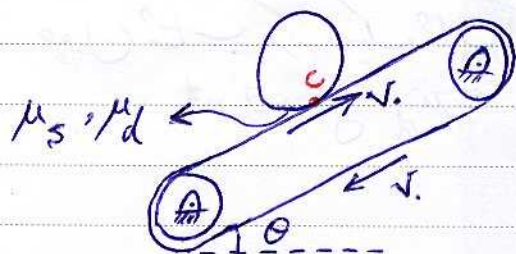
حال این زمان توقف را چگونه بیابیم؟

دوسری

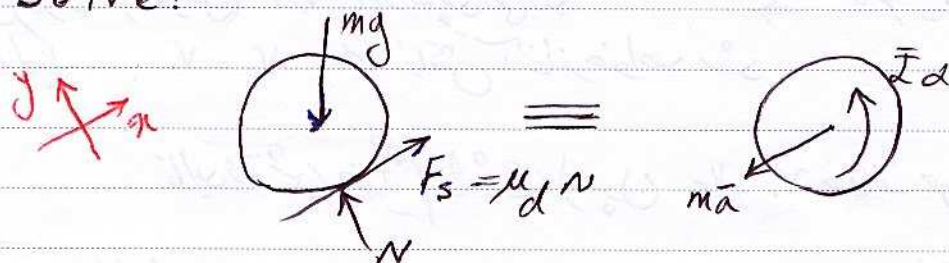
١٤٠٠

دیسکی بہ عدم عطفاع m و n
 بدو در سطح مقابل از مرکز گرفته است

← تسبیح با سرعت ثابت می چرخد
← بررسی حرکت دیسک :



Solve:



۱۷
تَقْطَعُكَ دَرِ ابْتَدَا لِقَرْنٍ دَارِ عِمِ چُون د
ابتدا سرعت دسک صفر است اما سرعت
ت. ب. است اما از لحاظ ای. سرعت دسک برابر آ. شود یعنی غلظت خواهیم داشت
بعض لقرن:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N = mg \cos \theta$$

$$\sum F_x = m \bar{a}_x \Rightarrow \mu_d \times mg \cos \theta - mg \sin \theta = -m \bar{a}$$

$$\bar{a} = g (\sin \theta - \mu_d \cos \theta)$$

$$\sum \bar{\mu} = \bar{I} \alpha$$

$$\bar{\alpha} = g (\sin \theta - \mu_d \cos \theta)$$

$$\Sigma \bar{m} = \bar{I} \alpha \rightarrow \mu_d m g \cos \theta \times r = \frac{1}{r} m r^2 \alpha$$

$\Rightarrow \alpha = 12\pi$

$$V_c = \bar{V} + \omega \times r$$

$$\text{با فرض: } \sin \theta > \mu_d \cos \theta$$

$$V_c = -\bar{V} + r\omega \quad \alpha = \text{const} \quad \bar{V} = \bar{a}t, \quad \omega = \alpha t \leftarrow (\bar{a} = \text{const})$$

$$V_c = -g(\sin \theta - \mu_d \cos \theta)t + 2\mu_d g \cos \theta \cdot t$$

$$\rightarrow V_c = g t (3\mu_d \cos \theta - \sin \theta)$$

این حرکت (لغزش) تا زمانی ادامه پیدا می کند تا این که $V_c = V_0 \leftarrow$ غلش آغاز خواهد شد

else:

تا بد لغزش خواهیم داشت (چون V_c و V_0 خلاف جهت هستند)

← با افزایش زمان V_c همان طور افزایش خواهد یافت (غلش نداشتیم)

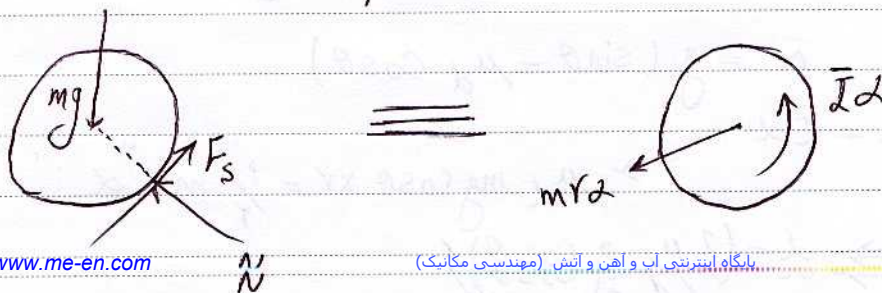
حال در حالت ۱، زمانی که لغزش به غلش تبدیل می شود (ما می توانیم این گونه بنویسیم)

$$V_c = V_0 \rightarrow$$

$$t_c = \frac{V_0}{g(3\mu_d \cos \theta - \sin \theta)}$$

$$\Rightarrow 3\mu_d \cos \theta > \sin \theta$$

حال زمان بعد از t_c را بررسی می کنیم



$$\sum F = m\bar{a} \Rightarrow F - mg \sin \theta = -mr\alpha \Rightarrow F_c = -mr\alpha + mg \sin \theta$$

$$\sum \bar{M} = \bar{I} \alpha \Rightarrow F_s \cdot r = \frac{1}{r} m r^2 \alpha \Rightarrow F_s = \frac{1}{r} m r \alpha$$

$$\rightarrow \frac{1}{r} r \alpha = -r \alpha + g \sin \theta \Rightarrow \frac{3}{2} r \alpha = g \sin \theta \Rightarrow \alpha = \frac{2}{3r} g \sin \theta$$

$$\rightarrow F_s = \frac{1}{r} m \times \frac{2}{3} g \sin \theta \Rightarrow F_s = \frac{mg}{3} \sin \theta$$

حال سرعت مرکز دسک را در لحظه ابتدایی غلتش (لحظه آخر لغزش) را می یابیم

$$\bar{v} = r\omega - v_c = r\omega - v, \quad \omega = \alpha t_c, \quad \alpha = \frac{2\mu_d g \cos \theta}{r}$$

$$\rightarrow \bar{v}_2 = v_c \left(1 + \frac{2\mu_d \cos \theta}{3\mu_d \cos \theta - \sin \theta} \right)$$

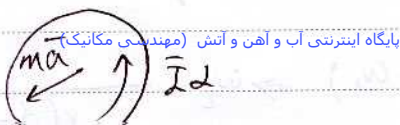
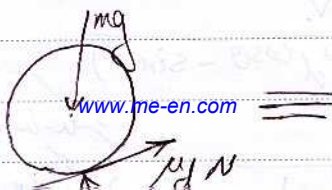
حال $\bar{v}$ را در موقعیت 3 می یابیم:

$$\bar{v}_3 = v_c + r\omega, \quad \omega = \omega_2 + \alpha t \Rightarrow \bar{v}_3 = v_c + (\omega_2 + \alpha t) r$$

نیرو اصطکاکی بین 1-2 ، 2-3 با هم کاملاً متفاوت است.

112 سفید 118
 112 سفید 118

در جام موسیقی مثال را دوباره حل کردیم



$$\Rightarrow N = mg \cos \theta$$

$$\Sigma F_n = m \bar{a}_n \Rightarrow \mu_d \cdot mg \cos \theta - mg \sin \theta = -m \bar{a}$$

$$\rightarrow \bar{a} = g(\sin \theta - \mu_d \cos \theta) \quad \text{باینس: } \sin \theta > \mu_d \cos \theta$$

$$\Sigma \bar{M} = I \alpha \Rightarrow \mu_d \cdot mg \cos \theta \times r = \frac{1}{2} m r^2 \alpha \Rightarrow$$

$$\alpha = \frac{2 \mu_d \cdot g \cos \theta}{r}$$

عال درایان لغزش:

$$v_c = \bar{v} + \omega \times r \Rightarrow v_c = g(\sin \theta - \mu_d \cos \theta) t + (2 \mu_d g \cos \theta) t$$

$$v_c = a t + v_{c0} \Rightarrow v_c = g t (-\sin \theta + 3 \mu_d \cos \theta)$$

$$\text{باینس: } 3 \mu_d \cos \theta > \sin \theta$$

$$\text{if } v_c = v \rightarrow$$

else:

هیچگاه غلش آغاز نخواهد شد!

غلش آغاز می شود

$$\Rightarrow v_c = v \Rightarrow t_c = \frac{v}{g(3 \mu_d \cos \theta - \sin \theta)}$$

criticle

①

لغزش داریم

②

غلش آغاز می شود

③

غلش داریم

$$\Rightarrow \omega_2 = \alpha t_c = \frac{2 \mu_d g \cos \theta}{r} \times \frac{v}{g(3 \mu_d \cos \theta - \sin \theta)}$$

$$(w_2 = \alpha t + w_1) \Rightarrow w_2 = \frac{2v}{1 - \tan \theta}$$

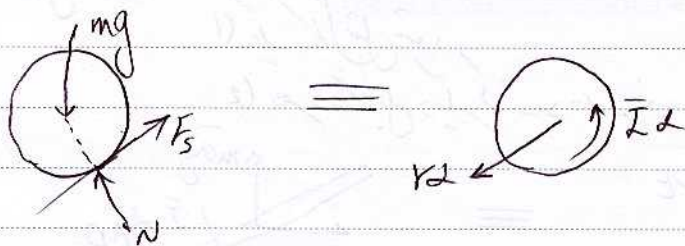
↑
 چون با دایره غلش
 = $\frac{v}{1 - \tan \theta}$

$$\vec{v}_2 = \vec{a}t + \vec{v}_1 \Rightarrow \vec{v}_2 = g(\sin\theta - \mu_d \cos\theta) \frac{V}{g(3\mu_d \cos\theta - \sin\theta)}$$

$$\vec{v}_2 = V \frac{\sin\theta - \mu_d \cos\theta}{3\mu_d \cos\theta - \sin\theta} \Rightarrow \vec{v}_2 = V \frac{\tan\theta - \mu_d}{3\mu_d - \tan\theta}$$

کے چونکہ بہت سے ہیں دست آمد $\vec{v}_2$ ہم بہت سے ہیں اس بات

3 حال و صورت



$$\sum F_x = m\bar{a}_x \Rightarrow F_s - mg \sin\theta = -mr\alpha$$

$$\sum \bar{M} = I\alpha \Rightarrow F_s \cdot r = \frac{1}{2}mr^2\alpha$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mr\alpha - mg \sin\theta = -mr\alpha \Rightarrow$$

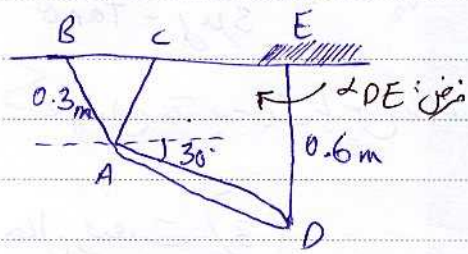
$$\frac{3}{2}r\alpha = g \sin\theta \Rightarrow \alpha = \frac{2}{3r}g \sin\theta$$

$$\Rightarrow \omega_3 = \omega_1 + \alpha t \Rightarrow \omega_3 = \frac{2v}{r(3 - \frac{\tan\theta}{\mu_d})} + \frac{2}{3r}g \sin\theta \cdot t$$

$$\Rightarrow \vec{v}_3 = V - r\omega_3 \Rightarrow \vec{v}_3 = V - \left(\frac{2V}{3 - \frac{\tan\theta}{\mu_d}} \right) - \frac{2}{3}g \sin\theta \cdot t$$

example)

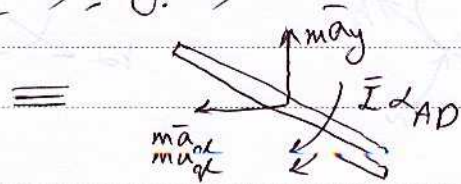
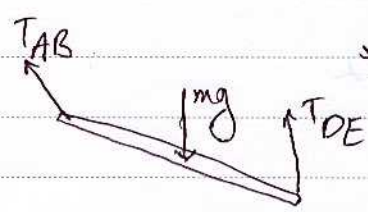
$m = 12 \text{ kg}$, 1.2 m



بسته تو 3 کابل مهارت شده است طول بیل 1.2m
 بیل از 3 کابل رابده دلفا به پاره می کنه
 وضعیت حرکت بین از پاره شدن یک از کابل ها
 (ثبت پاره شدن دو کابل دیگر ستی است)

کابل AC رابده می کنه
 2 فرض محتمل است:

- (1) یک کابل شل شود
- (2) هر دو کابل دیگر کشیده شوند



3 معادله و 5 مجهول

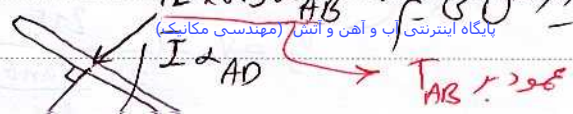
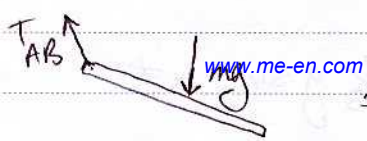
$$\bar{a} = a_{At} + \bar{\omega} \times r \Rightarrow$$

$$\bar{a} = 0.3 \alpha_{AB} (-\cos 30^\circ \mathbf{i} - \sin 30^\circ \mathbf{j}) + 0.6 \alpha_{AD} (-\sin 30^\circ \mathbf{i} - \cos 30^\circ \mathbf{j})$$

$$\bar{a}_n \mathbf{i} + \bar{a}_y \mathbf{j} = -0.6 \alpha_{DE} \mathbf{i} + 0.6 \alpha_{AD} (\sin 30^\circ \mathbf{i} + \cos 30^\circ \mathbf{j})$$

7 معادله و 7 مجهول

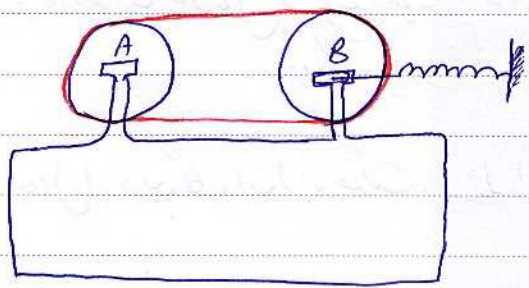
اما است وضع کدام از کابل ها از سیستم خارج نمی شود
 اما اگر یکی از دو کابل منفصل شود یعنی آن کابل از مدار خارج شده است و باید مجدداً
 به صورت زیر حل می کنیم:



12 x 0.3 α_{AB}
 (پایگاه اینترنتی آپ و آئی و آئی (مهندسی مکانیک))
 محود بر TAB

example)

سه و صریح دنده که مطلوب است
2 پولی و یک سه و دو دینک میخوام
که وزن آنرا معلوم است توسط یک
خیز کشش اولیه در سه که ایجاد می شود



$$W_A = W_B = 30 \text{ Lb}$$

$$F = 15 \text{ Lb} \quad r = 1.5 \text{ Ft}$$

$$M_A = 20 \text{ Lb. Ft}$$

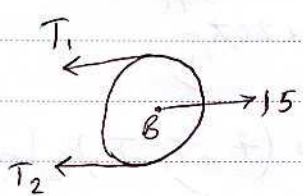
$$\Rightarrow \begin{cases} t = ? \\ \omega = 600 \text{ rpm} \end{cases}$$

دور می چرخد

$$\begin{cases} T_1 = ? \\ T_2 = ? \end{cases}$$

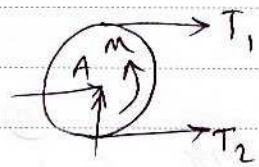
کشش در دو طرف سه
غرض: جرم سه ناچیز است؛

./ solve /.



$$\begin{aligned} \sum M_B = 0 &\Rightarrow T_1 r - T_2 r = 0 \\ &\Rightarrow T_1 = T_2 = T \\ 15 &= 2T \Rightarrow T = 7.5 \end{aligned}$$

حال دستگاه را روشن می کنیم (الکترو موتور / A می باشد):



$$\sum M_A = M + T_2 r - T_1 r = 0$$

* اگر دور ثابت باشد در نهایت $\alpha = 0$ می شود و عبارت بالا برابر صفر خواهد شد

$\Rightarrow$

$$M = (T_1 - T_2) r \rightarrow$$

زمانی صحیح است که دور ثابت باشد

* هر چه M بیشتر $T_1 - T_2$ بیشتر می شود یعنی T_1 همین طور بیشتر از T_2 می شود
تقریباً 2 بار زنجیر در میانه که البته حالت خوبی نیست چون امکان در رفتن وجود دارد

سیستم از کار بیفتد

ولی در اینجا به دنبال شرایطی میگردیم که دور ثابت شده یعنی
 $m + T_2 r - T_1 r = \dot{Q}$ دین گاه بشود ←

حال از دین گاه اندازه حرکت، مثل ابررسی میکنیم :

$$\int_0^t \sum m_A dt = \Delta H_A$$

$\Rightarrow (m + T_2 r - T_1 r) t = H_{2A} - H_{1A}$ در سیستم انگلیسی هیچ گاه حجم را نمی دهند

$$(m + T_2 r - T_1 r) t = H_{2A}, \quad H_{2A} = \frac{1}{2} \times \underbrace{\frac{30}{32.2}}_{m_A} \times \underbrace{(1.5)^2}_r \times \underbrace{\left(\frac{2\pi \times 600}{60}\right)}_{\omega}$$

$$\Rightarrow (20 + 1.5(T_2 - T_1)) t = \frac{15}{32.2} \times 1.5 \times 20\pi \quad (1)$$

یک معادله و 3 مجهول (t, T_2, T_1) پس به سراغ کاه میرویم و همین معادله را تکرار می کنیم
 * باید بینیم که در کاه مصرف کننده داریم که در این صورت باید کاه متناوب و مقاوم در برابر دهنیم و اگر در غیر این صورت کاه متناوب و مقاوم نداریم.

$$\int_0^t \sum m_B dt = \Delta H_B \Rightarrow$$

$$(T_1 r - T_2 r) t = H_{2B} = \frac{1}{2} \times \frac{30}{32.2} \times (1.5)^2 \times \left(\frac{2\pi}{60} \times 600\right) \quad (2)$$

و که برابر است زیرا شعاع یکسان است پس سه و سه تا معادله لغزش وجود

ندارد که 2 معادله و 3 مجهول $\Rightarrow$ باید به دنبال معادله سوم باشیم $\Leftarrow$

*** در شرایط دینامیکی، چرخ دنده B در راستای α دارای شتاب مثبت F_n است.

- باز زمانی معتبر است که T_2 صفر نشود.

3 معادله و 3 مجهول
 * حال اگر دور را مجهول قرار دهیم (گشتاور تعادلی متناسب دور می باشد)

بین سه وجه دنده لغزش نداریم، برای این کار نیاز به حداقل اصطکاک داریم:

زاویه بین T_1 و T_2 که بر حسب β :
 static: $\frac{T_1}{T_2} = e^{\mu\beta}$
 $T_1 > T_2$ باشد $\leftarrow$ رادیان است

$$\Rightarrow \ln \frac{T_1}{T_2} = \mu\beta \Rightarrow$$

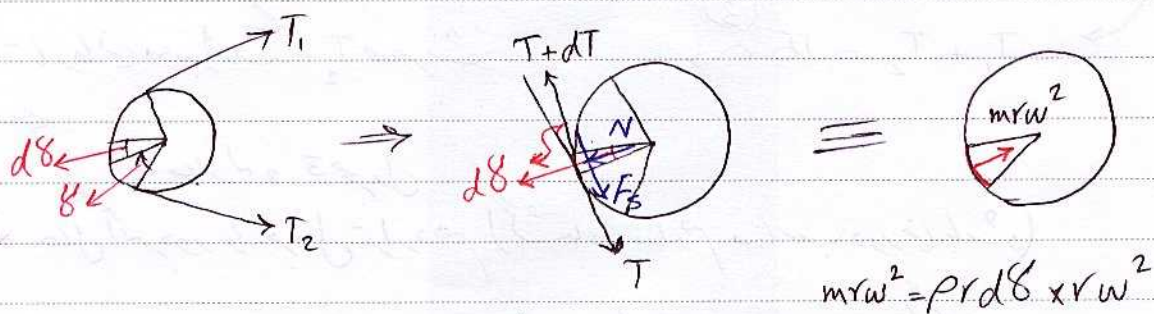
هر چه اختلاف T_1 و T_2 بیشتر باشد $\ln$ بزرگتر $\leftarrow$ μ برابر عدم لغزش باید بیشتر
 که باید یا μ را زیاد کنیم یا β ، که این اوصاف در شرایط استاتیکی بود و در دینامیک اگر وزن سه مطرح شود $\leftarrow$ کار کمی متق می کند

* گشتاور انتقالی به اختلاف T_1 و T_2 بستگی دارد.

الکتریکی pulli به اندازه اثر متق داشته باشد، شکل به صورت روبه رو تبدیل می شود
 که لغزش در چوبی اتفاق می افتد که زاویه تماس کمتر داشته باشد

continue on the next page $\Rightarrow$

بیکره آزاد نیله کوچ از سمت راست می کشیم



* شکل را در صفحه افق می کشیم تا از وزن صرف نظر کنیم
هدف : $\max$ گشتاور انتقالی را می خواهیم پیدا کنیم

محدودیت : $\max$ گشتاور انتقالی کوکس و باید کردن می باشد یعنی در آستانه لغزش
و $F_s = \mu_s N$

زمانی که هنوز دور زنجاری نرسیده است و یا رسیده (2 حالت)

1) ابتدا دور زنجاری $\alpha = 0$ بین فقط شتاب نوکل داریم ρ (kg/m) جرم واحد طول شتاب

$$\Rightarrow \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \text{m}^2 = \frac{\text{kg}}{\text{m}} = \rho$$

$\Rightarrow$ اگر چگالی را دادند

اصلی و لامبدا

در بیکره آزاد هر چی وجود دارد برعکس می کشیم و در بیکره می کشیم
قرار می دهیم و می گوئیم در بیکره می کشیم، یک نیروی گرینز از مرکز وارد می شود و بیکره آزاد
شتاب را حذف می کنیم

continue on the next page

دیگر مثبت دره می باشد چون المان کوچک می باشد:

$$\sum F_t = ma_t$$

$$\Rightarrow (T + dT) \cos \frac{d\theta}{2} - T \cos \frac{d\theta}{2} - F_s = 0$$

← دور ثابت است!

$$\Rightarrow dT = \mu_s N \quad (1)$$

$$\sum F_n = ma_n \Rightarrow N - (T + dT) \sin \frac{d\theta}{2} - T \sin \left(\frac{d\theta}{2} \right) = r^2 \omega^2 \rho d\theta$$

معادله مشتقات: $\sin \frac{d\theta}{2} = \tan \frac{d\theta}{2} = \frac{d\theta}{2} \quad \frac{d\theta}{2} \rightarrow 0$

$$\Rightarrow N - T d\theta = (r\omega)^2 \rho d\theta \Rightarrow N = (T + \rho(r\omega)^2) d\theta \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow dT = (T + \rho(r\omega)^2) d\theta \times \mu_s$$

$$\Rightarrow \int_{T_2}^{T_1} \frac{dT}{T + \rho(r\omega)^2} = \int_0^\beta \mu_s d\theta \quad \xrightarrow{\text{انتگرال بگیریم}}$$

β ، از هندسه شکل بدست می آید درم

$$\Rightarrow \ln(T + \rho(r\omega)^2) \Big|_{T_2}^{T_1} = \mu_s \beta \Rightarrow \ln \frac{T_1 + \rho(r\omega)^2}{T_2 + \rho(r\omega)^2} = \mu_s \beta$$

$$\Rightarrow \frac{T_1 - \rho(r\omega)^2}{T_2 - \rho(r\omega)^2} = e^{\mu_s \beta} \quad \xrightarrow{\text{لازم}}$$

← متقی درست است

← اگر لازم از اختیار کمتر بود، عملی است

در غیر این صورت عملی نیست

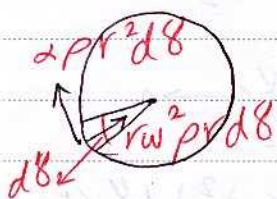
(متقی درست است چون جهت را اشتباه گرفته بودیم)

حال به ازای یک T_1 و T_2 است، هر چه $(rvw)^2$ بیشتر شود که در کل بزرگتر می شود.

به β μ بیشتر نیازمند هستیم، هر چه μ بزرگتر باشد نیاز به μ بیشتری داریم
یعنی هر چه μ بزرگتر کنیم مناسب تر می باشد.

ابطال بالا در کتاب طراحان آشنای فوایم (صفحه قبلی)

* حال اگر دور است نباشد، در یکپاره ای استاب داریم.



$$\Rightarrow \sum F_t = ma_t \Rightarrow$$

$$(T+dT) \cos \frac{d\theta}{2} - T \cos \frac{d\theta}{2} - F_s = pr^2 \alpha d\theta$$

$$\Rightarrow dT - F_s = pr^2 \alpha d\theta$$

اگر در شرایط مانع استوار باشیم $\Leftarrow$

$$dT - \mu_s N = pr^2 \alpha d\theta \quad (1)$$

$$\sum F_n = ma_n \Rightarrow -N + (T+dT) \sin \frac{d\theta}{2} + T \sin \frac{d\theta}{2} = pr^2 \omega^2 d\theta$$

$$\Rightarrow N = -pr^2 \omega^2 d\theta + T d\theta \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow dT = \mu_s (T - pr^2 \omega^2) d\theta + pr^2 \alpha d\theta$$

$$\Rightarrow dT = d\theta (\mu_s T - \mu_s pr^2 \omega^2 + pr^2 \alpha)$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{\mu_s T - \mu_s pr^2 \omega^2 + pr^2 \alpha} = d\theta \quad \text{میکشیم}$$

$$\ln \frac{\mu_s T_1 - \mu_s pr^2 \omega^2 + pr^2 \alpha}{\mu_s T_2 - \mu_s pr^2 \omega^2 + pr^2 \alpha} = \mu_s \beta$$

چون در هر دو طرف μ
داریم $\Leftarrow$ نمی توانیم زیاد
در آن جفت کنیم

مگر اگر μ داریم باید در این رابطه صحت کند وگرنه به این مرحله نخواهیم رسید.

جمع بنڈال

* اگر نیروی خواسته شود $\leftarrow$ روش نیرو

* کتاب = $P \leftarrow$ روش نیرو

* بعد از طی مسافت مشخص یا بعد از طی زمان مشخص یا زاویه مشخص $\leftarrow$ سرعت $\leftarrow$ خواسته شود $\leftarrow$ Energy Method ، روش اندازه حرکت

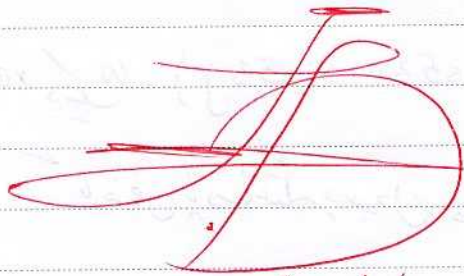
مسافت $\rightarrow$ $\leftarrow$ زمان

* بعد از طی مسافت مشخص $\leftarrow$ سرعت چند نقطه یا سرعت زاویه ای $\leftarrow$ روش انرژی

کار عامل خارجی بود

اگر بحث کار نیرو اصطکاکی پیش بیاید، موقعی که نیرو اصطکاکی به نقطه وارد شود در نقطه سرعت داشته باشیم البته در راستای نیرو اصطکاکی، در لغزش معمولاً این گونه اما اگر لغزش نداشته باشیم وقت می خواهد

وقتی بحث لغزش پیش می آید $N = \mu F$ ، اگر N ثابت باشد کار راحت است ولی اگر ثابت نبود، دو حالت پیش می آید که N تابع موقعیت یا تابع طول باشد چون از شدت لغزش استفاده می کنیم، طول و زاویه در روابط ظاهری باشد پس برای محاسبه کار نیرو اصطکاکی مشکلی به وجود نمی آید اما اگر N تابع سرعت باشد (بدترین حالت) که چنین حالتی در اکثر موارد ذره ای پیش می آید که حرکت در سیر رفتی می باشد که قما به معادله دیفرانسیل می رسم

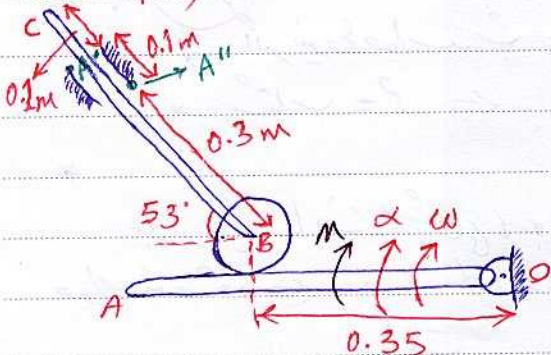


اسماعیل بهشتی

۱۲ اسفند ۱۳۸۸

!

example)



تکلیلی نیروی در قسمت های مختلف:

$$\begin{cases} m_{OA} = 10 \text{ kg} \\ oA = 0.5 \text{ m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_B = 4 \text{ kg} \\ r_B = 0.1 \text{ m} \end{cases}$$

$$m_{CB} = 8 \text{ kg}$$

$$\begin{cases} \alpha = 10 \text{ rad/s} \\ \omega = 4 \text{ rad/s} \end{cases}$$

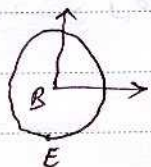
شکل در صفحه قائم قرار دارد. شماره m را باید که ω و α داده شد. را ایجاد کند (را هنا (بیلر) هنا (صیقلی است)

نیروی ω و α در نیروی (تکلیلی) می کند

اگر غلظت کامل باشد عوامل اصطکاک را باید

نیروی موجود در بعضی B

حل: * چون می خواهیم از متو نیرو استفاده کنیم، ω ، α را داریم $\leftarrow$ اول باید ω ، α هر جزء را مشخص کنیم.



$$v_E = v_B + \omega \times r \Rightarrow (0.35 \times 4)j = v_B(-\cos 53^\circ i + \sin 53^\circ j) + \omega \times 0.1$$

با فرض یادداشت کردن بودن ω

$$\Rightarrow 1.4 = 0.8v_B \Rightarrow v_B = 1.75$$

$$0 = -1.75 \times 0.6 + 0.1\omega_B \Rightarrow \omega_B = 10.5 \text{ rad/s}$$

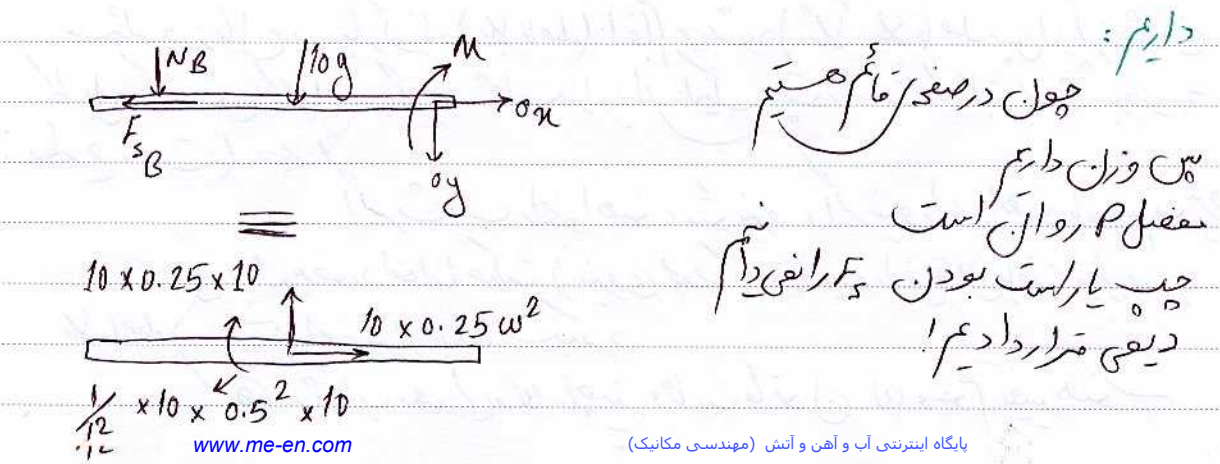
$a_E = a_B + \omega \times (\omega \times r) + \dot{\omega} \times r$
سرعت E و E' یکی است ولی شتابان با هم متفاوت است

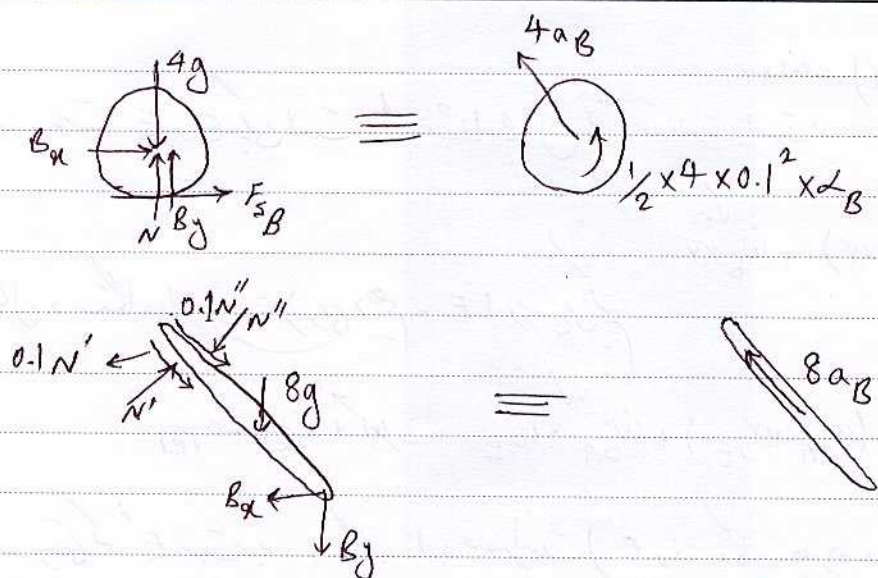
$\ddot{a}_E = \ddot{a}_B + \ddot{\omega} \times (\omega \times r) + \dot{\omega} \times r$
حال دستگاه را روی محور قرار می دهیم و E را بررسی می کنیم

$\ddot{a}_E = \ddot{a}_O + \ddot{\omega}_{OA} \times (\omega_{OA} \times r_{OE}) + \dot{\omega}_{OA} \times r_{OE} + 2\omega \times v_{rel} + a_{rel}$
سرعتی که E نسبت به دستگاه دارد منفی است (E, دستگاه هر دو روی دایره هستند)
سرعت E نسبت به E' هم منفی است (غشش کامل داریم) پس v_{rel} منفی است

$a_{rel} = a_{E/E'} + a_{E'/O}$
فقط در جهت انتقال داریم چون غشش کامل داریم

$a_E = (0.35 \times 4^2)i + 0.35 \times 10j + 0.1(10.5 + 4)^2$
 $a_E \ll$ داریم که با گذشتن در یک دایره بالا a_B پیدای می شود. نقطه B شتاب
لینک BC است. لینک صرفاً دارای انتقال است.





ک 7 مدار و 7 مجهول

با فرض وجود اصطکاک :
 در اثر چرخش ، نیروهای A' و A'' است (به دلیل وجود دلقی)

نکات کلی :

اگر نیروی وارد شده به سمت Δ مختلف مکانیزم را فرستند ، متغیر
 اگر نیروی وارد شده به سمت Δ را بخواهند $\Rightarrow$ متغیر

مثلاً در زمان بیارکوتاه (بلافاصله) انجام می شود (مثلاً بلافاصله پس از بار شدن
 کابل کشش کابل دیگر یا شتاب زاویه ای لینک چقدر است که البته بحث به خود
 طرح نیست) $\Rightarrow$

اگر شتاب را بخواهند ، متغیر و اگر نیرو را بخواهند ، باز هم متغیر
 بحث به خود اندازه حرکت (نیروی فعلی که خود نیرو را می تواند باعث
 بلافاصله آنرا می تواند محاسبه کرد
 شتاب معمولی و لا ناچیز ، ثابت ماندن Δ و عدم تغییر هندسه

مَدَنیرو: رسم پیکره آزاد تک تک اجزاء و قوا باید از سینما تک بهره برد (از نقاطی که میر حرکت مشخص دارند غافل نشوید!)

با تکی که صرفاً جهت سرعت دوران مطرح است مَدَنی اندر یا اندازه حرکت مَدَنی اندر:
زمانی مطرح می شود که جهت فاعله و زاویه مطرح است در مَدَنی اندر حرکت:
جهت زمان مطرح است.

مَدَنی اندر:

$u = E_2 - E_1$ ، زمانی از این مَدَنی استفاده می کنیم که محاسبه u آسان است ، از مواردی که پیدا کردن u را مشکل می سازد ، کار نبرد اصطکاک است
اصطکاک زمانی کار انجام می دهد که فقط اثر کرده در راستای نبرد اصطکاک دارای مولفه سرعت هست یا نه ؟
اگر بود کار انجام می دهد ، اگر نبود نه !

اگر اصطکاک لغزشی باشد قطعاً نبرد اصطکاک کار انجام می دهد ، اما اگر لغزش نباشد کار اصطکاک در اکثر موارد صفر است .
در موارد زیر صفر نیست :

دیسک روی سطح می غلتد اما خود سطح هم سرعت داشته

باشد .
در مواردی که N ثابت است اما محل کار نبرد اصطکاک سخت نیست اما اگر N تغییر کند (N تابعی از موقعیت باشد (زاویه یا طول)) خطی سخت نیست **نیست** ! اشکالی می شود اما اگر تغییرات N تابع سرعت باشد به معادله دیفرانسیل بر فرد می کنیم و سه سه حرکت از مَدَنیرو استفاده کنیم .

مبدأ لندرز و اندازه حرکت ، هم زمان استفاده می شود :

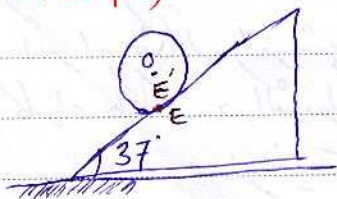


لغزش ندایم پس کار اصطکاک صفر است
(نیز اصطکاک زوج عمل و عکس العمل از
سرعت نمی است ، جابه جایی یکسان
پس کار آنها صفر می شود ، لغزش می کند)
اما اگر لغزش داشته باشیم
داریم $\Rightarrow$ اگر لغزش بود از مبدأ نیرو می رویم

بعد از استفاده از بقاء لندرز مکانیکی و رابطه سینماتیکی $\Rightarrow$ تعداد مجهول کمتر می شود
 $\Rightarrow$ در جهت ω ، کل سیستم بقاء اندازه حرکت خطی دارد

بحث برخورد : اندازه حرکت مثل

example)



اگر بگوییم
ضرب اصطکاک مورد نیاز به منظور عدم لغزش وجود دارد
به سراغ مبدأ لندرز و اندازه حرکت می رویم ، چون غلتش کامل
است و اصطکاک صفر

$\Rightarrow$ برای $0.3m$ جابه جایی ، مبدأ را تحلیل کنید . $r_0 = 0.2m$

فقط در راستای ω بقاء اندازه حرکت دارد نه در راستای کل (به خاطر N وارده از زمین)
% عمل

$$\Rightarrow E_1 = E_2 \Rightarrow$$

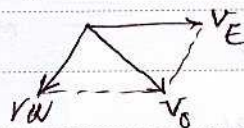
دوران

$$0 = -0.3 \times 4g \sin 37^\circ + \frac{1}{2} \times 3 \times v_E^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 0.2^2 \right) \omega^2$$

$$+ \frac{1}{4} \times 4 \times [(v_E - 0.2 \omega \cos 37^\circ)^2 + (0.2 \omega \sin 37^\circ)^2]$$

دستگاه را در دو حالت قرار می دهیم و داریم:

$$V_E = V_0 + \omega \times r \Rightarrow V_0 = V_E - \omega \times r$$

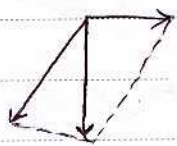


$$V_0 = V_E - r\omega \cos 37^\circ$$

حال در ادامه داریم:

$$Q_{1x} = Q_{2x} \Rightarrow 0 = +3V_E + 4(V_E - 0.2\omega \cos 37^\circ)$$

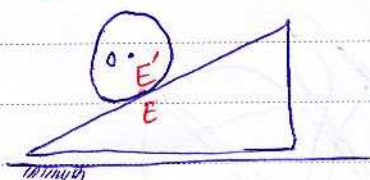
البته شکل صحیح تر به این صورت است



چون دایک به راست و منفی به چپ می رود

* اگر دایک را به سمت راست بدهند که باید مشخص دهیم که لغزش داریم یا غلش /
که البته باید (تجهیز است) از سمت تیر استفاده کنیم

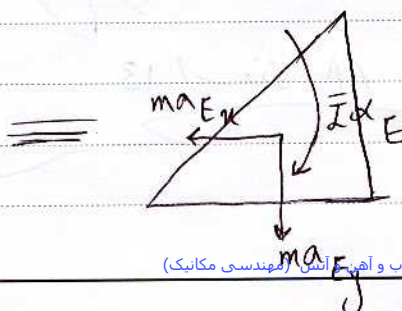
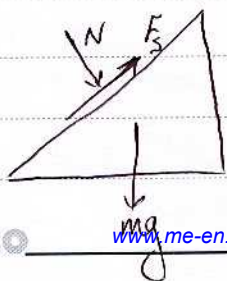
example)

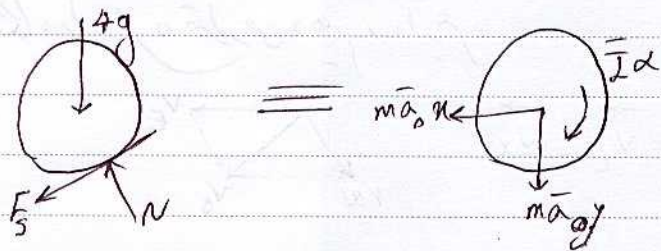


اگر در مثال قبل، سطح زیر فرو بریزد،
بعد از ۱ یا ۲ ثانیه، هر کدام از این دایکها
چه سرعتی است؟

solve /

در راستای بقا اندازه حرکت خطی نداریم (به خاطر نیروی وزن)
بر مبنای این معیاری دایک وصفه تماس دارد، و این نیز لحاظ می کنیم



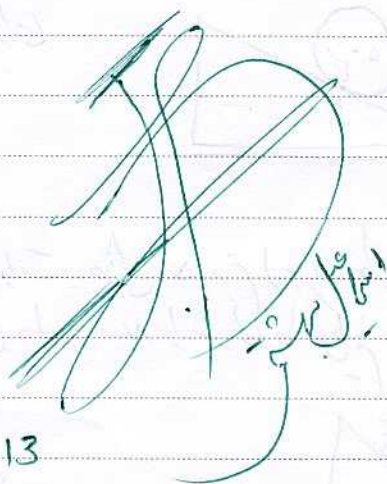


چون مرکز را برعکس دوم برعکس گرفتیم و با فرض غلغله حل کردیم $\Leftarrow$

از اینجا تا یک لحظه میگیریم $\Leftarrow$ بلافاصله پس از فرو رفتن:

$$\vec{a}_O = \vec{a}_{E'} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + 2\vec{\omega} \times \vec{v}_{rel} + \vec{a}_{rel}$$

$$\vec{a}_{E'} = \vec{a}_E + r\omega_o^2$$



۱۳ / اسفند ۸۸

!!